

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Mécanique des fluides, procédés, énergétique.**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Philippe JACQUET**

Thèse dirigée par **Daniel HEUER** et  
codirigée par **Jean TOMMASI**

préparée au sein du **Laboratoire d'Etude de Physique**  
dans **l'École Doctorale : Ingénierie - Matériaux Mécanique**  
**Energétique Environnement Procédés Production**

# Nouvelles méthodes de modélisation neutronique des réacteurs rapides de quatrième Génération

Thèse soutenue publiquement le **23 Mai 2011**,  
devant le jury composé de :

**Madame Elsa MERLE-LUCOTTE**

Professeur à l'INPG, Président

**Monsieur Antonio SARGENI**

Chercheur à l'IRSN de Fontenay-aux-Roses, Rapporteur

**Monsieur Ivan KODELI**

Enseignant-Chercheur à l'Institute Jozef Stefan de Ljubljana, Rapporteur

**Monsieur Piero RAVETTO**

Professeur à Politecnico di Torino, Membre

**Monsieur Daniel HEUER**

Directeur de recherche CNRS à Grenoble, Membre

**Monsieur Jean TOMMASI**

Ingénieur CEA-Cadarache, Membre





## Résumé

Les critères de sûreté qui régissent le développement de cœurs de réacteurs de quatrième génération implique l'usage d'outils de calcul neutronique performants. Une première partie de la thèse reprend toutes les étapes de modélisation neutronique des réacteurs rapides actuellement d'usage dans le code de référence ECCO. La capacité des modèles à décrire le phénomène d'autoprotection, à représenter les fuites neutroniques au niveau d'un réseau d'assemblages combustibles et à générer des sections macroscopiques représentatives est appréciée sur le domaine des réacteurs rapides innovants respectant les critères de quatrième génération. La deuxième partie de ce mémoire se consacre à la modélisation des cœurs rapides avec réflecteur acier. Ces derniers nécessitent le développement de méthodes avancées de condensation et d'homogénéisation. Plusieurs méthodes sont proposées et confrontées sur un problème de modélisation typique : le cœur ZONA2B du réacteur maquette MASURCA.

## Abstract

Due to safety rules running on fourth generation reactors' core development, neutronics simulation tools have to be as accurate as never before. First part of this report enumerates every step of fast reactor's neutronics simulation implemented in current reference code: ECCO. Considering the field of fast reactors that meet criteria of fourth generation, ability of models to describe self-shielding phenomenon, to simulate neutrons leakage in a lattice of fuel assemblies and to produce representative macroscopic sections is evaluated. The second part of this thesis is dedicated to the simulation of fast reactors' core with steel reflector. These require the development of advanced methods of condensation and homogenization. Several methods are proposed and compared on a typical case: the ZONA2B core of MASURCA reactor.





## Remerciements

Dans un premier temps, j'exprime mes remerciements à mes directeurs de thèse Jean Tommasi et Daniel Heuer qui ont accepté d'encadrer mon travail du début à la fin avec tout leur professionnalisme et toute leur expérience. Je remercie aussi Jean Michel Ruggieri et Cyrille de Saint Jean, les responsables successifs du Laboratoire d'Etude de Physique du CEA de Cadarache qui m'a accueilli pendant 3 ans.

J'adresse mes remerciements aux membres de mon jury : Antonio Sargeni et Ivan Kodeli qui ont accepté de rapporter ce mémoire et ainsi de témoigner leur intérêt, Piero Ravetto qui me fait l'honneur d'y participer et enfin Elsa Merle qui y endosse la qualité de Présidente.

J'aimerais remercier pêle mêle, Olivier Bouland qui a accepté de fermer la fenêtre du bureau deux ou trois jours durant l'hiver 2007, Docteur Damien Fournier, mon regretté collègue de bureau, Docteur Pascal Archier, maître ès collage-coloriage-données nucléaires et tout aussi regretté collègue de bureau. Je n'oublie pas Christophe Suteau, intarissable sur toutes les questions concernant les domaines touchant de près ou de loin l'être humain, la matière vivante, le minéral et le reste, qui a réussi à me faire oublier mes précédents collègues de bureau.

Je n'oublie pas mes voisins de l'ombre : l'honorable Romain Le Tellier, le sage Yannick Penelieu, le mal rasé Jean Francois Lebrat. Merci aussi à Jean François Vidal qui s'est penché sur mon travail.

Et pour terminer la session LEPH, je ne peux pas oublier les innombrables stagiaires du SPRC ! Et en particulier les nouveaux promus Nicolas Dos Santos et David Régnier. Ces derniers, bravant mes sages mise-en-gardes, rejoignent le clan des doctorants avec Simon Ravaux, Ansar Calloo et Adrien Gruel.

D'une manière plus générale, j'adresse toute ma reconnaissance au Laboratoire d'Etude de Physique de Cadarache pour son accueil et sa talentueuse équipe de football au sein de laquelle j'ai pu briller, ponctuellement.

Certains personnages méritent aussi d'être cités car sans eux, l'aventure aurait pu être plus courte : Manu, Wassim, Maryline, Laura et Eulogia.



# TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION .....	1
--------------------	---

## **PARTIE 1 : VALIDATION DES MODELES DU CODE RESEAU ECCO**

CHAPITRE A : PRESENTATION DU CODE RESEAU ECCO .....	5
---	---

I. Le Formulaire ERANOS .....	5
1) Schéma de calcul .....	5
2) Bibliothèques d'application de données nucléaires multigroupes .....	6
3) Code «réseau» .....	7
4) Code «cœur» .....	7
II. Les modèles physiques du code réseau .....	7
1) Le Phénomène d'Autoprotection .....	8
2) Le Calcul du flux .....	9
3) Le Modèle de fuites .....	9
4) Condensation énergétique et Homogénéisation spatiale .....	9

CHAPITRE B : VALIDATION DU MODELE D'AUTOPROTECTION .....	11
--	----

I. Phénomène d'Autoprotection .....	11
1) Ralentissement et Autoprotection .....	11
a) Ralentissement .....	11
b) Phénomène d'autoprotection .....	12
c) Construction des bibliothèques multigroupes d'ECCO .....	13
2) Discussion de l'impact du traitement d'autoprotection .....	15
II. Théorie du modèle d'autoprotection par méthode des sous-groupes .....	16
1) Principe .....	16
2) Géométrie Homogène .....	17
a) Cas à 1 seul noyau résonnant .....	17
b) Cas à N noyaux résonnants .....	18
3) Géométrie Hétérogène – par méthode des probabilités de collision .....	19
a) Cas à 1 seul noyau résonnant .....	19
b) Cas à N noyaux résonnants .....	19
III. Validation du modèle d'autoprotection d'ECCO .....	20
1) Grille d'analyse .....	20
2) Contexte Homogène .....	21
a) Cas Pu239 seul .....	21
b) Cas U238 seul .....	23
c) Cas Pu239 & U238 et Cas SPX .....	24
d) Résultats .....	26
e) Conclusions .....	27
3) Contexte Hétérogène .....	28
a) Méthode des Pij exactes .....	28
b) Méthode des Pij approchées .....	30
c) Conclusions .....	31
IV. Conclusion .....	32

<b>CHAPITRE C : VALIDATION DU CALCUL DE FLUX</b> .....	<b>33</b>
I. Méthode de calcul de flux implémentée dans le code ECCO .....	33
1) Formalisme des probabilités de première collision .....	33
a) Forme intégrale de l'équation du transport .....	33
b) Formalisme des probabilités de première collision .....	34
2) Approximations du calcul des probabilités de collision .....	36
a) Méthode Double Step .....	36
b) Méthodes de Roth .....	38
II. Validation du calcul de flux sur plusieurs assemblages rapides .....	39
1) Modélisations .....	39
a) Assemblages MASURCA .....	39
b) Assemblages réacteurs de puissance .....	40
c) Modélisations dans le code ECCO .....	42
d) Modélisations TRIPOLI .....	44
2) Résultats .....	44
a) Caractéristiques des différents assemblages .....	44
b) Comparaisons ECCO-TRIPOLI .....	47
c) Calculs de référence multigroupes .....	50
d) Effets du tube hexagonal et modélisation par couronnes .....	51
III. Conclusion .....	53
 <b>CHAPITRE D : VALIDATION DU MODELE DE FUITES</b> .....	 <b>55</b>
I. Formalisme des modèles de fuites implémentés dans le code ECCO .....	55
1) Impact du modèle de fuites sur le coefficient de multiplication effectif .....	55
2) Impact des fuites sur un cœur simplifié .....	56
a) Impact des fuites axiales sur le spectre du flux .....	56
b) Impact des fuites axiales sur l'anisotropie des sections condensées .....	58
c) Courbure axiale du flux .....	59
d) Courbure axiale du courant .....	61
e) Anisotropie du flux .....	62
3) Formalisme du modèle de fuites .....	63
a) Formalisme en géométrie homogène .....	63
b) Formalisme en géométrie hétérogène .....	66
II. Validation du modèle de fuites pour plusieurs assemblages rapides .....	68
1) Modélisations .....	68
a) Assemblages considérés .....	68
b) Modélisations TRIPOLI .....	68
c) Modélisations ECCO-BISTRO .....	69
2) Validité de la modélisation et grandeurs d'intérêt .....	70
a) Modélisation à 1968 groupes .....	70
b) Impact des approximations du calcul cœur .....	71
3) Résultats .....	73
a) Cas homogènes .....	73
b) Cas hétérogènes .....	76
III. Conclusion .....	79

<b>CHAPITRE E : VALIDATION DES METHODES DE CONDENSATION - CAS DES CŒURS AVEC REFLECTEUR ACIER .....</b>	<b>81</b>
I. Résultats sur un cas simplifié .....	81
1) Cas d'étude.....	81
a) Modélisation TRIPOLI .....	82
b) Modélisation ECCO Standard .....	82
c) Modélisation ECCO MACROCELL.....	83
d) Modélisation BISTRO.....	83
2) Grandeurs d'intérêt.....	84
3) Modélisation Standard : Résultats .....	84
a) Cas à Laplacien Empirique.....	84
b) Cas à Laplacien Théorique.....	86
c) Conclusion .....	88
4) Modélisation MACROCELL : Résultats .....	89
a) Résultats .....	89
b) Conclusion .....	90
II. Méthode de condensation énergétique .....	91
1) Approche théorique .....	91
2) Inconsistance avec la méthode de calcul de flux d'ECCO .....	93
a) Courant de pondération inapproprié.....	93
b) Non conservation du bilan à travers les STEPS d'ECCO .....	94
c) Solutions .....	94
III. Conclusion .....	95
<b>ANNEXES.....</b>	<b>96</b>
Annexe B.1 – Spectre de fission du Pu239 des bibliothèques ECCO .....	97
Annexe B.2 – Domaine énergétique d'importance d'une cellule rapide.....	100
Annexe C.1 – Descriptifs des cellules ECCO .....	101
Annexe C.2 – Modélisations du GFR .....	106
Annexe C.3 – Impact de la condition limite de réflexion isotrope.....	107
Annexe C.4 – Option ECCO : CONSISTENT/INCONSISTENT .....	108
Annexe D.1 – Jeu de données du calcul ECCO cas Homogène sans autoprotection.....	109
Annexe D.2 – Jeu de données du calcul ECCO cas Hétérogène sans autoprotection .....	110
Annexe D.3 – Jeu de données du calcul BISTRO .....	111
Annexe E.1 – Modélisation MACROCELL : détails.....	112
Annexe E.2 – Modélisation Standard – impact du laplacien réflecteur.....	114
Annexe E.3 – l'approximation PN : Formulation de la source de diffusion .....	125

**PARTIE 2 : NOUVELLES MODELISATIONS DES CŒURS AVEC REFLECTEUR ACIER**

<b>CHAPITRE A : METHODES DE CONDENSATION .....</b>	<b>129</b>
I. Introduction.....	129
II. Les méthodes de condensation utilisées .....	130
1) Méthodes pragmatiques.....	131
a) Conservation des taux de réactions.....	131
b) Conservation des courants de fuites .....	132
2) Méthode développée dans ECCO .....	133
3) Les sections microscopiques partielles .....	134
III. Les méthodes dérivées de la théorie des perturbations .....	135
1) Méthode de pondération bilinéaire par le produit flux - flux adjoint .....	135
2) Méthode de condensation généralisée .....	139
IV. Les méthodes de condensation conservatives .....	142
1) Condensation par flux angulaire .....	142
a) Théorie .....	142
b) Cas particulier à une dimension.....	144
c) Illustration pratique de l'anisotropie du spectre du flux .....	144
2) Condensation par moments du flux.....	148
a) Théorie .....	148
b) Cas particulier à une dimension.....	149
3) Production de sections conventionnelles .....	150
a) Méthode perturbative de correction de la section totale anisotrope .....	150
b) Homogénéisation des ordres azimutaux des sections de diffusion .....	151
V. Comparaisons de différentes méthodes.....	153
1) Protocole .....	153
a) Grandeurs considérées .....	153
b) Méthodes de condensation considérées.....	154
2) Cas 'cœur à une dimension' .....	155
3) Cas 'cœur à deux dimensions'.....	159
4) Cas à deux dimensions hétérogènes.....	162
a) Sans fuite .....	163
b) Avec fuites.....	166
VI. Conclusion .....	169

<b>CHAPITRE B : METHODES D'HOMOGENEISATION.....</b>	<b>171</b>
I. Introduction.....	171
II. Les méthodes d'homogénéisation .....	172
1) Méthode d'homogénéisation directe : « Flux-Volume » .....	172
a) Dans le code ECCO .....	172
b) Homogénéisation Partielle.....	173
c) Non conservation des taux de réactions.....	174
2) Méthode d'équivalence SPH .....	176
a) Principe de l'équivalence .....	176
b) Théorie de la méthode SPH .....	177
c) Indétermination des facteurs SPH.....	178
d) Méthode itérative .....	181
e) Performances .....	182
III. Algorithme de la méthode SPH .....	184
1) SPHEqLoop::initialize( $k_{eff}^*$ , $\phi_l^{m*}(\vec{r})$ , $\Sigma_{t,g}(\vec{r})$ , $\Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r})$ , $\chi \nu \Sigma_{f,g' \rightarrow g}(\vec{r})$ , $\varepsilon$ , $ItMax$ )..	184
a) SPHEqLoop::initializeRefFluxes().....	184
b) SPHEqLoop::initializeRefTransferSources().....	184
2) SPHEqLoop::run() .....	185
a) SPHEqLoop::postTreatFluxes( $\tilde{\phi}_l^m(\vec{r})$ ).....	185
b) SPHEqLoop::calculateEqSource() .....	186
c) SPHEqLoop::calculateEqXS().....	186
d) SPHEqLoop::calculateFlux( $groupMask$ ) .....	186
e) SPHEqLoop::calculateSPHFactors() .....	186
f) SPHEqLoop::normalizeEqFluxesAndSPHFactors() .....	186
g) SPHEqLoop::fixUpDivergentFactors().....	186
h) SPHEqLoop::convergence() .....	187
3) SPHEqLoop::fill( $\Sigma_{t,l,g}$ , $\Sigma_{s,l,l,g' \rightarrow g}$ , $\chi \nu \Sigma_{f,l,g' \rightarrow g}$ ).....	187
IV. Performances sur différents cas .....	188
1) Grandeurs considérées .....	188
2) Cas d'une barre absorbante – Domaine Fermé .....	189
a) Homogénéisation par zones.....	189
b) Homogénéisation par couronnes.....	190
c) Conclusion .....	190
3) Cas Couverture fertile – Domaine Ouvert.....	191
a) Homogénéisation par zones.....	191
b) Homogénéisation fine .....	192
c) Conclusion .....	192
4) Cas Réflecteur – Domaine Ouvert.....	193
a) Homogénéisation par zones.....	193
b) Homogénéisation fine .....	193
c) Conclusion .....	194
V. Conclusion .....	195

<b>CHAPITRE C : CAS D'APPLICATION – ZONA2B .....</b>	<b>197</b>
I. Introduction.....	197
II. Phase réseau : condensation + homogénéisation .....	198
1) Modélisation réseau : tranche radiale hétérogène à 1968 groupes.....	198
a) L'interface combustible-réflecteur de ZONA2B.....	198
b) Grandeurs de référence .....	199
c) Modélisation approchée des assemblages combustibles avec SNATCH .....	199
2) Méthodes de condensation .....	202
3) Méthodes d'homogénéisation.....	203
a) Dans le cas de sections non conventionnelles.....	204
b) Homogénéisation selon différents jeux de régions .....	205
c) Résultats - cas de l'homogénéisation par zones <b>A</b> .....	206
d) Résultats - cas d'un jeu de régions raffinées à l'interface <b>B</b> .....	207
e) Résultats - cas d'un jeu de régions fines <b>C</b> .....	209
f) Résultats - cas d'un jeu de régions très fines <b>D</b> .....	210
g) Conclusions.....	211
III. Du Réseau au Cœur.....	212
1) Relation entre Calcul Réseau et Calcul Cœur.....	212
2) Méthode <b>F</b> .....	213
3) Méthode <b>FA</b> .....	214
a) Section totale .....	214
b) Section de diffusion.....	214
4) Méthode <b>MF</b> .....	215
5) Méthode <b>MF+MMC</b> .....	216
IV. Performances : modélisation de ZONA2B-XY .....	217
1) Cas de référence TRIPOLI .....	217
2) Résultats- Calcul BISTRO .....	218
3) Résultats- Calculs SNATCH .....	219
a) Cas de l'homogénéisation par zones <b>A</b> .....	220
b) Cas d'un jeu de régions homogènes raffinées à l'interface <b>B</b> .....	222
c) Cas d'un jeu de régions homogènes fines <b>C</b> .....	223
d) Cas d'un jeu de régions homogènes très fines <b>D</b> .....	225
e) Conclusion .....	226
VI. Conclusions .....	227
 <b>ANNEXES.....</b>	 <b>229</b>
Annexe A.1 – Découpages énergétiques.....	230
Annexe A.2 – Compositions des différents milieux des cas tests .....	231
Annexe A.3 – Anisotropie spectrale du courant – cœur 2D .....	232
 <b>CONCLUSION.....</b>	 <b>235</b>
 <b>REFERENCES.....</b>	 <b>239</b>



# INTRODUCTION

L'histoire de l'industrie nucléaire dans le monde peut être caractérisée par différentes ères. En France par exemple, les réacteurs UNGG<sup>1</sup> de première génération construits avant 1970 ont cédé leur place aux Réacteurs de deuxième génération à Eau Pressurisée qui constituent actuellement l'essentiel du parc nucléaire. Le renouvellement de ces 58 réacteurs vieillissant est assuré par les réacteurs de troisième génération tels que l'EPR<sup>2</sup>. La durée de vie prévue de ces derniers est a minima d'une cinquantaine d'années. Néanmoins, la question de l'énergie étant stratégiquement critique, le futur se construit dès maintenant dans les instituts de recherche avec l'élaboration des réacteurs de quatrième génération.

Au stade des développements actuels, le concept de quatrième génération peut se résumer par des critères de développement simples mais contraignants :

- une sûreté accrue
- une filière non proliférante<sup>3</sup>
- une production de déchets minimale
- des réacteurs moins chers
- une meilleure utilisation du combustible<sup>4</sup>

L'expérience française dans les réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium liquide, validée par les réacteurs Rapsodie, Phénix et Superphénix, a démontré leur flexibilité. Le projet de prototype français de quatrième génération s'oriente donc naturellement vers cette technologie.

Afin de soutenir le développement de cœurs de réacteurs de quatrième génération, la recherche scientifique est en charge de concevoir des outils de calcul neutronique performants. Ces derniers s'appuient sur deux piliers : les méthodes de modélisation des phénomènes neutroniques et les données nucléaires de base. Ces deux branches de la science progressent de concert par la mise en œuvre et l'interprétation d'expérience dans des maquettes telles que MASURCA.

Les méthodes de modélisation classiques mises en œuvre dans les années 90 ont permis de définir le concept EFR<sup>5</sup>. Toutefois les exigences en termes de sûreté ont évolué et de nouvelles méthodes de modélisation ont été proposées en neutronique. Il s'agit alors de vérifier la validité des outils disponibles et, si besoin, apporter les améliorations nécessaires à une simulation efficace des nouveaux concepts de cœur.

---

<sup>1</sup> UNGG : réacteur Uranium Naturel refroidi avec du Gaz (du CO<sub>2</sub>) et modéré au Graphite

<sup>2</sup> EPR : Evolutionary Power Reactor

<sup>3</sup> Le prototype surgénérateur Superphénix permettait le déploiement d'un parc complet très rapidement. La surproduction de Plutonium de qualité militaire qui en découlait était alors un problème.

<sup>4</sup> L'arrêt de la prospection minière et l'état des ressources en combustible disponibles à ce jour font craindre une pénurie de matière fissile dans le siècle à venir si les technologies n'évoluent pas.

<sup>5</sup> EFR : European Fast Reactor

Dans une première partie, il s'agit de reprendre toutes les étapes de modélisation neutronique des réacteurs à neutron rapides implémenté au sein du formulaire ERANOS. En particulier, on s'intéressera à la validation du code ECCO en justifiant chaque modèle choisi et en quantifiant leur impact sur les paramètres calculés.

Il faudra dans un premier temps porter une attention particulière au modèle d'autoprotection par la méthode des sous groupes proposée. Dans le calcul d'assemblage, les conséquences des approximations des méthodes de calcul de l'équation du ralentissement et du calcul de flux fin spatial seront explorées sur un large domaine de validation. Les performances du modèle de fuite seront étudiées selon différentes configurations. Enfin, on présentera un cas simplifié de cœur rapide avec réflecteur acier, sans couverture proliférante, pour lequel l'étape de condensation énergétique est clairement mise en défaut.

L'impact de chacune des modélisations sera étudié vis-à-vis de calculs étalons établis avec un code de Monte Carlo : le code TRIPOLI.

La deuxième partie sera dédiée à la proposition de plusieurs méthodes de condensation et d'homogénéisation envisagée pour la modélisation des cœurs rapides avec réflecteur acier. On comparera ainsi plusieurs méthodes de condensation afin de sélectionner les plus performantes. De même, on posera la question de la nécessité ou non d'une étape d'équivalence à appliquer dans le cadre de l'homogénéisation spatiale.

Enfin, on s'intéressera à la modélisation simplifiée d'un cas concret de cœur expérimental doté de cœur sans couverture avec réflecteur en acier : le cœur ZONA2B, réalisé dans MASURCA dans le cadre du programme CIRANO. Les différents modèles de condensation et d'homogénéisation pourront ainsi être comparés entre eux et avec le formulaire ERANOS, et confrontés à un code de référence Monte-Carlo.

## **PARTIE 1 : VALIDATION DES MODELES DU CODE RESEAU ECCO**



## CHAPITRE A : PRESENTATION DU CODE RESEAU ECCO

Le code ECCO est un logiciel de calcul utilisé au sein du formulaire ERANOS adapté à la simulation des réacteurs à neutrons rapides. Dans le cadre du schéma de calcul à deux étapes mis en place, il joue le rôle de code réseau dont l'objectif est la production de données représentatives utilisables par le code cœur. Cette représentativité est assurée par la modélisation des différents phénomènes physiques qui existent au sein d'un réacteur rapide.

### I. Le Formulaire ERANOS

#### 1) Schéma de calcul

Les simulations des réacteurs nucléaires sont caractérisées par la nécessité de prendre en compte des effets locaux de petite échelle (inférieure au centimètre) alors même que les domaines de calcul sont très étendus (plusieurs mètres). Un problème d'échelle similaire se pose lorsqu'on considère la vitesse des neutrons : des phénomènes de résonances très importants prennent place sur des intervalles d'énergie de quelques eV alors que la gamme d'énergie des neutrons d'un réacteur rapide s'étale de 20 MeV à 0,1eV.

Les limitations des ressources informatiques ont conduit à organiser ces simulations en plusieurs étapes : le « schéma de calcul »<sup>1</sup>.

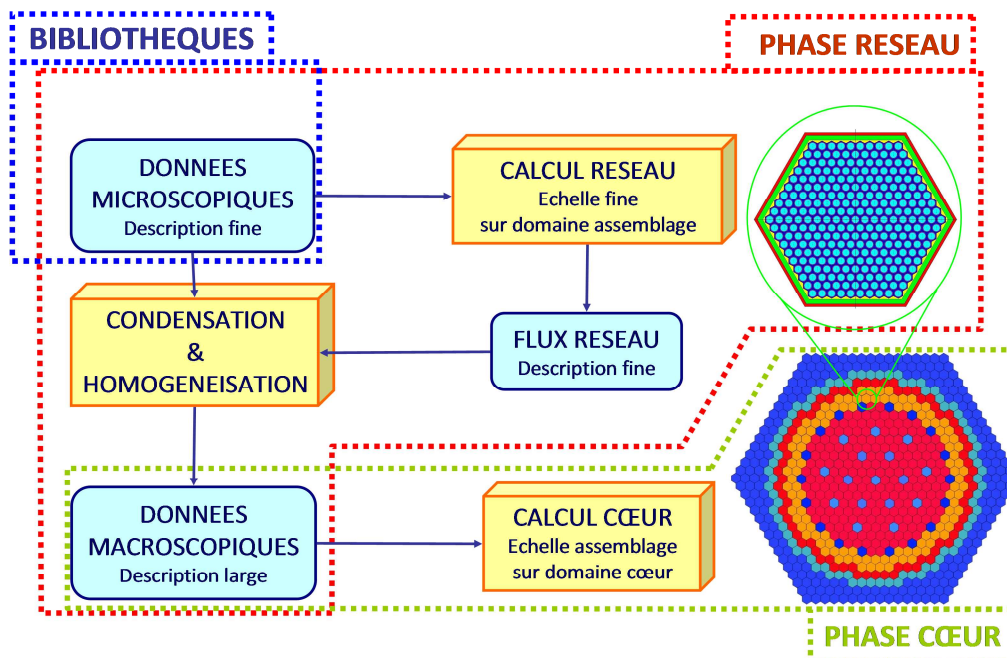


Figure 1 : Illustration d'un schéma de calcul en deux étapes

<sup>1</sup> La notion de « Schéma de calcul » est extensivement définie dans [REUSS] par exemple.

On peut distinguer trois parties distinctes en rapport aux outils qui s'y rattachent.

La première partie concerne les bibliothèques d'application de données nucléaires. Elles représentent les sections efficaces microscopiques de chaque noyau, les distributions de fissions des noyaux fissiles ainsi que des données annexes (périodes radioactives, données d'activation, etc). Ces bibliothèques sont produites une fois pour toute à partir des bibliothèques d'évaluation et elles sont construites pour être spécifiquement utilisées par le code réseau du formulaire ERANOS.

La phase « réseau » permet de générer des données macroscopiques destinées aux codes à l'échelle cœur de réacteur. Pour cela, seul un domaine limité, généralement un assemblage, est considéré. A partir des données microscopiques, il appartient au code réseau de produire des données allégées<sup>1</sup> d'un point de vue numérique assurant la représentativité du domaine.

Enfin, la phase « cœur » est l'étape de résolution de l'équation du transport à l'échelle du cœur. Les données macroscopiques produites par la phase réseau sont associées à un maillage spatial formant ainsi un réseau contenant des milieux homogènes. ERANOS fournit aussi un panel complet d'outils permettant la caractérisation des cœurs (calculs de perturbations, analyse de sensibilités, etc).

### 2) Bibliothèques d'application de données nucléaires multigroupes

Dans tout ce document, les bibliothèques utilisées sont générées à partir de l'évaluation JEFF3.1.

Le code NJOY-99.0<sup>2</sup> est développé au laboratoire National de Los Alamos depuis 1974. Il permet la génération d'une bibliothèque de sections microscopiques à 1968 groupes couvrant toute la plage énergétique d'utilisation (jusqu'à 20 MeV) pour plusieurs températures. En pratique, pour chaque température, il assure la reconstruction des sections efficaces sous leur forme ponctuelle sur tout le domaine énergétique, en prenant en compte l'effet Doppler d'élargissement des résonances, et il assure la mise en groupes.

Le code CALENDF permet la génération des tables de probabilité utilisables par la méthode d'autoprotection du code réseau, pour chacun des 1968 groupes du découpage énergétique en dehors des groupes relatifs au continuum.

Enfin, les codes MERGE et GECCO permettent la concordance et la mise en forme numérique de ces données. GECCO assure aussi la production des distributions de fission pour chaque noyau fissile et la transcription au format de donnée lisible par ECCO.

La méthode de production de cette bibliothèque d'application JEFF-3.1 à 1968 groupes est décrite dans [SUBLET].

---

<sup>1</sup> Décrites sur un maillage énergétique de taille réduite : 33, 172 ou 175 groupes le plus souvent (condensées) et relative au domaine global (homogénéisées)

<sup>2</sup> [MACFARLANE]

### 3) Code «réseau»

Le code ECCO<sup>1</sup> a été développé au Royaume Uni à partir de 1984, dans le cadre d'une collaboration européenne. Destiné à la simulation des cœurs de réacteurs à neutrons rapides, il est aussi spécifié pour la représentation des cœurs à neutrons thermiques. Il remplace des codes plus anciens en apportant des corrections et des innovations. Son modèle de données diffère de celui d'ERANOS, son utilisation nécessite donc un interfaçage.

La validation d'ECCO a été commencée dans les années 1990 dans le cadre de la thèse de Stephan Rahlfs [*RAHLFS*], mais a surtout porté sur les problèmes de réacteurs thermiques en se basant sur la comparaison avec des codes déterministes de référence.

Il s'agit dans ce présent document de valider l'usage ECCO pour la modélisation de cœurs de réacteurs rapides développés dans le cadre des critères de génération IV, en utilisant pour cela un code de référence stochastique : TRIPOLI 4.5 [*BOTH*] et [*HUGOT*].

### 4) Code «cœur»

Il est possible d'utiliser différents codes « cœur ». Historiquement dans ERANOS, le code BISTRO<sup>2</sup> a été le premier code permettant de résoudre l'équation du transport pour des cas de cœurs à géométrie à une ou deux dimensions. Il utilise une discrétisation angulaire  $S_n$  et une méthode de résolution spatiale aux différences finies. Afin de modéliser les cœurs en trois dimensions, le code VARIANT<sup>3</sup> a été développé aux USA (Argonne National Laboratory) : il utilise une méthode  $P_n$  ou  $SP_n$  pour le traitement angulaire et une méthode nodale variationnelle pour le traitement spatial.

## II. Les modèles physiques du code réseau

Au sein de la phase réseau, la représentation réaliste des assemblages nécessite le développement de modèles et de méthodes à même de reproduire les différents phénomènes physiques d'importance, et de conserver leurs caractéristiques à travers la production de données macroscopiques. Ces différents modèles physiques sont :

- L'effet Doppler d'élargissement des résonances
- Le phénomène d'autoprotection
- Le calcul de flux
- Le modèle de fuites
- La méthode de condensation énergétique et d'homogénéisation

La validation de la modélisation de l'effet Doppler étant difficile à mettre en place avec un outil stochastique tel que TRIPOLI, on se reporte à la validation faite par [*RAHLFS*]. Dans ECCO, l'élargissement des résonances est modélisé par l'interpolation de sections efficaces tabulées en température calculées par NJOY et stockées dans les bibliothèques d'application.

---

<sup>1</sup> [*RIMPAULT1*]

<sup>2</sup> [*PALMIOTTI1*] et [*GHO*]

<sup>3</sup> [*PALMIOTTI2*]

### 1) Le Phénomène d'Autoprotection

L'observation de la section efficace de capture de l'Uranium 238 permet aisément de prendre conscience de la difficulté que rencontrera un neutron issu d'une fission, pour accomplir une nouvelle fission. En effet, il lui faudra survivre aux très nombreux pièges que constituent les grandes résonances d'absorption des noyaux lourds.

Cependant, il faut prendre en considération que le milieu dans lequel évolue le neutron contient des éléments légers peu résonnants et peu absorbants. Les chocs sur ces noyaux se traduisent par un gain de léthargie des neutrons que l'on appellera simplement : ralentissement.

Ce ralentissement par chocs permet alors au neutron de « bondir » au dessus des trappes.

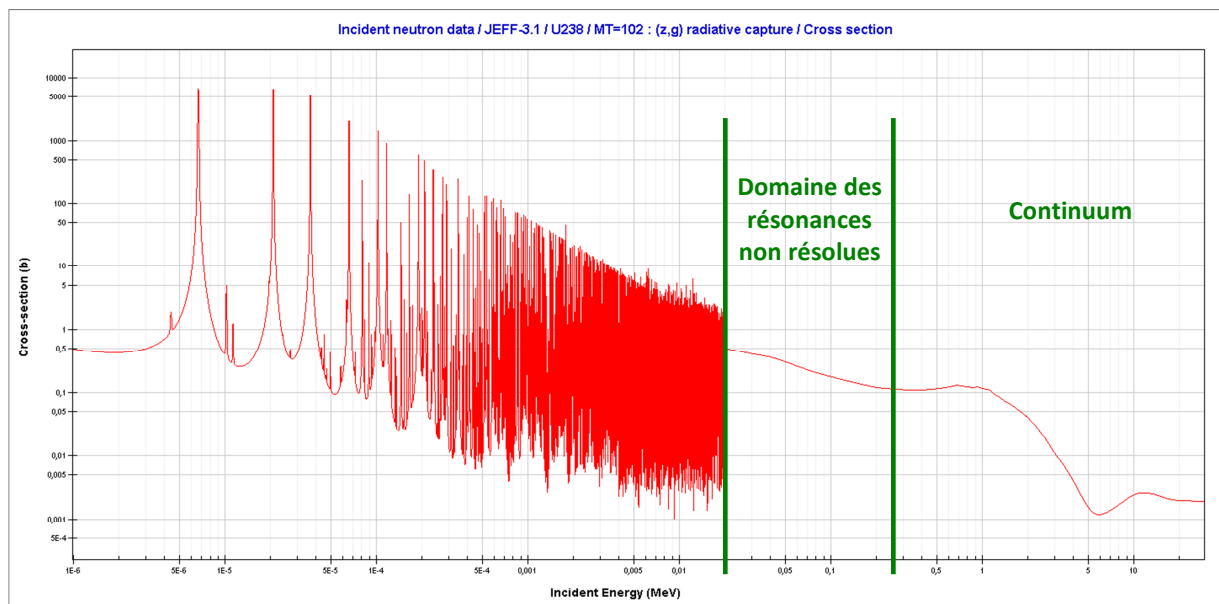


Figure 2: section efficace de capture de l'Uranium 238

On admet généralement que plus de 200000 valeurs seraient nécessaires pour décrire ponctuellement les sections efficaces résonnantes des noyaux composant les milieux combustibles ([RIMPAULT2]). Ce n'est malheureusement pas encore une voie envisageable, informatiquement parlant, dans le cadre du développement des codes de calcul de neutronique.

S'il n'est pas possible de décrire avec finesse chaque résonance, il est néanmoins nécessaire de prendre en compte de manière plus globale ces effets : c'est le traitement d'autoprotection.

D'un point de vue historique, les modèles d'autoprotection ont été développés très tôt. Cependant, il est remarquable que leurs améliorations progressives, leurs validations et la littérature qui s'y rattache, ont souvent porté sur la simulation des réacteurs à neutrons thermiques. Les technologies à neutrons rapides diffèrent spécifiquement sur un point crucial : la nature du ralentissement. Sans matériau modérateur, les chocs sur les noyaux massifs présents ne font gagner aux neutrons que peu de léthargie ; les « bonds » au dessus des trappes sont alors plus petits : tout le phénomène de l'autoprotection s'en trouve changé.



Le modèle d'autoprotection par méthodes des sous-groupes mis en place dans le code cellule ECCO a été validé par Stephan Rahlfs [RAHLFS], par comparaison avec les codes déterministes APOLLO [SANCHEZ] et TRAMP [BOULAND], sur une cellule combustible thermique. Dans ce document, on cherche à effectuer la validation de ce modèle, sur des cas représentatifs des cœurs rapides, dans le cadre des développements pour les cœurs de 4<sup>ème</sup> génération.

### 2) Le Calcul du flux

Le calcul du flux fin sur les différentes régions de l'assemblage (crayons, gaine, caloporteur, tubes de structure, etc) est nécessaire pour prendre en compte les effets d'hétérogénéité, de l'ordre du millier de pcm en réactivité dans le cas des cœurs de puissance.

Le calcul de flux dans le code ECCO est effectué selon la méthode des probabilités de première collision. Le calcul rigoureux de ces probabilités est gourmand en ressources informatiques. Des approximations ont donc été mises en place pour permettre le calcul de nombreuses configurations : la méthode Double Step généralisée et les méthodes de Roth. La validation du calcul de flux par ces méthodes approchées doit être faite pour le cas des assemblages rapides<sup>1</sup> : pour cela, on confrontera ECCO au code TRIPOLI 4.5.

### 3) Le Modèle de fuites

Le domaine de modélisation du code ECCO se limite généralement à un seul assemblage représenté en deux dimensions, doté de conditions limites de réflexion : on simule ainsi un réseau infini d'assemblages d'une hauteur infinie. Une telle description n'est pas représentative d'un cœur : la fuite des neutrons vers la périphérie doit être modélisée.

L'effet des fuites des neutrons a une grande influence sur leur spectre énergétique et a donc un impact direct sur le calcul des sections condensées. D'autre part, il a aussi un impact sur la phase d'homogénéisation spatiale. Il existe dans ECCO un modèle de fuites pour le calcul de flux dans les cas homogènes, et un modèle pour les cas hétérogènes.

### 4) Condensation énergétique et Homogénéisation spatiale

Les réacteurs de génération IV doivent respecter des critères ambitieux de sûreté, de compétitivité et de durabilité. Celui de non-prolifération en particulier remet au premier plan des problèmes de neutroniques déjà soulevés. En effet, jusqu'à présent, les cœurs de réacteurs de puissance à neutrons rapides étaient constitués d'une partie centrale combustible entourée de couvertures fertiles. Ces dernières pouvant être employées à des fins militaires, on envisage leur retrait dans les différents projets. Afin de réduire les fuites neutroniques, et donc de faire des économies de matière combustible, les couvertures cèdent leur place à un réflecteur en acier.

---

<sup>1</sup> Elle a été faite sur le cas test CAMELEON, représentant une cellule REP par [RAHLFS]. On se propose ici de multiplier les cas test rapides.

Le programme CIRANO a été réalisé dans la maquette expérimentale MASURCA au milieu des années 90. Son objectif étant de démontrer la flexibilité des réacteurs à neutrons rapides dans le cadre de la production ou la consommation de Plutonium, thématique du programme CAPRA (Consommation Accrue de Plutonium dans les Rapides), le remplacement des couvertures par un réflecteur Acier/Sodium a été étudié. En particulier les configurations cœur ZONA2A3 et ZONA2B mettent en évidence les effets de cette substitution. L'interprétation de l'expérience ZONA2B [LEBRAT] montre un écart très important sur le calcul de la masse critique de l'ordre de 1300 pcm entre la modélisation RZ d'ERANOS-2.1 et TRIPOLI-4 en utilisant la bibliothèque JEFF3.1. Les calculs cœurs ERANOS ont été réalisés dans un découpage énergétique à 62 groupes, il avait été remarqué qu'un découpage plus fin donnait de meilleurs résultats. D'une manière générale, la capacité d'ECCO à produire des sections macroscopiques en groupes larges représentatives du réflecteur, et représentatives du combustible à proximité du réflecteur, est incertaine.

Une étude [ALIBERTI] portant particulièrement sur cet effet réflecteur a montré, à travers un cas simplifié, que les codes réseaux tel qu'ECCO et MC2-2<sup>1</sup> effectuaient une condensation incorrecte dans le cadre des modélisations fines dites 'MACROCELL'.

---

<sup>1</sup> [HENRYSON]

## CHAPITRE B : VALIDATION DU MODELE D'AUTOPROTECTION

### I. Phénomène d'Autoprotection

La discrétisation énergétique est numériquement nécessaire à la résolution de l'équation du transport. On choisit généralement d'utiliser un découpage multigroupe pour cela. Ce choix implique la modélisation du phénomène d'autoprotection.

On peut distinguer deux aspects importants du phénomène d'autoprotection : le ralentissement des neutrons par le mélange de noyaux légers et lourds, et le phénomène de dépression du flux induit par la présence de résonances dans un groupe.

#### 1) Ralentissement et Autoprotection

##### *a) Ralentissement*

Dans le contexte des cœurs avec modérateur, le ralentissement possède des caractéristiques notables :

- les neutrons doivent traverser en entier le domaine des résonances des noyaux lourds pour induire des fissions
- le gain en léthargie moyen par choc est généralement grand devant la largeur des résonances
- la nature du ralentissement est principalement élastique<sup>1</sup>
- la nature très hétérogène des milieux a un impact important

Dans le cadre des cœurs à neutrons rapides, ces considérations sont nettement moins valables. En effet :

- les fissions par neutrons rapides sont majoritaires : le ralentissement concerne surtout la zone des résonances non résolues
- les chocs sur les noyaux de structure ou du caloporteur et ceux sur les noyaux résonnants sont moins ralentisseurs : les résonances résolues paraissent donc relativement plus larges vis à vis du gain de léthargie moyen par choc
- les résonances sont moins élevées dans le domaine de spectre des réacteurs à neutrons rapides
- dans les énergies considérées, les voies de chocs inélastiques ne sont plus forcément négligeables
- la transparence des milieux non combustibles induit un libre parcours moyen des neutrons plus important, les effets d'hétérogénéité sont plus modérés

---

<sup>1</sup> Les voies des diffusions inélastiques n'étant ouvertes qu'à des énergies élevées

Le gain moyen en léthargie est une grandeur importante. Dans le cadre d'un choc purement élastique et isotrope dans le système du centre de masse, il vaut :

$$\xi = 1 + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(\alpha)$$

Avec  $\alpha = \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2}$ , ou A est la masse du noyau ralentisseur.

Noyau	A	$\xi$
H	1	1
Na	23	0.0845
U	238	0.0084

Une autre grandeur d'intérêt est le courant de ralentissement. C'est une fonction comptabilisant le nombre de neutrons « franchissant » par diffusion la léthargie u :

$$q(u) = \int_0^u du' \int_u^\infty du'' \Sigma_s(u' \rightarrow u'') \phi(u')$$

D'après [REUSS], on peut montrer qu'asymptotiquement (après quelques chocs), dans le cadre d'un ralentissement sans absorption, sans considération des noyaux résonnants et dans un milieu homogène, le flux peut s'approcher par :

$$\phi(u) \approx \frac{q(u)}{\xi \Sigma_s(u)}$$

Compte tenu du caractère peu absorbant et de la faible variation de la section de diffusion, on peut écrire que le flux asymptotique est quasiment constant :

$$\phi(u) \approx \frac{q}{\xi \Sigma_s}$$

### b) Phénomène d'autoprotection

Toujours dans le même cadre, on peut écrire l'équation du ralentissement en négligeant la source de fission<sup>1</sup> :

$$\Sigma_t(u) \phi(u) = \int_{u+\ln(\alpha)}^u \Sigma_s(u' \rightarrow u) \phi(u') du'$$

La source de diffusion est définie par une intégrale du taux de diffusion portant sur un intervalle de longueur  $\ln(\alpha)$  (caractéristique du milieu ralentisseur). Si on suppose que cette longueur est suffisamment grande devant la largeur d'une résonance située à la léthargie u, on peut écrire :

$$\Sigma_t(u) \phi(u) \approx \int_{u+\ln(\alpha)}^u \Sigma_s(u' \rightarrow u) \frac{q}{\xi \Sigma_s} du'$$

<sup>1</sup> En effet, on peut considérer que dans le domaine du ralentissement, la source de neutrons est principalement une source issue des diffusions

Et avec l'approximation d'une section de diffusion variant peu :

$$\Sigma_s(u' \rightarrow u) \approx \frac{\Sigma_s(u)}{-\ln(\alpha)} = \frac{\Sigma_s}{-\ln(\alpha)}$$

On obtient, à l'intérieur de la résonance :

$$\Sigma_t(u)\phi(u) \approx \frac{q}{\xi}$$

On peut alors dire que le flux varie inversement proportionnellement à la section efficace totale.

$$\phi(u) \approx \frac{Cste}{\Sigma_t(u)}$$

Dans la pratique, cette tendance peut se vérifier aisément dans le cadre des réacteurs thermiques. Malgré le fait que l'approximation de résonance très étroite par rapport à la longueur  $\ln(\alpha)$  soit peu réaliste, on peut aussi l'observer sur une cellule combustible rapide (Figure 3). Lorsque la section efficace totale et le flux varient de deux ou trois décades, le taux de collision ne varie que d'une.

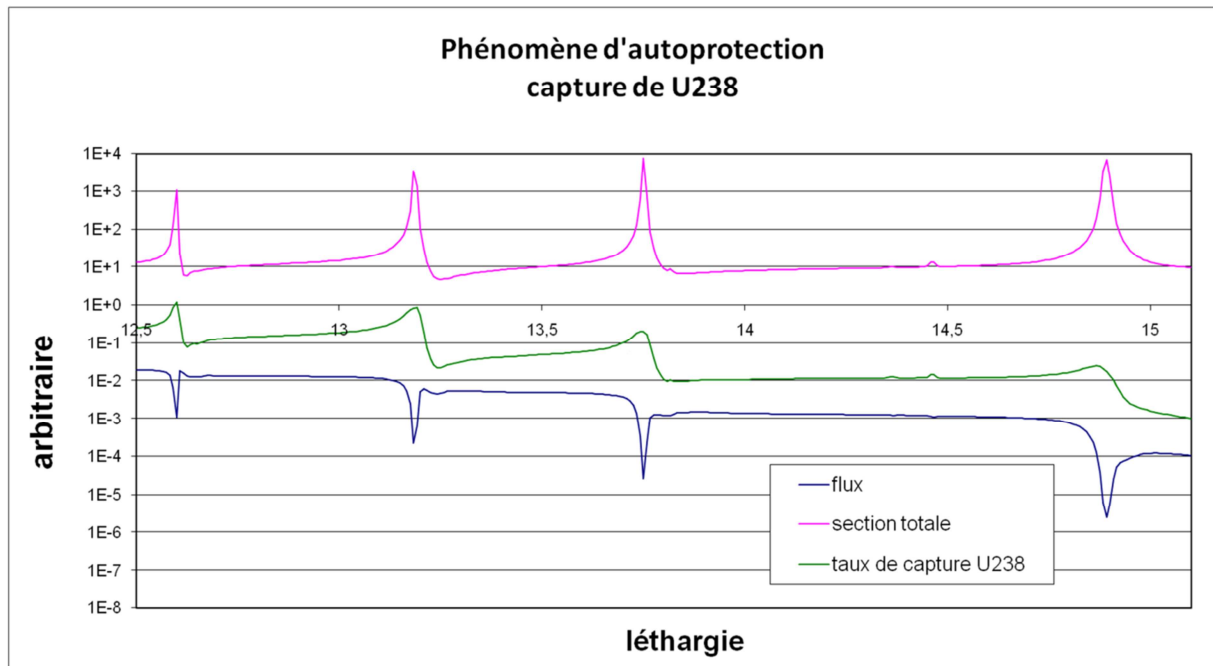


Figure 3 : phénomène d'autoprotection sur les 4 premières résonances de l'Uranium 238 - cellule rapide

### c) Construction des bibliothèques multigroupes d'ECCO

Le code déterministe ECCO résout l'équation du transport sous sa forme « multigroupe », c'est-à-dire sous sa forme intégrée sur des intervalles d'énergie notés 'g' :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2 \Omega' + \frac{\chi_g(\vec{r})}{4\pi k_{eff}} Q_{f,tot}(\vec{r})$$

$$\text{avec } Q_{f,tot}(\vec{r}) = \int \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2 \Omega'$$

Pour produire les différentes sections macroscopiques  $\Sigma_{x,g}$ , il faut connaître les sections microscopiques qui les composent. Ces grandeurs sont calculées par le code NJOY, à partir des évaluations de données nucléaires décrites sous forme ponctuelle.

Les premières étapes du code NJOY assurent la reconstruction d'une section microscopique ponctuelle, prenant en compte l'élargissement Doppler des résonances, sur tout le domaine énergétique.

Enfin, la dernière étape, GROUPR, effectue l'opération de mise en groupes. Elle calcule pour cela les sections dites « à dilution infinie » en réalisant le calcul suivant :

$$\sigma_{x,\infty,g} = \frac{\int_{E \in g} \sigma_x(E) \phi_w(E) dE}{\int_{E \in g} \phi_w(E) dE}$$

Où  $\phi_w(E)$  est un flux de pondération dont le spectre est cohérent avec l'usage qui sera fait des sections microscopiques ainsi obtenues. Ce flux ne présentant pas les dépressions induites par les résonances, le phénomène d'autoprotection à l'intérieur des groupes n'est donc pas pris en compte lors de cette étape.

Le code CALENDF produit pour chaque groupe en deçà du continuum les tables de probabilités qui seront nécessaires à ECCO pour effectuer le traitement d'autoprotection par la méthode des sous-groupes. On peut considérer ces tables comme des informations supplémentaires caractérisant le caractère résonnant des sections à l'intérieur de chaque groupe.

Pour un groupe g donné, la table de probabilités associée est constituée de plusieurs paires de valeurs de sections et de poids. Chacune de ces paires peut être qualifiée de « sous-groupe ». Pour le sous groupe k, on notera ces grandeurs  $\sigma_{g,k}$  et  $\omega_{g,k}$ .

La définition et le nombre de sous-groupes sont déterminés automatiquement par CALENDF. La propriété essentielle des tables de probabilité repose sur la capacité d'effectuer les calculs d'intégrales par la méthode de Lebesgue. En effet, le calcul de la section autoprotégée fait intervenir des calculs d'intégrale :

$$I_g = \int_{E \in g} F(\sigma(E)) dE = \int_{\sigma \in [\sigma_{g,\min}, \sigma_{g,\max}]} F(\sigma) \omega_g(\sigma) d\sigma$$

Avec  $\omega_g(\sigma) d\sigma$  la probabilité que la section efficace du groupe g soit comprise entre  $\sigma$  et  $\sigma + d\sigma$ .

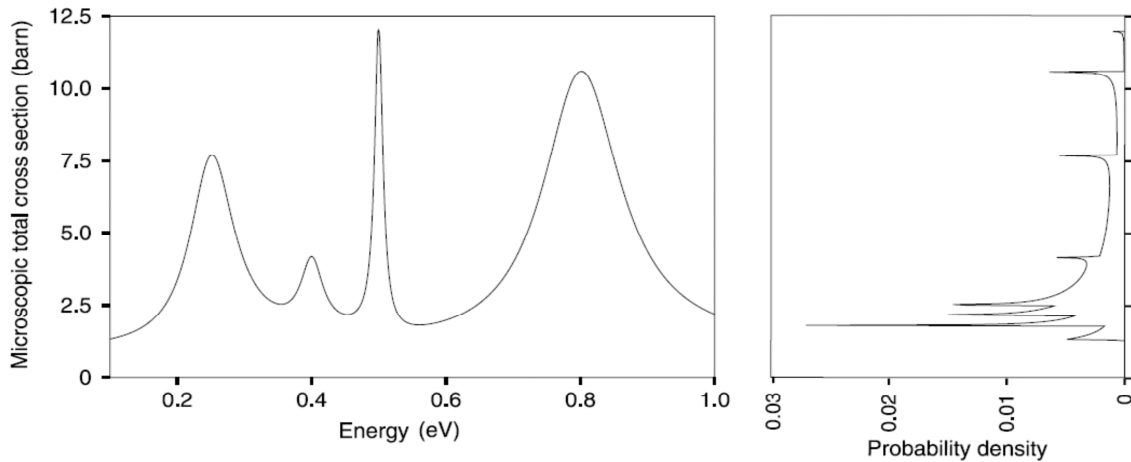


Figure 4 : illustration de la densité de probabilité  $\omega_g(\sigma)$

Par une méthode propre à CALENDF [RIBON], la distribution de probabilité  $\omega_g(\sigma)$  est discrétisée afin de réaliser le calcul d'intégrale sous la forme d'une quadrature :

$$I_g = \sum_k F(\sigma_{g,k}) \omega_{g,k}$$

De la même façon, on peut définir des tables de probabilités pour les différentes réactions en jeu.

On remarque par ailleurs que les tables de probabilités sont insensibles à la position exacte des résonances dans le groupe.

La réunion des sections microscopiques multigroupes à dilution infinie et des tables de probabilités forme une « bibliothèque » assimilable par ECCO.

Le choix d'un découpage énergétique fin à 1968 groupes a été déterminé en respectant les choix suivants :

- de 19,6403MeV à 4eV, les groupes ont une largeur en léthargie de 1/120
- de 4eV à 0,1eV, le maillage est adapté à la modélisation des réacteurs thermiques

Le choix de la largeur des groupes de 1/120 correspond au gain moyen en léthargie d'un neutron subissant un choc sur l'Uranium 238. En effet, on peut démontrer par développement limité que pour les noyaux de masse  $A \gg 1$  :

$$\xi \approx \frac{2}{A}$$

Avec un tel découpage énergétique, la source de ralentissement est a priori calculée de manière très précise. En effet, on peut en déduire que la majorité des neutrons présents dans un groupe sont issus d'un groupe plus rapide : la perte d'information induite par la mise en groupes des matrices de transfert est ainsi limitée.

### 2) Discussion de l'impact du traitement d'autoprotection

On peut évaluer l'impact du modèle d'autoprotection en comparant des calculs ECCO effectués avec ou sans l'application de la méthode des sous-groupes. Les résultats varient en fonction de la nature de la cellule modélisée :

Cellule	$k_{\infty, \text{autoprotégé}}$	$k_{\infty, \text{non autoprotégé}}$	Ecart (pcm)
SFR	1.14369	1.09175	4160
SPX	1.22685	1.17335	3716
ZONA2	1.68524	1.65460	1098

On constate que la non modélisation du phénomène d'autoprotection entraîne une sous-estimation de la réactivité de plusieurs milliers de pcm. Cela s'interprète principalement par la surestimation des captures résonnantes de l'Uranium 238.

On peut en effet observer le facteur d'autoprotection pour différents noyaux autoprotégés dans le contexte d'une cellule représentative du combustible de SPX (SuperPhenix), et constater la prépondérance de l'U238 :

$$f_{\text{autoprotection}} = \frac{\sigma_{\text{autop}}}{\sigma_{\infty}}$$

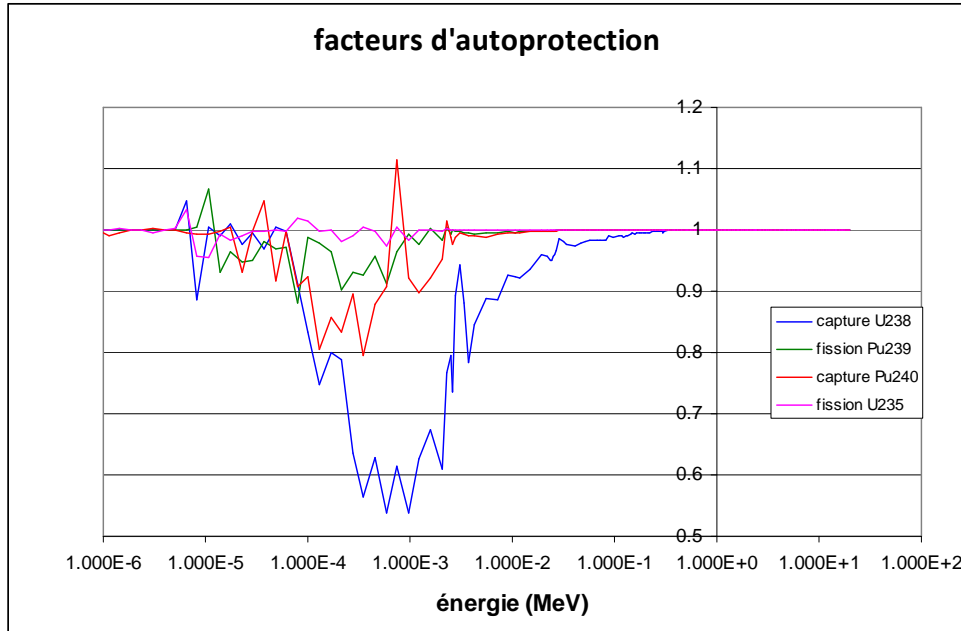


Figure 5 : facteurs d'autoprotection pour différents noyaux - cellule SPX , sections condensées sur le découpage à 175 groupes

## II. Théorie du modèle d'autoprotection par méthode des sous-groupes

### 1) Principe

La méthode des sous-groupes est une méthode relativement simple. En effet, la définition des sections multigroupes autoprotégées est une simple pondération de la section par le flux fin à l'intérieur du groupe considéré :

$$\tilde{\sigma}_{x,g}(\vec{r}) = \frac{\int_{E \in g} \sigma_x(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE}{\int_{E \in g} \phi(\vec{r}, E) dE}, \text{ pour une réaction } x$$

Et en appliquant les formules de quadrature mises à disposition par les tables de probabilités :

$$\tilde{\sigma}_{x,g}(\vec{r}) = \frac{\sum_k \sigma_{g,k}(\vec{r}) \phi(\vec{r}, \sigma_{g,k}) \omega_{g,k}}{\sum_k \phi(\vec{r}, \sigma_{g,k}) \omega_{g,k}}$$



La seule inconnue étant  $\phi_{g,k}(\vec{r}) = \phi(\vec{r}, \sigma_{g,k})$ , on comprend donc l'origine du terme « sous-groupe ». En effet, la structure du code ECCO étant réalisée sous forme de boucles d'itérations imbriquées, lors du traitement du groupe g, on réalise pour chaque sous-groupe k un calcul de flux dans lequel les sections efficaces du noyau résonnant sont  $\sigma_{x,g,k}$ .

Dans ECCO, les façons de calculer le flux selon que la géométrie soit homogène ou hétérogène diffèrent, et elles conduisent à des façons de calculer les sections autoprotégées particulières<sup>1</sup>.

## 2) Géométrie Homogène

### *a) Cas à 1 seul noyau résonnant*

L'équation du transport sous sa forme intégrée angulairement est la suivante :

$$\Sigma_t(E)\phi(E) = \int_{[0,\infty]} \Sigma_{s,l=0}(E' \rightarrow E)\phi(E')dE' + \frac{\chi(E)}{4\pi k_{eff}} Q_{f\ tot}$$

On introduit les termes propres aux noyaux résonnants 're' et non-résonnants 'nre' :

$$\Sigma_{t,nre}(E) = \sum_{i \in nre} N_i \sigma_{i,t}(E) : \text{la section totale macroscopique non résonnante}$$

$$\Sigma_{t,re}(E) = N_{re} \sigma_{re,t}(E) : \text{la section totale macroscopique du noyau résonnant}$$

$$S_{nre}(E) = \int_{[0,\infty]} \Sigma_{s,nre,l=0}(E' \rightarrow E)\phi(E')dE' + \frac{\chi(E)}{4\pi k_{eff}} Q_{f\ tot} : \text{la source globale excluant}$$

les renvois sur le noyau résonnant<sup>2</sup>

$$N_{re} r(E) = \int_{[0,\infty]} \Sigma_{s,re,l=0}(E' \rightarrow E)\phi(E')dE' : \text{la source de ralentissement sur le noyau}$$

résonnant

On peut écrire :

$$(\Sigma_{t,nre}(E) + \Sigma_{t,re}(E))\phi(E) = S_{nre}(E) + N_{re} r(E)$$

Et en se plaçant dans le sous-groupe k du groupe g, on a<sup>3</sup> :

$$(\Sigma_{t,nre} + \Sigma_{t,re,k})\phi_k = S_{nre} + N_{re} r_k$$

Où  $S_{nre}$  est considérée comme constante à l'intérieur du groupe g. Cette approximation réaliste se justifie par l'indépendance de cette source vis-à-vis de la structure fine du flux. En effet, de part la finesse du découpage énergétique (dont la largeur en léthargie des groupes correspond au gain moyen en léthargie par choc sur les noyaux lourds)

---

<sup>1</sup> Les méthodes développées dans ECCO sont présentées dans [RIMPAULT2]

<sup>2</sup> La source de fission étant calculée dans des itérations externes, elle est considérée comme connue

<sup>3</sup> La notation en indice du groupe g est implicite

la plupart des neutrons produits par cette source proviennent de groupes d'énergie plus élevée que celle du groupe g.

Dans le cadre des hypothèses du modèle statistique, adapté au domaine des résonances non-résolues, on considère que  $r_k$  est indépendant du sous-groupe k, et il peut être remplacé par sa valeur intégrée sur le groupe g :

$$r_k = r = \int_{E \in g} \sigma_{s, re, l=0}(\vec{r}, E) \phi(E) dE = \sum_k \sigma_{s, k} \phi_k \omega_k$$

$$\text{Avec } \sigma_{s, re, l=0}(E) = \int_{[0, \infty]} \sigma_{s, l=0}(E \rightarrow E') dE'$$

On peut alors exprimer le flux du sous-groupe k de manière très simple :

$$\phi_k = \frac{S_{nre} + N_{re} r}{\Sigma_{t, nre} + \Sigma_{t, re, k}} = \frac{C_{ste}}{\frac{\Sigma_{t, nre}}{N_{re}} + \sigma_{t, re, k}}$$

Le calcul des sections autoprotégées est donc simplifié ainsi, de telle sorte qu'il soit direct :

$$\tilde{\sigma}_{x, re} = \frac{\sum_k \frac{\sigma_{x, re, k} \omega_k}{\Sigma_{t, nre} + \sigma_{t, re, k}}}{\sum_k \frac{\omega_k}{\Sigma_{t, nre} + \sigma_{t, re, k}}}$$

*b) Cas à N noyaux résonnants*

De la même façon, on peut démontrer que le calcul des sections autoprotégées s'obtient de façon directe. Pour le noyau résonnant re\_n :

$$\tilde{\sigma}_{x, re\_n} = \frac{\sum_{k\_1} \sum_{k\_2} \dots \sum_{k\_N} \frac{\sigma_{x, re\_n, k\_n} \omega_{k\_1} \omega_{k\_2} \dots \omega_{k\_N}}{\Sigma_{t, nre} + \sigma_{t, re\_1, k\_1} + \sigma_{t, re\_2, k\_2} + \dots + \sigma_{t, re\_N, k\_N}}}{\sum_{k\_1} \sum_{k\_2} \dots \sum_{k\_N} \frac{\omega_{k\_1} \omega_{k\_2} \dots \omega_{k\_N}}{\Sigma_{t, nre} + \sigma_{t, re\_1, k\_1} + \sigma_{t, re\_2, k\_2} + \dots + \sigma_{t, re\_N, k\_N}}}$$

### 3) Géométrie Hétérogène – par méthode des probabilités de collision

#### *a) Cas à 1 seul noyau résonnant*

Dans le cadre de l'approximation d'un courant de fuite nul, on peut écrire le flux pour la région i et pour le sous-groupe k du groupe g ainsi<sup>1</sup> :

$$\phi_{i,g,k} = \sum_j S_{j,g} P_{ji,g,k}$$

Où :

$S_{j,g}$  est la source totale calculée dans la région j pour le groupe g,

$P_{ji,g,k}$  est la probabilité qu'un neutron du groupe g partant de la région j effectue sa première collision dans la région i, en considérant que la section totale des milieux vaut :

$$\Sigma_{t,g,k}(\vec{r}) = \Sigma_{t,nre,g}(\vec{r}) + \Sigma_{t,re,g,k}(\vec{r})$$

L'approximation qui est faite ici est que la source totale est constante à l'intérieur du groupe. Elle découle de l'hypothèse « résonance étroite » qui est assumée.

On en déduit donc que les sections autoprotégées du noyau résonnant 're' dans la région i et pour le sous-groupe k du groupe g s'écrivent ainsi :

$$\tilde{\sigma}_{x,re,i,g} = \frac{\sum_j S_{j,g} \sum_k \sigma_{x,re,g,k} P_{ji,g,k} \omega_{g,k}}{\sum_j S_{j,g} \sum_k P_{ji,g,k} \omega_{g,k}}$$

#### *b) Cas à N noyaux résonnants*

La méthode développée dans ECCO consiste à considérer l'autoprotection d'un seul noyau résonnant à la fois. Cela signifie que chaque noyau lourd est autoprotégé en appliquant l'hypothèse qu'il est le seul isotope résonnant. Une fois toutes les sections traitées, une nouvelle itération peut commencer en utilisant pour le calcul des composantes non-résonnantes les sections calculées à l'itération précédente.

Lorsque toutes les sections ont atteint un critère de convergence, on peut considérer que chaque isotope a été traité.

Evidemment, cette façon de procéder est une approximation qui affecte la modélisation de l'autoprotection dans le cadre de mélange de noyaux dont les résonances se recouvrent.

---

<sup>1</sup> La forme intégrale de l'équation du transport conduit au formalisme dit des probabilités de première collision [REUSS]

### III. Validation du modèle d'autoprotection d'ECCO

Pour réaliser la validation du modèle d'autoprotection par méthode des sous-groupes implémentée dans le code ECCO, on a effectué des comparaisons avec un code de référence de type Monte-Carlo : TRIPOLI 4.5 [BOTH] et [HUGOT].

Dans un premier temps, on a confronté à TRIPOLI différents calculs ECCO dans un contexte de cellule homogène infinie. Ainsi on limite le traitement d'ECCO à la seule autoprotection. On a traité différentes compositions :

- avec 1 seul noyau lourd résonnant : U238 seul ou Pu239 seul
- avec 2 noyaux lourds résonnants : mélange d'U238 et de Pu239
- avec un jeu de noyaux plus complet : assemblage combustible SuperPhenix (SPX) homogénéisé

On cherche ainsi à observer l'impact de l'autoprotection avec ou sans mélange. Par ailleurs, afin d'obtenir un ralentissement représentatif des cellules rapides, ces noyaux sont mélangés à des noyaux de structure : oxygène, fer et sodium<sup>1</sup>, en reprenant des compositions réalistes.

Dans un deuxième temps, on s'intéresse aux mêmes cas, dans le contexte de la méthode des sous-groupes couplée à la méthode des Pij, à savoir des calculs hétérogènes 1D et 2D. Les géométries modélisées sont alors représentatives de cellules d'assemblages combustibles pour réacteurs à neutrons rapides.

#### 1) Grille d'analyse

L'analyse des résultats obtenus n'est pas tout à fait évidente. En effet, si l'on cherche à valider la capacité du code ECCO à calculer correctement des sections autoprotégées, on est tenté de comparer les valeurs de chaque section calculée avec celle produite par le code étalon, et ce pour chacun des 1968 micro-groupes. Cependant, les écarts ainsi obtenus seraient difficilement interprétables puisqu'il n'existe pas de critère de qualité qui autoriserait la comparaison : leur impact sur la modélisation des cœurs resterait flou.

Afin d'obtenir des résultats interprétables, on condense les taux de réactions et les flux sur un maillage énergétique large : le maillage à 33 groupes utilisé lors des calculs projets. On effectue aussi des condensations de ces grandeurs sur différentes plages énergétiques particulières à chaque noyau :

- le continuum
- le domaine des résonances non résolues
- le domaine des résonances résolues
- le domaine total : de  $10^{-4}$  eV à 19,6403 MeV

---

<sup>1</sup> Subissant eux aussi un traitement d'autoprotection

D'autre part, on ne s'intéressera pas au flux en lui même afin de s'affranchir des différences de données relatives au spectre de fission<sup>1</sup>, parfois importantes entre ECCO et TRIPOLI pour le Plutonium 239 au-delà du MeV.

### 2) Contexte Homogène

Les compositions des différentes cellules modélisées sont toutes dérivées de modifications d'un même jeu de données SPX. Elles sont les suivantes :

	Concentration ( $10^{24}$ atomes/cm <sup>3</sup> )		
Isotope	Cas Pu239 seul	Cas U238 seul	Cas Pu239 & U238 (enrichissement de 15,7%)
O16	1.656941E-02	1.656941E-02	1.656941E-02
Na23	8.409568E-03	8.409568E-03	8.409568E-03
Fe56	2.100668E-02	2.100668E-02	2.100668E-02
U238		8.359306E-03	7.040338E-03
Pu239	8.324289E-03		1.313443E-03

#### *a) Cas Pu239 seul*

On peut dans un premier temps observer les résultats des écarts sur les sections obtenus en groupes fins (Figure 6). On peut faire plusieurs remarques :

- dans le domaine des résonances non-résolues, c'est-à-dire de 2.5keV à 30keV, les écarts dans chaque micro-groupes sont considérables : souvent plus de 10%, largement au-delà de l'erreur statistique
- dans le continuum, au-delà de 30 keV, les écarts sont largement inférieurs à l'erreur statistique : il n'y a pas à proprement parler de phénomène d'autoprotection à modéliser
- dans le domaine des résonances résolues, les écarts sont inférieurs à l'erreur statistique, mais celle-ci est grande. En effet, assez peu de neutrons parviennent dans ces basses énergies : le choix d'un découpage trop fin est nuisible à une bonne statistique

Si le domaine non-résolu semble être mal modélisé, il faut cependant relativiser ces observations en remarquant qu'il y a de grandes compensations entre micro-groupes voisins. Ainsi, dans un découpage large à 33 groupes, Figure 7, les écarts observés n'excèdent pas 1.5 %.

D'une manière générale, dans ces énergies, les sections utilisées par TRIPOLI proviennent de fichiers de tables de probabilités semblables à celles d'ECCO. Néanmoins, il faut noter qu'il y a une différence importante de niveau de détail de ces données. En effet, les tables destinées à TRIPOLI échantillonnent le domaine avec un découpage quatre fois plus fin que le découpage à 1968 groupes : il y a donc quatre fois plus d'information dans les données de TRIPOLI. Compte tenu des importantes fluctuations de ces sections, on peut supposer que ces différences de format de données ont une part de responsabilité dans ces écarts.

<sup>1</sup> Voir Annexe B.1.

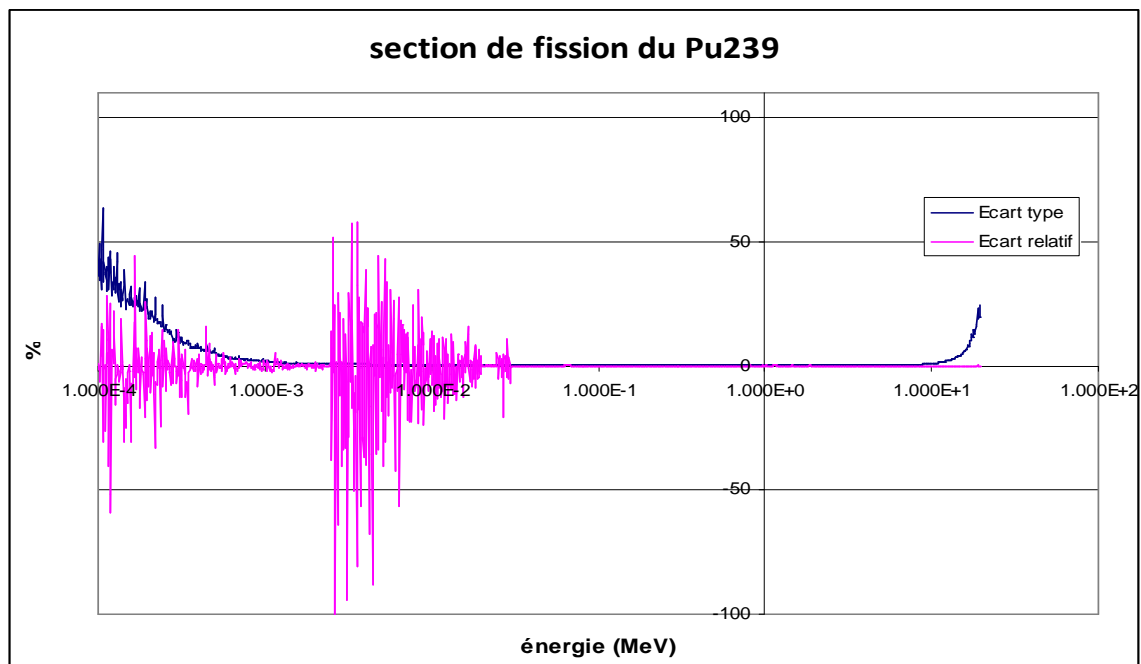


Figure 6 : écart relatif ECCO/TRIPOLI sur la section de fission du Pu239  
Cas Pu239 seul - groupes fins

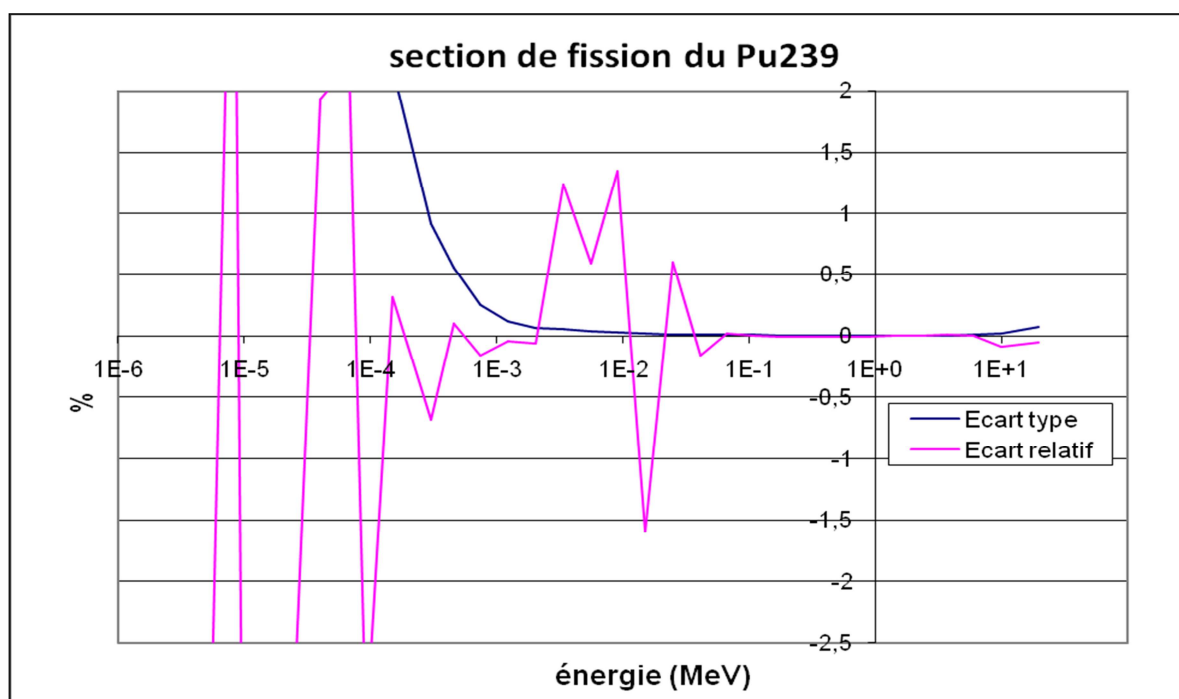


Figure 7 : écart relatif ECCO/TRIPOLI sur la section de fission du Pu239  
Cas Pu239 seul - groupes larges

### b) Cas U238 seul

De la même façon, on observe un comportement similaire sur le domaine non-résolu de l'Uranium 238, de 20keV à 300keV : Figure 8 et Figure 9. On remarque toutefois que les écarts dans ce domaine sont bien moins importants, généralement inférieurs à 10% en groupes fins, et qu'ils deviennent négligeables une fois la mise en groupes larges effectuée.

On peut par contre constater que dans le domaine résolu, la section de capture est sous-estimée par ECCO jusqu'à 2% en groupes larges en dessous du keV.

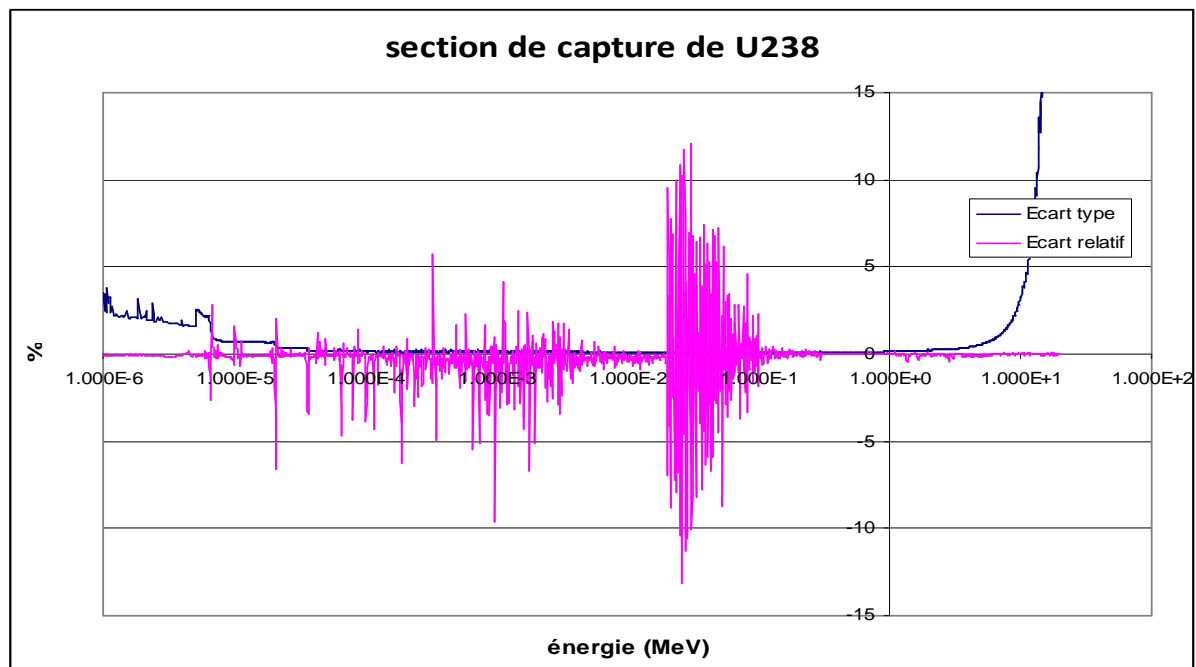


Figure 8 : écart relatif ECCO/TRIPOLI sur la section de capture de U238  
Cas U238 seul - groupes fins

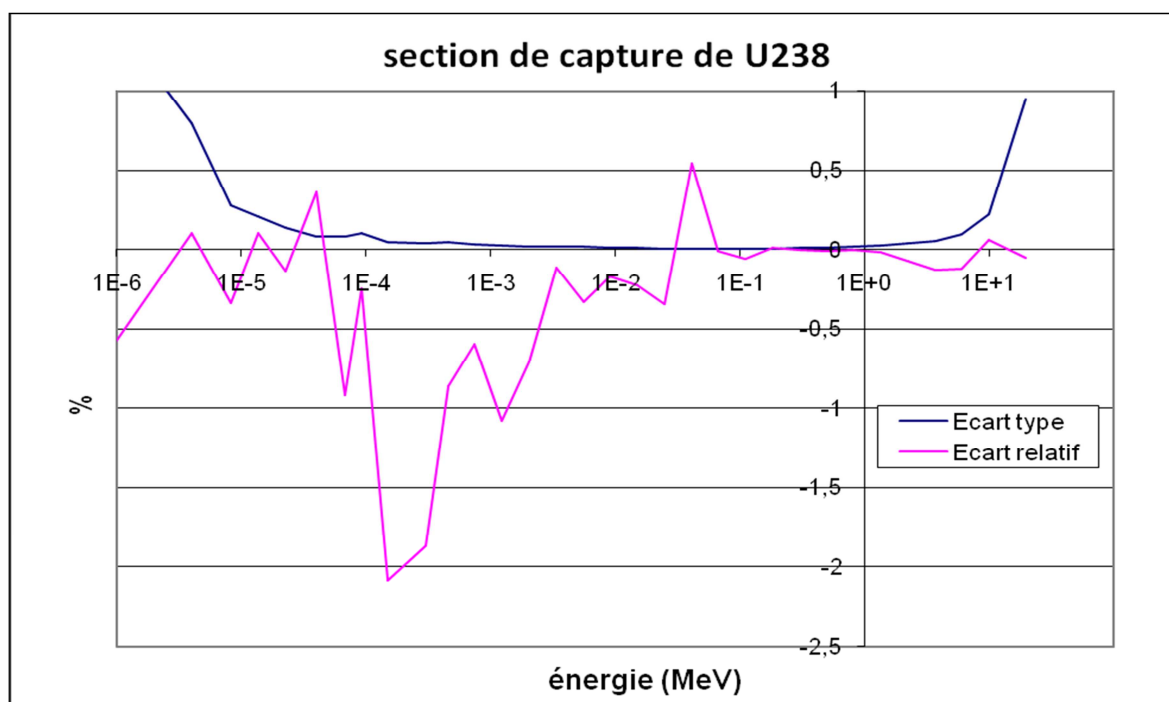


Figure 9 : écart relatif ECCO/TRIPOLI sur la section de capture de U238  
Cas U238 seul - groupes larges

### c) Cas Pu239 & U238 et Cas SPX

D'une manière générale, on observe le même comportement global que dans les deux cas précédents : Figure 10 à Figure 13 .

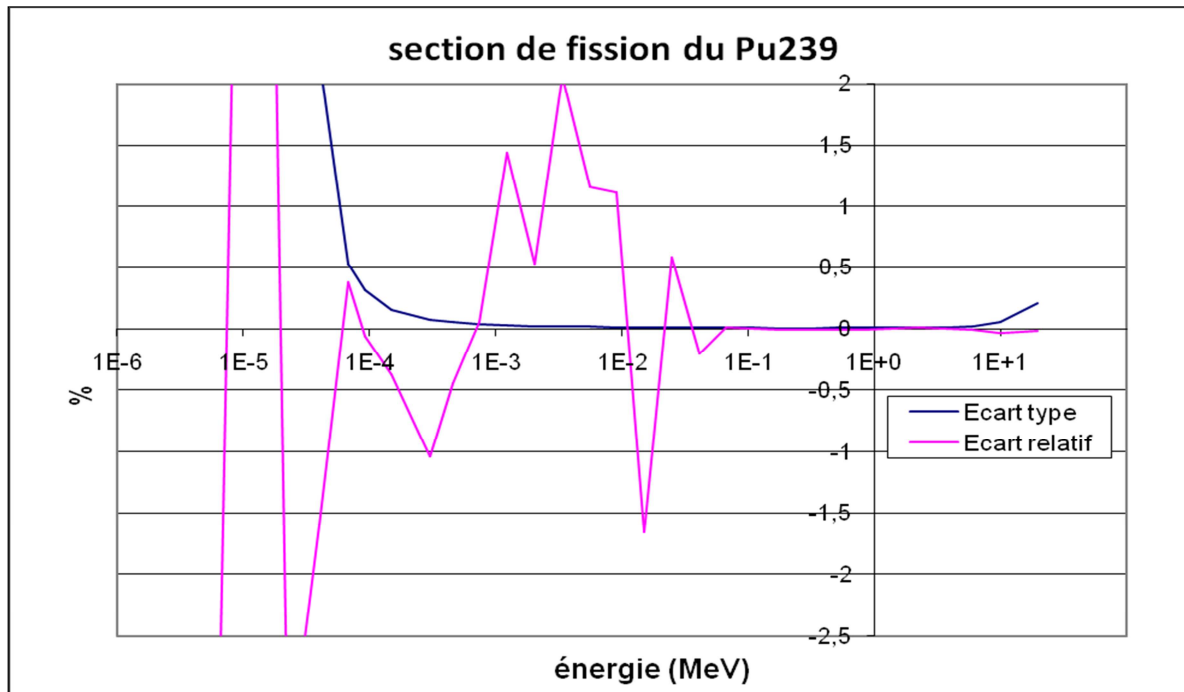


Figure 10 : écart relatif ECCO/TRIPOLI sur la section de fission du Pu239  
Cas Pu239 & U238 - groupes larges

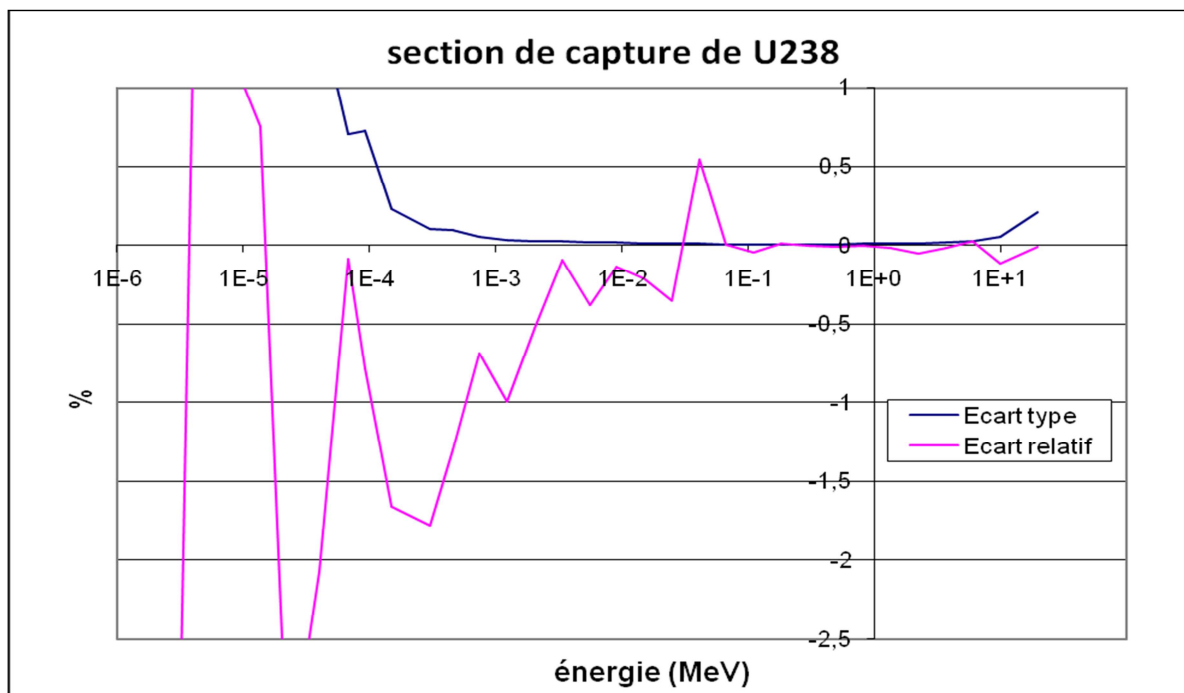


Figure 11 : écart relatif ECCO/TRIPOLI sur la section de capture de U238  
Cas Pu239 & U238 - groupes larges



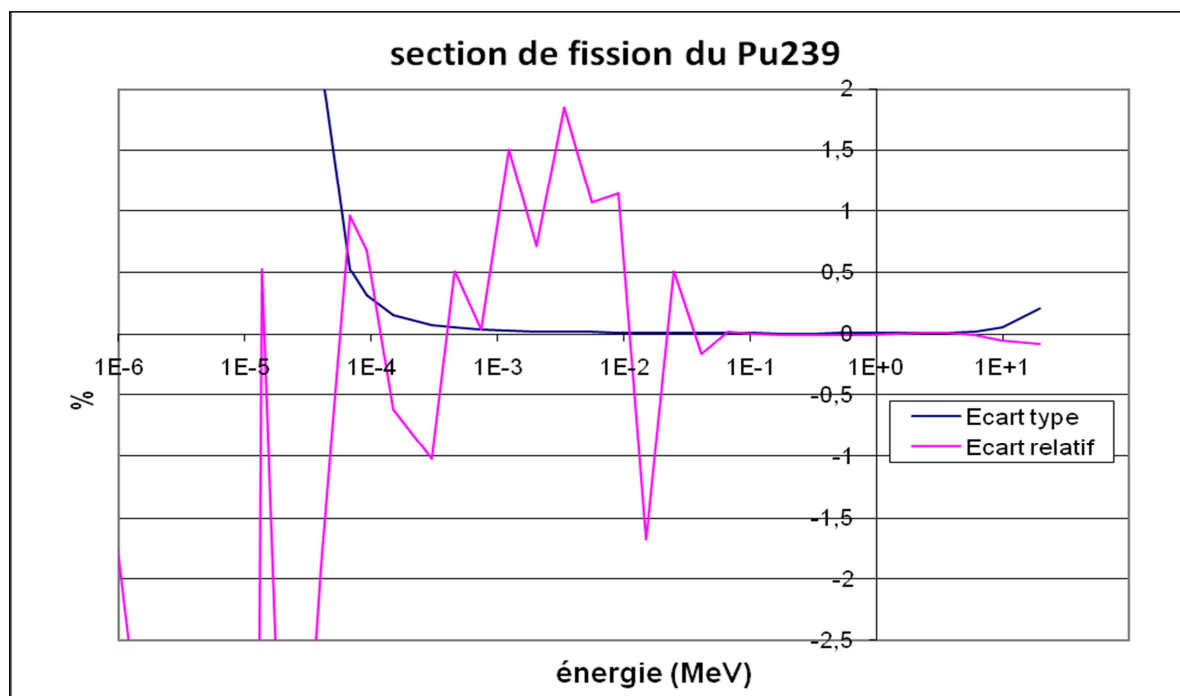


Figure 12 : écart relatif ECCO/TRIPOLI sur la section de fission du Pu239  
Cas SPX - groupes larges

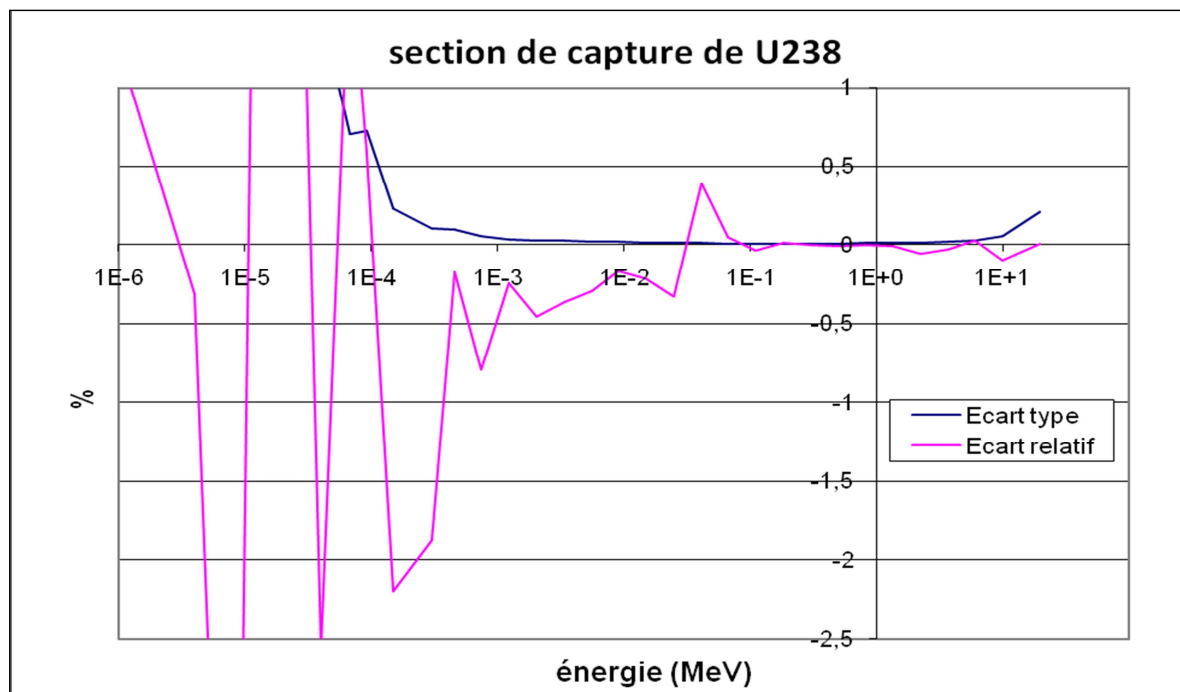


Figure 13 : écart relatif ECCO/TRIPOLI sur la section de capture de U238  
Cas SPX - groupes larges

## d) Résultats

On peut dans un premier temps s'intéresser à l'écart relatif entre ECCO et TRIPOLI sur le  $k_{\infty}$  des différentes cellules :

$k_{\infty}$	RESULTAT TRIPOLI	é.t. <sup>1</sup> pcm	RESULTAT ECCO	écart rel. pcm	é.t. rel. pcm
Pu239 seul	2.72051	9	2.71902	-55	3
U238 seul	0.14741	5	0.14737	-28	33
Pu239 & U238	1.40152	9	1.40250	70	6
SPX	1.21271	12	1.21340	56	9

D'une manière générale, on constate que les écarts relatifs sont tous inférieurs à 70pcm, ce qui s'avère conforme avec les spécifications du code ECCO<sup>2</sup>.

En appliquant la grille d'analyse précédemment définie sur les résultats obtenus dans le cadre des calculs effectués sur le découpage 33 groupes, on peut dégager les tableaux d'écarts relatifs suivants.

Fission du Pu239	Continuum Groupes 1 à 12			DNR <sup>3</sup> Groupes 13 à 18			DR Groupes 19 à 33			DT Groupes 1 à 33		
	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %
Pu239 seul	1.6547	0.002	-0.034	1.6746	0.009	0.025	3.9239	0.054	-0.018	1.6581	0.002	-0.030
Pu239 & U238	1.5899	0.003	-0.004	1.8254	0.005	0.164	5.9155	0.013	0.654	1.8036	0.003	0.124
SPX	1.5903	0.005	0.000	1.8366	0.007	0.145	6.1449	0.018	0.691	1.8735	0.004	0.156

Capture de U238	Continuum Groupes 1 à 8			DNR Groupes 9 à 14			DR Groupes 15 à 33			DT Groupes 1 à 33		
	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %
U238 seul	0.1007	0.011	-0.005	0.2643	0.004	0.034	0.9260	0.005	-0.354	0.4017	0.003	-0.081
Pu239 & U238	0.0980	0.005	0.082	0.2514	0.004	0.046	0.7712	0.007	-0.403	0.2826	0.003	-0.110
SPX	0.0981	0.008	0.069	0.2499	0.005	0.068	0.8298	0.009	-0.344	0.2960	0.004	-0.094

Il faut noter que l'écart type relatif a été approché en supposant qu'il n'y a pas de corrélation entre les groupes. C'est une approximation qui n'est généralement pas correcte, néanmoins l'écart type fourni permet de donner un ordre de grandeur réaliste.

$$\sigma_{\%}(X_G) = \frac{\sqrt{\sum_{g \in G} (\sigma_{\%}(X_g) X_g)^2}}{\sum_{g \in G} X_g},$$

Avec  $X_G = \sum_{g \in G} X_g$  et où  $\sigma_{\%}(X)$  est l'écart type relatif associé à la variable  $X$ .

<sup>1</sup> é.t. : écart type

<sup>2</sup> G. RIMPAULT, communication privée

<sup>3</sup> DNR : Domaine Non-Résolu, DR : Domaine Résolu, DT : Domaine Total

De ces grilles, on peut tirer plusieurs remarques.

Les écarts constatés sur le domaine du continuum sont généralement faibles : proches ou inférieurs au critère des 0,07%. Ceci est a priori normal puisque dans ces énergies, le phénomène d'autoprotection n'est pas présent : ce ne sont donc pas des écarts imputables au modèle d'autoprotection.

Dans les autres domaines énergétiques, y compris lorsqu'on considère l'ensemble du domaine, on constate que les écarts dans le cas des mélanges de noyaux lourds sont généralement plus élevés que dans les cas des noyaux lourds seuls. Cette observation souligne l'impact de l'approximation effectuée au sein d'ECCO dans le traitement des mélanges de noyaux résonnants :

- Dans le DNR : d'une manière générale, l'effet « mélange » est modéré. Dans le cas du Pu239 seul, il augmente les écarts de plus de 0,1% sur la section de fission du Pu239. Dans le cas de l'U238, il augmente les écarts de plus d'une dizaine de pcm.
- Dans le DR : l'effet « mélange » est moins aisé à observer car en dehors de cet effet, les écarts sont généralement importants.

Dans le domaine non-résolu, on peut retenir que les écarts sont relativement faibles par rapport aux fluctuations que l'on peut observer groupe à groupe.

Dans le domaine résolu, en dehors du cas Pu239 seul où l'on peut supposer de très importantes compensations et une erreur statistique très favorable, les écarts dépassent systématiquement 0,3%.

Sur le domaine total, on peut observer que le spectre rapide des cellules fait tendre les sections vers leurs valeurs moyennes sur le DNR. Ainsi, on constate des écarts plutôt modérés. Dans le cas de la fission sur le Pu239, les écarts sont semblables à ceux observés sur le DNR. Dans le cas de la capture sur l'U238, les écarts entre le DNR et le DR se compensent pour rester proches des 0,1%.

### *e) Conclusions*

D'une manière générale, on peut retenir que sur le coefficient de multiplication, les écarts relevés sont tout à fait admissibles.

Dans le cas des écarts sur les sections, on peut aussi juger qu'ils restent acceptables. En effet, dans les domaines énergétiques d'importance<sup>1</sup> pour une cellule rapide (le continuum et le domaine non-résolu) des écarts inférieurs à 0,15% peuvent être jugés comme faibles vis-à-vis des incertitudes généralement admises dans le cadre des calculs de cœur. Il est aussi possible de les comparer au critère d'incertitude maximale admissible pour les méthodes de calcul définie par O. Bouland [BOULAND], vis-à-vis des incertitudes sur les données nucléaires, qui est de 0,3%.

Ainsi, on retient que dans le cas homogène infini, le modèle d'autoprotection par méthode des sous-groupes implémentée dans ECCO donne des résultats satisfaisants vis-à-vis des exigences actuelles en termes de calculs de cellules rapides.

---

<sup>1</sup> Voir Annexe B.2

### 3) Contexte Hétérogène

On a vu que dans le cadre des calculs de modélisation de cœurs de réacteurs à neutrons rapides, la problématique de l'hétérogénéité était de moindre importance que dans le cas des calculs pour les réacteurs modérés. L'impact des hétérogénéités dans le calcul d'autoprotection ne doit donc pas bouleverser les conclusions tirées dans le cadre des calculs sur cellules homogènes.

Néanmoins, au sein d'ECCO, on a vu que le traitement d'autoprotection dans les géométries hétérogènes était effectué d'une façon spécifique : il est incorporé au calcul de flux par méthode des Pij<sup>1</sup>, dans le cadre de l'hypothèse des résonances étroites.

On distingue aussi deux types de cellules hétérogènes se distinguant par leur méthode de calcul des Pij :

- cellule hétérogène 1D cylindrique ou cartésien : méthode des Pij exactes<sup>2</sup>
- cellule hétérogène 2D : méthode des Pij approchées<sup>3</sup>

Il est à noter qu'il existe une méthode de calcul des Pij exactes dans le cas d'une géométrie 2D spécifique (réseau rectangulaire) nommée PRONACE. Cette méthode est réalisée par lancers de rayon, ce qui la rend très couteuse et rarement utilisée dans le cadre des études de cœurs.

Dans cette étude, on cherche principalement à savoir si la validation vérifiée dans le cas homogène peut être étendue aux cas hétérogènes pour les réacteurs à neutrons rapides.

#### *a) Méthode des Pij exactes*

On a choisi de modéliser des cellules 1D-cylindriques reprenant les caractéristiques géométriques des cellules SPX.

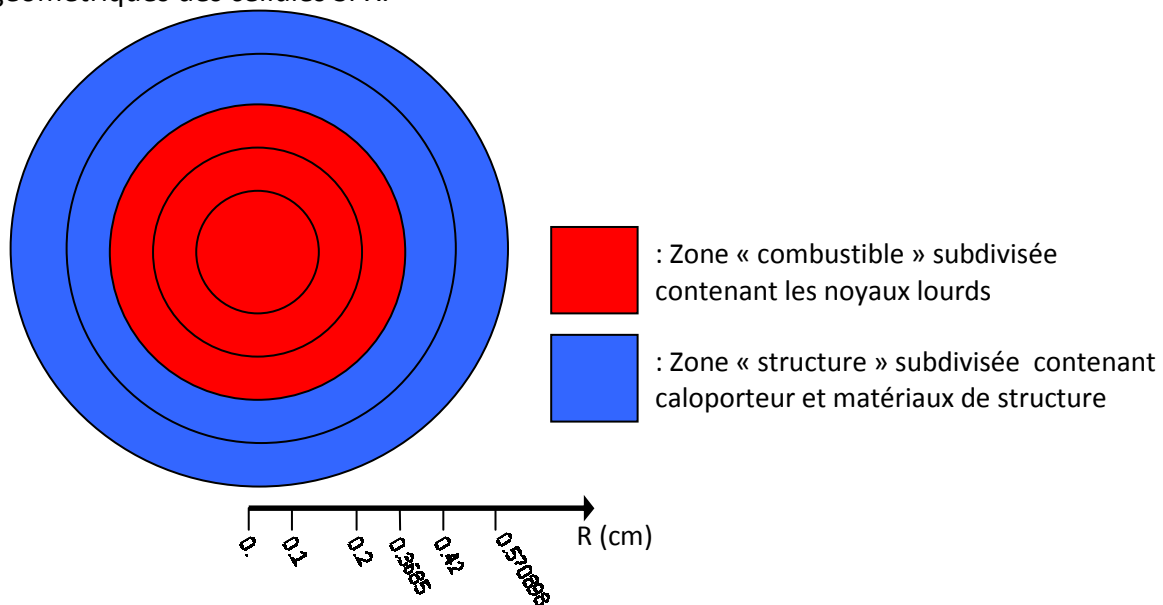


Figure 14 : illustration de la cellule 1D-cylindrique représentative de SuperPhenix

<sup>1</sup> Méthodes des Probabilités de Collision

<sup>2</sup> Voir [TOMMASI1]

<sup>3</sup> Voir [TOMMASI2]

## CHAPITRE B : VALIDATION DU MODELE D'AUTOPROTECTION

Afin d'effectuer une modélisation TRIPOLI cohérente avec celle d'ECCO, on applique une condition limite « COSINUS » sur la surface radiale représentant une réflexion isotrope. La procédure de comparaison à TRIPOLI est identique à celle des cas homogènes.

Les écarts obtenus groupe à groupe montrent le même comportement global que l'on avait observé auparavant. Pour obtenir des renseignements plus quantitatifs, on peut s'intéresser aux  $k_{\infty}$  :

$k_{\infty}$	RESULTAT TRIPOLI	é.t. <sup>1</sup> <i>pcm</i>	RESULTAT ECCO	écart rel. <i>pcm</i>	é.t. rel. <i>pcm</i>
Pu239 seul	2.72105	9	2.71987	-43	3
U238 seul	0.14849	15	0.14816	-219	103
Pu239 & U238	1.40609	21	1.40733	88	15
SPX	1.21877	34	1.21915	31	28

Compte tenu de l'incertitude statistique, on peut considérer que les écarts relatifs obtenus sont tout à fait semblables à ceux obtenus dans le contexte des cellules homogènes.

En appliquant la grille d'analyse :

Fission du Pu239	Continuum Groupes 1 à 12			DNR <sup>2</sup> Groupes 13 à 18			DR <sup>3</sup> Groupes 19 à 33			DT <sup>4</sup> Groupes 1 à 33		
	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %
Pu239 seul	1.6550	0.002	<b>-0.035</b>	1.6731	0.009	<b>0.019</b>	3.9006	0.054	<b>0.025</b>	1.6583	0.002	<b>-0.030</b>
Pu239 & U238	1.5900	0.007	<b>-0.003</b>	1.8251	0.012	<b>0.159</b>	5.9450	0.029	<b>0.554</b>	1.8072	0.006	<b>0.118</b>
SPX	1.5904	0.014	<b>0.000</b>	1.8364	0.021	<b>0.145</b>	6.1740	0.050	<b>0.700</b>	1.8789	0.011	<b>0.171</b>

Capture de U238	Continuum Groupes 1 à 8			DNR Groupes 9 à 14			DR Groupes 15 à 33			DT Groupes 1 à 33		
	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %
U238 seul	0.1006	0.036	<b>0.034</b>	0.2639	0.012	<b>0.033</b>	0.9074	0.015	<b>-0.307</b>	0.3990	0.011	<b>-0.078</b>
Pu239 & U238	0.0979	0.012	<b>0.070</b>	0.2511	0.008	<b>0.046</b>	0.7567	0.015	<b>-0.373</b>	0.2805	0.006	<b>-0.079</b>
SPX	0.0980	0.022	<b>0.066</b>	0.2496	0.015	<b>0.060</b>	0.8085	0.026	<b>-0.306</b>	0.2929	0.011	<b>-0.059</b>

D'une manière générale, on peut considérer que dans le cas d'une cellule hétérogène calculée par méthode des  $P_{ij}$  exactes, les résultats obtenus, en termes de coefficient de multiplication ou de sections autoprotégées, sont tout à fait semblables à ceux obtenus dans le cas des cellules homogènes.

<sup>1</sup> é.t. : écart type

<sup>2</sup> Domaine Non-Résolu

<sup>3</sup> Domaine Résolu

<sup>4</sup> Domaine Total

## b) Méthode des Pij approchées

On a choisi de modéliser des cellules reprenant les caractéristiques géométriques des assemblages SPX.

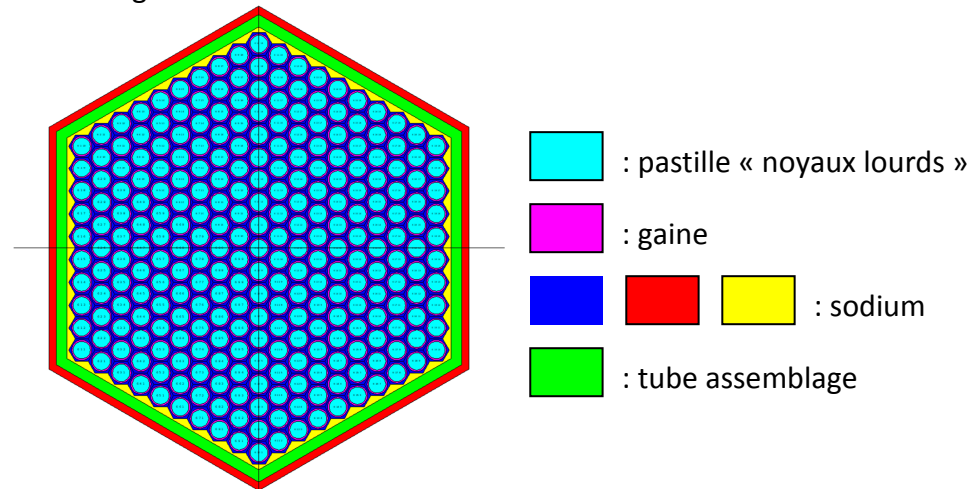


Figure 15 : illustration de la cellule assemblage de SuperPhenix

Compte tenu des approximations dans le cadre du calcul de flux, et donc dans le calcul de coefficient de multiplication, il faut rester prudent quant à l'interprétation des écarts sur le  $k_{\infty}$  :

$k_{\infty}$	RESULTAT TRIPOLI	é.t. <sup>1</sup> pcm	RESULTAT ECCO	écart rel. pcm	é.t. rel. pcm
Pu239 seul	2.72274	9	2.72269	-2	3
U238 seul	0.14993	16	0.15129	906	104
Pu239 & U238	1.41131	20	1.41441	220	14
SPX	1.22398	15	1.22685	235	13

D'une manière générale, on ne peut rien conclure de ces résultats quant à l'impact de l'autoprotection. En effet, on peut suspecter que les approximations des Pij soient principalement responsables des écarts observés.

La grille d'analyse permet d'obtenir des renseignements plus explicites quant à la qualité du traitement d'autoprotection effectué :

Fission du Pu239	Continuum Groupes 1 à 12			DNR <sup>2</sup> Groupes 13 à 18			DR <sup>3</sup> Groupes 19 à 33			DT <sup>4</sup> Groupes 1 à 33		
	résultat TRIPOLI b	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI b	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI b	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI b	é.t. rel. %	écart rel. %
Pu239 seul	1.6555	0.002	<b>-0.001</b>	1.6718	0.009	<b>0.010</b>	3.9074	0.053	<b>0.039</b>	1.6587	0.002	<b>0.001</b>
Pu239 & U238	1.5902	0.007	<b>0.014</b>	1.8252	0.012	<b>0.152</b>	5.9940	0.030	<b>0.575</b>	1.8104	0.006	<b>0.116</b>
SPX	1.5906	0.006	<b>0.019</b>	1.8362	0.010	<b>0.147</b>	6.2357	0.023	<b>0.609</b>	1.8840	0.005	<b>0.149</b>

<sup>1</sup> é.t. : écart type

<sup>2</sup> Domaine Non-Résolu

<sup>3</sup> Domaine Résolu

<sup>4</sup> Domaine Total

Capture de U238	Continuum Groupes 1 à 8			DNR Groupes 9 à 14			DR Groupes 15 à 33			DT Groupes 1 à 33		
	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %	résultat TRIPOLI <i>b</i>	é.t. rel. %	écart rel. %
U238 seul	0.1005	0.036	<b>-0.131</b>	0.2636	0.012	<b>-0.049</b>	0.8926	0.016	<b>-0.564</b>	0.3963	0.011	<b>-0.234</b>
Pu239 & U238	0.0977	0.011	<b>-0.122</b>	0.2508	0.008	<b>-0.026</b>	0.7457	0.015	<b>-0.577</b>	0.2787	0.006	<b>-0.273</b>
SPX	0.0978	0.010	<b>-0.137</b>	0.2494	0.007	<b>-0.002</b>	0.7943	0.012	<b>-0.564</b>	0.2904	0.005	<b>-0.283</b>

On peut considérer que dans le cas de la fission du Pu239, les écarts sont tout à fait comparables avec ceux obtenus en situation homogène.

Dans le cas de la capture de l'U238, les résultats sont par contre différents. Néanmoins, sur le continuum et sur le domaine non résolu, les écarts restent inférieurs à 0,15%. Dans le domaine résolu, les écarts de près de 0,6% semblent importants. En effet, sur le domaine total, l'écart sur la section avoisine le critère des 0,3%.

### *c) Conclusions*

Dans le cas d'une cellule rapide traitée avec une méthode des Pij calculées exactement, on peut considérer que les conclusions tirées dans le cas des cellules homogènes sont tout à fait valables.

On a vu que les approximations sur les Pij avaient un impact sur le calcul de flux, et donc sur le calcul du coefficient multiplicateur. Cependant, compte tenu de l'impact limité du caractère hétérogène d'une cellule rapide sur le phénomène d'autoprotection, on a pu observer que les écarts de calcul sur les sections autoprotégées restaient admissibles, compte tenu de leurs applications.

### IV. Conclusion

Après avoir présenté les bases physiques du phénomène d'autoprotection, ainsi que l'importance de sa modélisation au sein des codes de neutronique, le modèle mis en place dans le code ECCO a été expliqué d'un point de vue théorique. En effet, la méthode des sous-groupes a été développée selon deux formalismes différents : un formalisme dédié aux problèmes homogènes et un formalisme pour les problèmes hétérogènes traités par la méthode des probabilités de première collision.

On a par ailleurs soulevé une carence en matière de validation : jusqu'à présent, la modélisation du phénomène d'autoprotection réalisée par ECCO n'avait pas été clairement validée dans le contexte du calcul des cellules pour les réacteurs à neutrons rapides. En effet, le principal travail de validation du modèle d'autoprotection de ce code, effectué durant la thèse de Stephan Rahlfs [RAHLFS], a porté sur l'étude de cellules de réacteurs à eau pressurisée, dont les caractéristiques en terme de ralentissement sont très éloignées de celles des réacteurs à neutrons rapides. Compte tenu de l'intérêt porté à ce type de réacteurs pour le développement des technologies Génération IV, il semble évident qu'ECCO aura un rôle à jouer à l'avenir, en tant que code de référence, voire en tant que code de production.

L'étude de validation du modèle d'autoprotection du code ECCO a porté sur les deux formalismes de la méthode des sous-groupes. Elle a donc consisté en l'analyse de calculs sur cellules homogènes et de calculs sur cellules hétérogènes en comparaison avec un code étalon : TRIPOLI 4.5. On a discuté de l'effet du traitement de l'autoprotection dans le cadre de noyaux résonnants seuls et dans le cadre des mélanges. On a aussi inspecté l'impact des approximations effectuées lors du calcul de flux sur les cellules 2D (méthode des probabilités de collision approchées).

D'une manière générale, on est parvenu à la conclusion selon laquelle le modèle d'autoprotection du code ECCO était satisfaisant pour la modélisation des réacteurs à neutrons rapides. Plus exactement, on peut conclure que les biais variables qui découlent de ce modèle peuvent se borner à des valeurs de l'ordre de la centaine de pcm sur le facteur de multiplication, et à 0,3% sur les sections efficaces intégrales. Ces grandeurs sont acceptables vis-à-vis des spécifications et des incertitudes sur les données nucléaires de base.

D'autre part, il est important de remarquer que, bien que le découpage à 1968 groupes présente un niveau de détail élevé, les bibliothèques d'ECCO ne sont pas comparables à celles de TRIPOLI qui sont largement plus « fines ». En effet, un simple raffinement du maillage énergétique de référence d'ECCO permet d'améliorer significativement les performances d'ECCO [RAHLFS].



## CHAPITRE C : VALIDATION DU CALCUL DE FLUX

La méthode de calcul du flux implémentée dans ECCO est la méthode des probabilités de première collision. Le calcul de ces probabilités est effectué avec de manière simplifiée dans le cas de la modélisation d'assemblages réalistes. La validation du calcul de flux par ces méthodes approchées doit être faite pour le cas des assemblages rapides<sup>1</sup> : pour cela, on confronte ECCO au code TRIPOLI-4.5.

On s'intéresse à un ensemble d'assemblages rapides constituant un panel représentatif de ceux que l'on souhaite modéliser à l'aide d'ECCO. Ainsi, on comparera différentes grandeurs calculées avec ECCO avec celles calculées avec TRIPOLI : coefficient de multiplication, sections macroscopiques condensées à un groupe, indices de spectre, effets de vidange. On investiguera aussi les origines des écarts obtenus en effectuant des calculs Monte-Carlo multigroupes (en by-passant le modèle d'autoprotection: on utilise les mêmes sections multigroupes en dilution infinie dans les cas déterministes et stochastiques), et en affinant les descriptions des cellules afin de mieux prendre en compte le tube d'assemblage.

### 1. Méthode de calcul de flux implémentée dans le code ECCO

#### 1) Formalisme des probabilités de première collision

Le code réseau nécessite le calcul du flux neutronique à l'échelle d'un assemblage. Du point de vue de la description géométrique, c'est un problème difficile à représenter à travers un maillage structuré. On choisit donc généralement d'utiliser une description non-maillée. Ce choix conduit à utiliser une forme intégrale de l'équation du transport. Dans le code ECCO, il a été choisi d'utiliser le formalisme des probabilités de première collision.

##### *a) Forme intégrale de l'équation du transport*

On considère dans un premier temps l'équation du transport établie sous sa forme différentielle multigroupe [REUSS] :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int \sum_{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2 \Omega' + \frac{\chi_g(\vec{r})}{4\pi k_{eff}} Q_{f,tot}(\vec{r})$$

avec  $Q_{f,tot}(\vec{r}) = \int \sum_{4\pi} \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2 \Omega'$

En posant  $\vec{r}' = \vec{r} - s\vec{\Omega}$ , on a  $\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} = -\frac{d}{ds}$ , ce qui permet d'écrire :

$$-\frac{d\phi_g(\vec{r}', \vec{\Omega})}{ds} + \Sigma_{t,g}(\vec{r}') \phi_g(\vec{r}', \vec{\Omega}) = \int \sum_{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}', \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}', \vec{\Omega}') d^2 \Omega' + \frac{\chi_g(\vec{r}')}{4\pi k_{eff}} Q_{f,tot}(\vec{r}')$$

<sup>1</sup> Elle a été faite sur le cas test CAMELEON, représentant une cellule REP [RAHLFS], on se propose ici de multiplier les cas test rapides.

En définissant le chemin optique :  $\tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega}) = \int_0^s \Sigma_{t,g}(\vec{r} - s'\vec{\Omega}) ds'$

On peut écrire la relation :

$$\frac{d}{ds} \left[ e^{-\tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega})} \phi_g(\vec{r}', \vec{\Omega}) \right] = e^{-\tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega})} \left[ \frac{d\phi_g(\vec{r}', \vec{\Omega})}{ds} - \Sigma_{t,g}(\vec{r}') \phi_g(\vec{r}', \vec{\Omega}) \right]$$

En considérant la relation triviale :

$$\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = - \int_0^\infty \frac{d}{ds} \left[ e^{-\tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega})} \phi_g(\vec{r}', \vec{\Omega}) \right] ds$$

Et en combinant ces relations, on obtient la forme intégrale de l'équation du transport :

$$\begin{aligned} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= - \int_0^\infty e^{-\tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega})} \left[ \frac{d\phi_g(\vec{r}', \vec{\Omega})}{ds} - \Sigma_{t,g}(\vec{r}') \phi_g(\vec{r}', \vec{\Omega}) \right] ds \\ \Rightarrow \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \int_0^\infty e^{-\tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega})} \left[ \int_{4\pi} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}', \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}', \vec{\Omega}') d^2\Omega' + \frac{\chi_g(\vec{r}')}{4\pi k_{eff}} Q_{f\,tot}(\vec{r}') \right] ds \\ \text{Ou encore } \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \int_0^\infty e^{-\tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega})} Q_g(\vec{r} - s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) ds \end{aligned}$$

$$\text{En ayant posé } Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{4\pi} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' + \frac{\chi_g(\vec{r})}{4\pi k_{eff}} Q_{f\,tot}(\vec{r})$$

### b) Formalisme des probabilités de première collision

Dans ce document, on ne s'intéresse qu'à la validation de la méthode des probabilités de collision approchées utilisée pour la modélisation des assemblages de réacteurs rapides. Pour cela, on se place dans un contexte d'assemblage infini axialement, et répété radialement selon un réseau infini. Ainsi, le modèle de fuite d'ECCO n'introduit aucun biais. Pour parvenir à cette situation, les calculs sont réalisés à laplacien nul.

Dans cette configuration, le formalisme des probabilités de première collision est approché dans ECCO et devient équivalent à celui obtenu dans le cadre de l'hypothèse du choc isotrope :

$$\Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g}(\vec{r})$$

$$Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} Q_g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \left( \sum_{g'} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{g'}(\vec{r}) + \frac{\chi_g(\vec{r})}{k_{eff}} Q_{f\,tot}(\vec{r}) \right)$$

$$\text{Avec } \phi_g(\vec{r}) = \int_{4\pi} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega$$

L'équation intégrale devient alors :

$$\phi_g(\vec{r}) = \int_{4\pi} \int_0^\infty e^{-\tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega})} Q_g(\vec{r} - s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) ds d^2\Omega$$

On remarque que  $d^3r' = ds s^2 d^2\Omega$  et on note désormais :  $\tau_g(\vec{r}, \vec{r}') = \tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega})$ .

Le flux se calcule par une intégration sur tout le domaine spatial  $D$  :

$$\phi_g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_D \frac{e^{-\tau_g(\vec{r}, \vec{r}')}}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^2} Q_g(\vec{r}') d^3r'$$

Dans le contexte d'un maillage non-structuré,  $D$  est subdivisé en plusieurs régions. On intègre alors les différentes grandeurs explicitées sur chacune des régions notées  $i$  et  $j$  :

$$\int_{V_j} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) d^3r = \int_{V_j} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \frac{1}{4\pi} \sum_{i \in D} \int_{V_i} \frac{e^{-\tau_g(\vec{r}, \vec{r}')}}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^2} Q_g(\vec{r}') d^3r' d^3r$$

En considérant que les flux et les sources sont proches de leurs valeurs moyennes.

Pour  $\vec{r} \in V_i$  :

$\phi_g(\vec{r}) = \phi_{g,i}$	$\Sigma_{t,g}(\vec{r}) = \Sigma_{t,g,i}$
$\Sigma_{s,0,g' \rightarrow g}(\vec{r}) = \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g,i}$	$\chi_g(\vec{r}) = \chi_{g,i}$ et $v\Sigma_{f,g}(\vec{r}) = v\Sigma_{f,g,i}$
$Q_g(\vec{r}) = Q_{g,i} = \left( \sum_{g'} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g,i} \phi_{g',i} + \frac{\chi_{g,i}}{k_{eff}} Q_{f,tot,i} \right)$	$Q_{f,tot,i} = \sum_g v\Sigma_{f,g,i} \phi_{g,i}$

On peut écrire :

$$V_j \Sigma_{t,g,j} \phi_{g,j} = \frac{1}{4\pi} \sum_{i \in D} \left( Q_{g,i} \int_{V_j} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \int_{V_i} \frac{e^{-\tau_g(\vec{r}, \vec{r}')}}{s^2} d^3r' d^3r \right)$$

En définissant la matrice des probabilités de première collision :

$$P_{ij,g} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \int_{V_j} \frac{e^{-\tau_g(\vec{r}, \vec{r}')}}{4\pi s^2} d^3r' d^3r$$

On obtient l'équation du transport sous la forme :

$$V_j \Sigma_{t,g,j} \phi_{g,j} = \sum_{i \in D} (Q_{g,i} V_i P_{ij,g})$$

Les propriétés de ces probabilités sont exhaustivement décrites dans [TOMMASI1] :

- La relation de réciprocité :

$$V_i \Sigma_{t,g,i} P_{ij,g} = V_j \Sigma_{t,g,j} P_{ji,g}$$

- La probabilité de sortie sans choc d'un neutron émis dans  $i$  :

$$P_{is,g} = 1 - \sum_j P_{ij,g}$$

- En considérant une émission isotrope des neutrons à partir de la surface (cas d'une réflexion blanche), on peut définir la probabilité qu'un neutron parvienne dans  $i$  après une émission sur la surface  $S$ :

$$P_{si,g} = \frac{4V_i}{S} \Sigma_{t,g,i} P_{is,g}$$

- Enfin, la probabilité de sortie sans choc d'un neutron émis par la surface :

$$P_{ss,g} = 1 - \sum_j P_{sj,g}$$

Ces grandeurs permettent de calculer les probabilités de collision étendues, utilisées dans le cadre des domaines réfléchis isotropiquement :

$$\tilde{P}_{ij,g} = P_{ij,g} + \frac{P_{is,g} P_{sj,g}}{1 - P_{ss,g}}$$

### 2) Approximations du calcul des probabilités de collision

On a vu que les probabilités de collisions se définissaient par l'intégration (sur un volume de départ et un volume d'arrivée) d'un chemin optique. Dans certains cas simples<sup>1</sup> il existe des solutions analytiques, mais dans le cadre des géométries complexes telles que celles décrivant les assemblages de réacteurs, le calcul de ces probabilités nécessite l'emploi d'une méthode de « lancer de rayons ». Au sein d'ECCO, la méthode *PRONACE* permet de réaliser ces calculs dans le cadre de réseaux rectangulaires uniquement. En pratique, ce procédé est peu employé et on lui préfère des solutions approchées moins coûteuses en temps de calcul.

Deux méthodes approchées sont développées dans ECCO : la méthode « Double Step » et la méthode de Roth. Elles apportent une solution de calcul dans toutes les configurations envisagées.

#### *a) Méthode Double Step*

Pour traiter des géométries complexes imbriquées, il est possible d'utiliser une méthode de cylindrisation. Par exemple, le réseau d'assemblage du cœur SuperPhénix peut être approché par un réseau d'aiguilles entourées d'une couche de caloporteur incorporant les éléments environnants<sup>2</sup> : Figure 16. La forme de cette enveloppe ne permet pas de calculer simplement des probabilités de collision ; on peut alors l'approcher par une couronne cylindrique en respectant une condition de conservation (conservation du volume ou de la surface d'échange) : Figure 17.

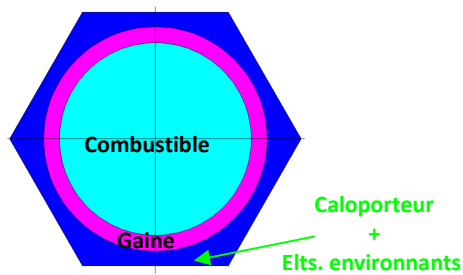


Figure 16 : Cellule SPX

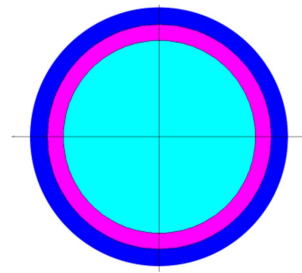


Figure 17 : Cellule SPX cylindrisée

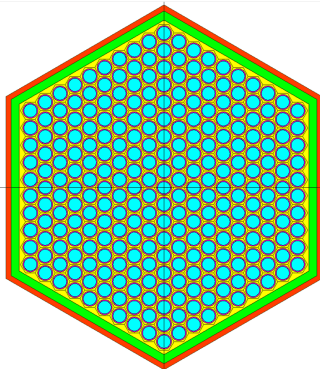


Figure 18 : Assemblage SPX

La méthode Double Step s'inspire de cette méthode de cylindrisation des régions enveloppantes<sup>3</sup> et apporte une solution quelle que soit la nature des régions enveloppées. En effet, dans le cas de la modélisation d'un assemblage complet, le réseau de crayons est cerclé de caloporteur, lui-même imbriqué dans un tube hexagonal et un caloporteur inter-assemblage. Il est possible de décomposer le calcul des probabilités de collision en deux étapes isolées (1<sup>er</sup> STEP), pour enfin les combiner par le biais d'une matrice de couplage à calculer (2<sup>ème</sup> STEP).

<sup>1</sup> Empilement de plaques, cylindres imbriqués, etc

<sup>2</sup> Tube de l'assemblage et caloporteur présent de part et d'autre du tube.

<sup>3</sup> En effet, la méthode Double Step appliquée dans les cas de modélisations de cellules (tels que représentés dans les Figure 16 et Figure 17) est équivalente à une cylindrisation par conservation du volume

• 1<sup>er</sup> STEP

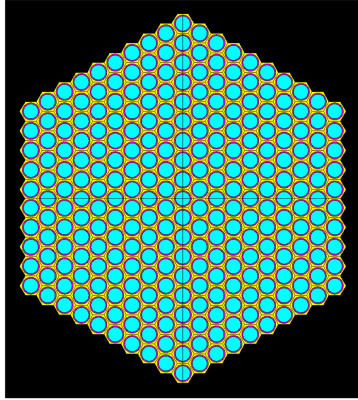


Figure 19 : Domaine englobé A

Dans un premier temps, on effectue le calcul des probabilités de collision sur le domaine englobé, noté A. Dans le cas d'un réseau hexagonal, le calcul est effectué avec la méthode de Roth décrite dans la suite. La condition limite fixée sur le contour du réseau est une condition de vide (Figure 19).

On notera ces probabilités :  $P_{ij}^A$

La seconde étape est le calcul des probabilités de collision sur les différentes régions englobantes (Figure 20). Pour cela, on les cylindrise pour former le domaine notée B. Le domaine A est alors remplacé par un corps infiniment absorbant et une condition de réflexion blanche<sup>1</sup> est appliquée sur la surface extérieure (Figure 21).

On notera ces probabilités :  $P_{ij}^B$

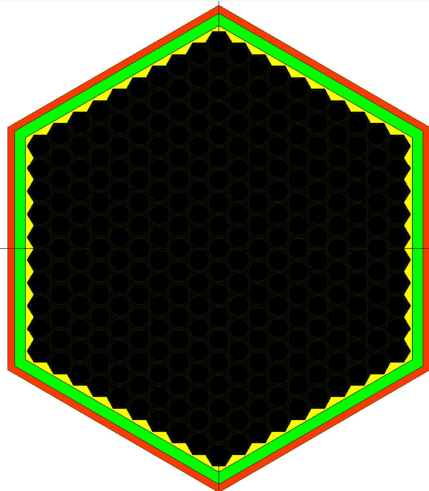


Figure 20 : Domaine englobant

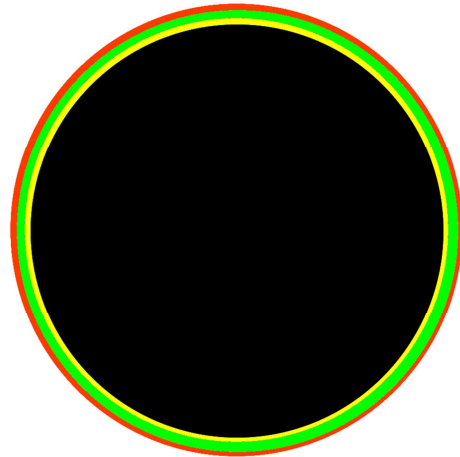


Figure 21 : Domaine englobant cylindrisé B

• 2<sup>ème</sup> STEP

On homogénéise simplement les domaines A et B.

Un premier calcul représentant ces deux régions, avec une condition de réflexion blanche, permet de définir les probabilités de collision de A vers B :  $P_{AB}$

Un calcul représentant seulement le domaine A permet de définir les probabilités :

$$p_{AS} = 1 - p_{AA} \text{ et } p_{SA} = \frac{4V_A}{S} \sum_{i,A} p_{AS}$$

<sup>1</sup> Une réflexion blanche est, par analogie avec la notion de « spectre blanc », une réflexion isotrope.

Un calcul représentant les domaines A et B réfléchis sur la surface externe et où A est remplacé par un corps infiniment absorbant, permet de définir les probabilités :

$$p_{BS} = p_{BA} \text{ et } p_{SB} = \frac{4V_B}{S} \Sigma_{t,B} p_{BA}$$

Avec S la surface d'échange entre A et B.

En considérant les couplages :

$$P_{AB} = p_{AS} N_{AB} p_{SB}$$

$$P_{BA} = p_{BS} N_{BA} p_{SA}$$

On peut définir pour I et J (indépendamment A ou B):

$$N_{IJ} = (1 - \delta_{IJ}) \frac{P_{IJ}}{p_{IS} p_{SJ}}$$

On utilise enfin cette matrice pour combiner les probabilités calculées lors du 1<sup>er</sup> STEP. Si i appartient à la région I et j à la région J :

$$P_{ij} = \delta_{IJ} P_{ij}^I + P_{iS}^I N_{IJ} P_{Sj}^J$$

- Approximations de la méthode

On peut remarquer principalement que la cylindrisation des régions englobantes introduit systématiquement une indistinction des faces de la géométrie : la seule condition limite de réflexion admissible est une réflexion blanche avec une redistribution des neutrons sur toute la surface. On minimise donc fortement les forts effets d'hétérogénéités qu'on pourrait observer dans le cas d'assemblages non symétriques.

### b) Méthodes de Roth<sup>1</sup>

Lorsque la géométrie peut être décomposée en plusieurs domaines K sur lesquels on peut simplifier le calcul des probabilités de collision (notées  $P_{ij}^K$ ), il est possible d'approcher linéairement la probabilité qu'un neutron émis dans la région i du domaine A interagisse dans la région j du domaine B :

$$P_{iA \rightarrow jB} = \delta_{AB} P_{ij} + P_{iS}^A Q_{AB} \frac{P_{Sj}^B}{1 - P_{SS}^B}$$

$Q_{AB}$  étant la probabilité qu'un neutron émis par la surface de A parvienne à la surface de B. Cette grandeur est généralement déterminée par des considérations simplement géométriques (rapport de surfaces contigües). Dans la méthode de base, les faces des cellules constituant un réseau ne sont pas distinguées, ce qui ne permet pas de modéliser correctement un réseau non homogène (aiguilles de combustible et de fertile mélangées). Les méthodes Roth-4 (resp. Roth-6) permettent d'améliorer la précision de la méthode pour modéliser des réseaux de cellules rectangulaires (resp. hexagonales) par distinction des faces des mailles.

Le principal défaut des méthodes de Roth est l'hypothèse de redistribution isotrope de la source des neutrons sur les surfaces des domaines. Il est donc impossible de modéliser les couloirs de vide qui se forment lors de la vidange du caloporteur.

---

<sup>1</sup> Présentées dans [ROTH]

### II. Validation du calcul de flux sur plusieurs assemblages rapides

Pour réaliser la validation du calcul de flux par méthode des probabilités de collisions approchées implémentée dans le code ECCO, on l'a confronté avec TRIPOLI4.5 sur un panel d'assemblages représentatifs de son domaine d'utilisation : les cœurs de réacteurs à neutrons rapides de petites ou grandes tailles. On a choisi d'utiliser la bibliothèque de données nucléaires JEFF3.1.

#### 1) Modélisations

##### *a) Assemblages MASURCA*

MASURCA est une maquette expérimentale de puissance très faible, quelques kW au maximum, destinée à l'étude des réacteurs nucléaires à neutrons rapides. Les expériences qui y sont menées sont utilisées pour la qualification et l'amélioration des méthodes de calcul de neutronique et des données nucléaires. Par ailleurs, la flexibilité de l'installation permet de réaliser des cœurs aux caractéristiques proches de celles des cœurs en développement pour l'avenir.

Les assemblages de MASURCA ont les caractéristiques suivantes :

- ils sont carrés, de 10.6 cm de coté
- le tube en acier qui les structure à une épaisseur de 2.2 mm
- ils peuvent être garnis de crayons ou « réglettes<sup>1</sup> » formant un réseau 8x8
- ils peuvent être garnis de plaques empilées

##### • MAS1AP

L'assemblage MAS1AP fait partie des premiers assemblages mis en place dans la maquette. Il est assez peu représentatif des assemblages que l'on souhaite mettre en place dans les cœurs de puissance. Néanmoins, il présente un caractère hétérogène qui lui confère un intérêt certain dans le cadre de cette étude.

Il est constitué de 16 crayons combustibles métalliques entourés chacun par des réglettes de graphite, qui n'en font pas pour autant un assemblage thermique. Le combustible est enrichi à 25% en Plutonium (Figure 22).

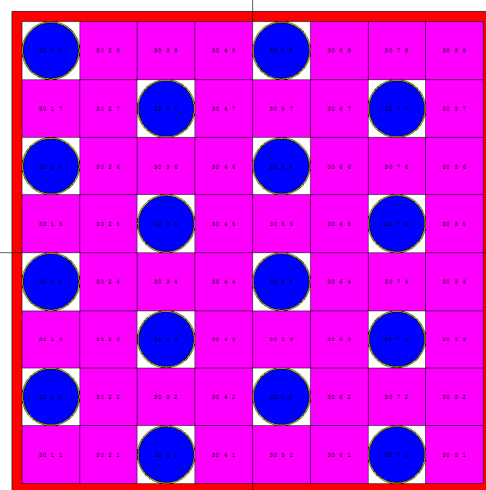


Figure 22 : Illustration MAS1AP

<sup>1</sup> Une réglette peut être du sodium gainé, du graphite, etc

- ZONA1 et ZONA2

Les assemblages ZONA sont des assemblages contenant du combustible oxyde enrichi au Plutonium et des réglettes sodium. Ce sont les assemblages les plus représentatifs des cœurs de puissance utilisant ce caloporteur. Ils présentent toutefois une proportion importante de sodium : 32 réglettes sur les 64, soit environ 25% de plus que dans un cœur tel que celui de Superphénix.

ZONA1 est constitué de 24 crayons combustibles enrichis<sup>1</sup> à 27.1% en Plutonium et de 8 crayons fertiles contenant de l'U238. Son enrichissement moyen de 20% le rapproche des cœurs tels que SFR (Figure 23).

ZONA2 est constitué de 32 crayons combustibles enrichis à 27.1% en Plutonium (Figure 24).

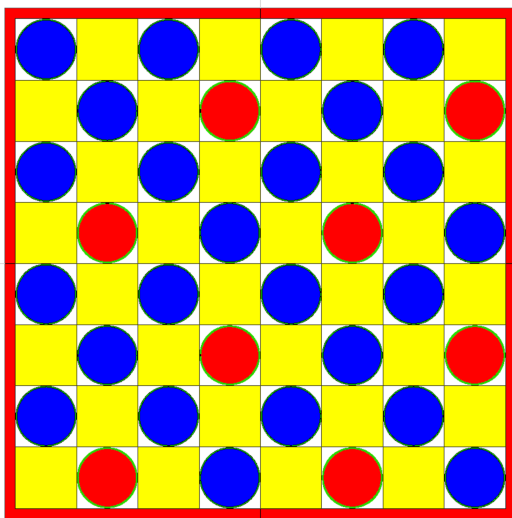


Figure 23 : Illustration ZONA1

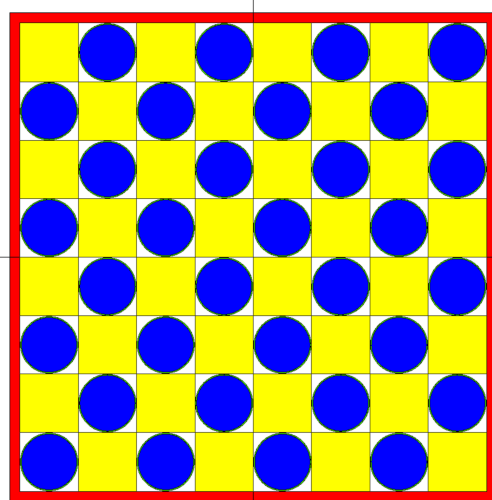


Figure 24 : Illustration ZONA2

### b) Assemblages réacteurs de puissance

Tous les assemblages de puissance considérés sont de type hexagonal.

- GFR<sup>2</sup>

Le réacteur GFR est un réacteur à caloporteur Hélium. Le combustible est de type carbure. Il est présenté encapsulé dans des plaques de carbure de silicium (Figure 25). La représentation de la configuration de cet assemblage a donné lieu à des développements dans le code ECCO [TOMMASI2]. Sa configuration hexagonale peut être décomposée en trois tiers, contenant chacun 9 plaques enrichies à 13.7% en Plutonium.

On a choisi une modélisation ECCO de type PLATE<sup>3</sup> dont les volumes des différentes régions concordent avec la géométrie réaliste (Figure 26).

<sup>1</sup> En termes de concentrations

<sup>2</sup> Gas Fast Reactor

<sup>3</sup> Une étude [PENELIAU] portant sur différentes approximations géométriques des assemblages GFR à plaques a conclu sur l'impact limité d'une approximation de type « plaques parallèles » : moins de 100 pcm sur le  $k_{\infty}$



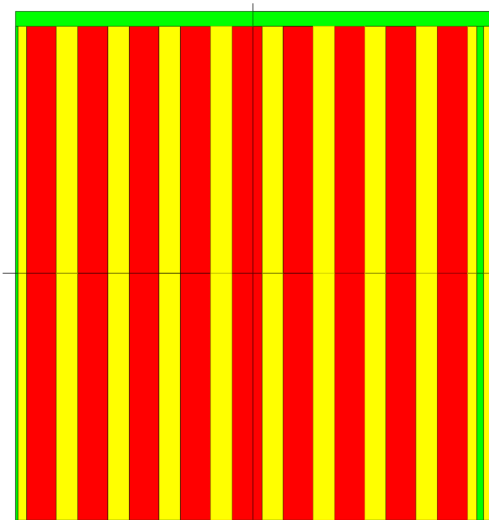


Figure 25 : Illustration GFR  
modélisation 'PLATE'

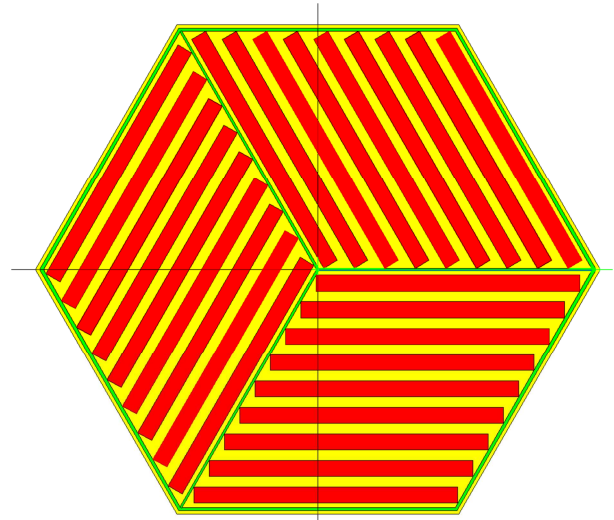


Figure 26 : Illustration GFR  
modélisation réaliste

- CAPRA<sup>1</sup>

Les assemblages CAPRA sont destinés à l'élimination du Plutonium dans des réacteurs dits « incinérateurs ». Ils sont refroidis au Sodium et contiennent 469 aiguilles.

Les aiguilles combustibles sont enrichies à 43%. Elles sont mélangées à des aiguilles de « matrice », au rôle modérateur et diluant. Deux aiguilles sur trois sont combustibles. On s'est intéressé à différentes matrices : MgAl, B4C, ZrHx, ou '2/3 B4C + 1/3 ZrHx' (Figure 27 et Figure 28).

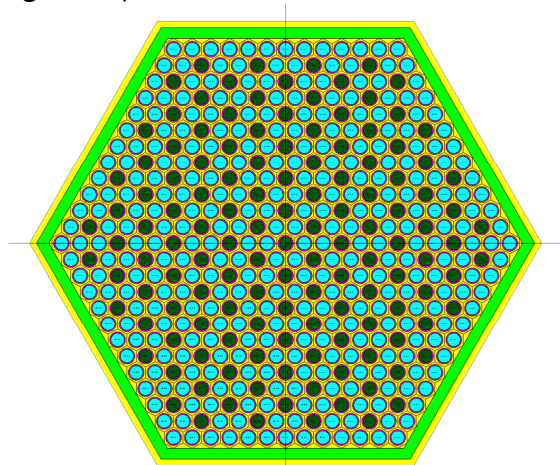


Figure 27 : Illustration CAPRA B4C

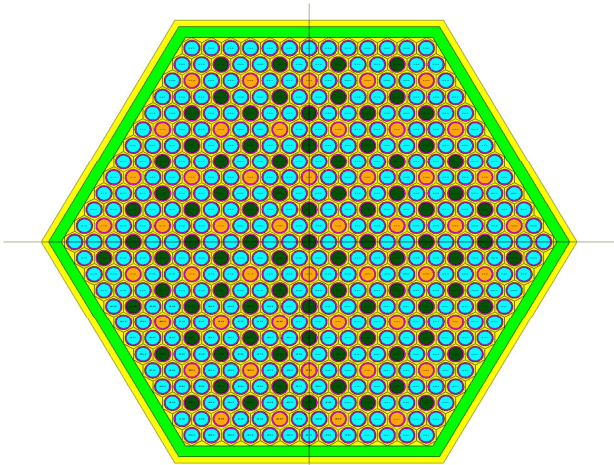


Figure 28 : Illustration CAPRA '2/3 B4C + 1/3 ZrHx'

<sup>1</sup> Consommation Accrue de Plutonium dans les réacteurs RAPides

- SPX<sup>1</sup> et SFR<sup>2</sup>

SPX et SFR sont deux réacteurs de puissance refroidis au Sodium. On s'intéresse ici aux assemblages des cœurs internes, disposant de 271 aiguilles combustibles :

- SPX présente un enrichissement en Plutonium de 15.6%, on « dilue » le trou des pastilles avec le combustible : Figure 29
- SFR présente un enrichissement en Plutonium de 14.9% : Figure 30

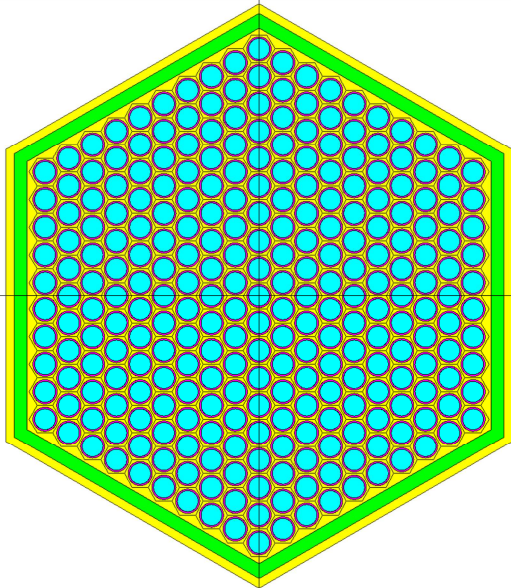


Figure 29 : Illustration SPX

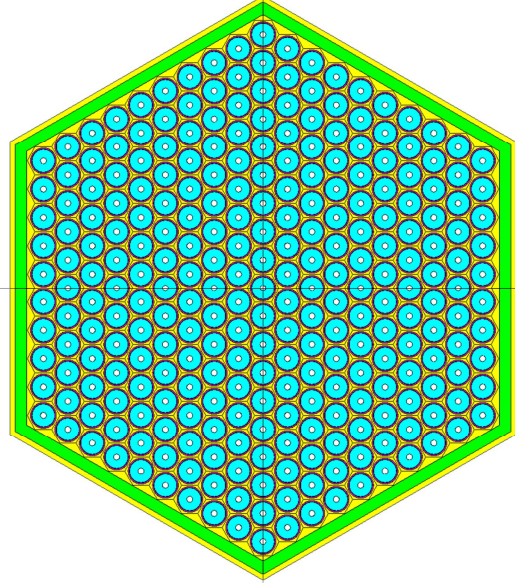


Figure 30 : Illustration SFR

Les descriptions des cellules ECCO de chaque assemblage sont données en Annexe C.1.

### c) Modélisations dans le code ECCO

Afin de n'introduire aucun biais lié au modèle de fuites d'ECCO, on se place dans le contexte d'un réseau infini d'assemblages, d'une hauteur infinie.

Pour cela, on utilise les conditions de réflexion disponibles sur les frontières des cellules 2D : généralement une réflexion blanche<sup>3</sup> avec redistribution sur toute la frontière (condition *WHITE*). Dans le cas du GFR, la condition de réflexion imposée sur une cellule de type *PLATE* est a priori spéculaire, mais compte tenu de l'approximation géométrique, le sens de cette condition transposée à la géométrie réaliste est particulier.

On annule les fuites en imposant une valeur de laplacien nulle.

Afin d'avoir une estimation cas par cas des biais introduits par le seul modèle d'autoprotection<sup>4</sup>, on modélise une version homogénéisée et infinie de chaque configuration.

---

<sup>1</sup> SuperPhéniX

<sup>2</sup> Sodium Fast Reactor, version 2B

<sup>3</sup> La réflexion blanche est définie par une probabilité d'émission du neutron réfléchi dans une direction d'angle  $\theta$  à la normale à la surface proportionnelle à  $\cos \theta$

<sup>4</sup> Incluant la méthode des sous-groupes et les données à 1968 groupes

Les calculs ECCO suivent les routes standards de référence (Figure 31 et Figure 32):

```
ECCO
MILIEU (EDL_MILIEU)
REFERENCE_UNIT 'BBL_REF'
CELLULE 'CELLULE_ASSEMBLAGE'
EDITION MOYENNE
'EXEMPLE DE CALCUL CELLULE HOMOGENE'
STEPS 2
STEP GEOMETRY HOMOGENEOUS
GROUP STRUCTURE OTHER 33
INPUT LIBRARY 'BBL_33G'
ELEMENTS ALL
FLUX SOLUTION FM P1 CONSISTENT ORDER 1
SELF SHIELDING NODDBSH
BUCKLING 0.0
STEP GEOMETRY HOMOGENEOUS
GROUP STRUCTURE FINE
INPUT LIBRARY 'BBL_1968G'
FIND_ELEMENTS_IN_LIST 'Pu239' 'U238' 'U235' 'Fe56' 'Na23' ...
FLUX SOLUTION FM P1 CONSISTENT ORDER 1
SELF SHIELDING NODDBSH
BFROM 1
CONDENSE 33 1 82 142 202 ...
ENDSTEPS;
```

**Figure 31 : route de modélisation pour les assemblages homogénéisés**

```
! CAS « ROTH 6 » POUR LES CAS HEXAGONAUX
! AUTREMENT, ON UTILISE « ROTH 4 »
ECCO
MILIEU (EDL_MILIEU)
REFERENCE_UNIT 'BBL_REF'
CELLULE 'CELLULE_ASSEMBLAGE'
EDITION MOYENNE
'EXEMPLE DE CALCUL CELLULE HETEROGENE'
STEPS 4
STEP GEOMETRY ORIGINAL
GROUP STRUCTURE OTHER 33
INPUT LIBRARY 'BBL_33G'
ELEMENTS ALL
FLUX SOLUTION CP P1 CONSISTENT ORDER 1
SELF SHIELDING NODDBSH
LEAKAGE NLFACT CELL BENOIST FLUXWT MEAN
BUCKLING 0.0
PROFILE COLLISION PROBABILITIES ROTH 6
STEP GEOMETRY ORIGINAL
GROUP STRUCTURE FINE
INPUT LIBRARY 'BBL_1968G'
FIND_ELEMENTS_IN_LIST 'Pu239' 'U238' 'U235' 'Fe56' 'Na23' ...
FLUX SOLUTION CP P1 CONSISTENT ORDER 1
SELF SHIELDING NODDBSH
LEAKAGE NLFACT CELL BENOIST FLUXWT MEAN
BFROM 1
PROFILE COLLISION PROBABILITIES ROTH 6
CONDENSE 33 1 82 142 202 ...
STEP GEOMETRY ORIGINAL
GROUP STRUCTURE OTHER 33
FLUX SOLUTION CP P1 CONSISTENT ORDER 1
SELF SHIELDING NODDBSH
LEAKAGE NLFACT CELL BENOIST FLUXWT MEAN
BUCKLING 0.0
PROFILE COLLISION PROBABILITIES ROTH 6
STEP HOMOGENISE
GEOMETRY HOMOGENEOUS
GROUP STRUCTURE OTHER 33
FLUX SOLUTION FM P1 CONSISTENT ORDER 1
SELF SHIELDING NODDBSH
BFROM 3
ENDSTEPS;
```

**Figure 32 : route de modélisation pour les assemblages hétérogènes**

On remarquera que tous les calculs ECCO sont effectués selon le mode *CONSISTENT*. Néanmoins, dans un contexte sans fuite, on verra que le choix du mode *CONSISTENT* ou *INCONSISTENT* n'a pas d'impact.

### *d) Modélisations TRIPOLI*

Les calculs réalisés avec TRIPOLI consistent à simuler une tranche d'assemblage de 20cm de hauteur. La condition limite sur les faces axiales est une réflexion spéculaire simulant une hauteur d'assemblage infinie. Pour concorder au mieux avec ECCO, on applique sur les faces radiales une condition de réflexion isotrope : *COSINUS*.

On réalise aussi les calculs de référence des cellules homogènes infinies pour chaque cas.

On remarque par ailleurs que le choix d'une condition limite radiale de réflexion n'est pas le mieux adapté pour représenter un réseau infini d'assemblages dans le cas où ces derniers ne sont pas symétriques : généralement, les assemblages MASURCA sont asymétriques. Une condition de translation disponible dans TRIPOLI permet de représenter un réseau véritable : le biais induit par la condition *WHITE* peut ainsi être estimé.

## 2) Résultats

Dans le cadre de la validation du calcul de flux implémenté dans ECCO, on cherche à quantifier les écarts obtenus vis-à-vis des calculs de référence TRIPOLI sur différents paramètres d'intérêt.

Dans un premier temps, on dresse un récapitulatif des caractéristiques des assemblages étudiés. On s'intéresse ensuite aux écarts proprement dits à travers plusieurs grandeurs d'intérêts. Afin de s'affranchir des biais du modèle d'autoprotection, on effectue des calculs ECCO et TRIPOLI multigroupes dans lesquels l'autoprotection n'est pas traitée, c'est-à-dire en utilisant des sections à dilution infinie. Enfin, on aborde un aspect pratique de modélisation des assemblages : l'effet du tube d'assemblage.

En annexe, des points particuliers ont été abordés :

- L'impact des différents modèles géométriques du GFR<sup>1</sup>
- L'impact de la condition *WHITE* pour modéliser un réseau infini d'assemblages<sup>2</sup>
- L'option *INCONSISTENT/CONSISTENT* dans les options de calcul ECCO<sup>3</sup>

### *a) Caractéristiques des différents assemblages*

Afin de justifier de manière quantitative les choix des assemblages étudiés ici, c'est à dire le fait qu'ils permettent une bonne représentation du domaine d'utilisation d'ECCO, on observe deux caractéristiques de ces assemblages : la dureté du spectre et le caractère hétérogène de l'assemblage.

---

<sup>1</sup> Voir Annexe C.2

<sup>2</sup> Voir Annexe C.3

<sup>3</sup> Voir Annexe C.4

## CHAPITRE C : VALIDATION DU CALCUL DE FLUX

On utilise pour cela le paramètre de dureté  $R$  telle qu'il est définie dans l'interface ECCO-ERANOS sur la version homogénéisée de l'assemblage.

$$R = \frac{1}{u_d - u_p}$$

$U_d$  : léthargie moyenne des neutrons disparaissant par absorption ou fuite

$U_p$  : léthargie moyenne des neutrons produits par fission

Le caractère hétérogène est mesuré à travers plusieurs grandeurs :

- l'écart relatif sur le  $k_\infty$  entre modélisation réaliste et homogénéisée :

$$\Delta k_\infty = \frac{k_{\infty, \text{hétérogène}} - k_{\infty, \text{homogène}}}{k_{\infty, \text{homogène}}}$$

- l'écart à la moyenne des valeurs des extrêmes locaux du flux intégré :

$$\Delta \phi = \frac{\phi_{\max} - \phi_{\min}}{\phi_{\text{moy}}} \text{ où } \phi(\vec{r}) = \sum_g \phi_g(\vec{r})$$

- par la même définition, les écarts des taux de fission et de capture à un groupe, uniquement sur les régions combustibles :

$$\Delta T_{\text{capt}}, \Delta T_{\text{fiss}}, \text{ où } T_x(\vec{r}) = \sum_g T_{g,x}(\vec{r})$$

- par la même définition, les écarts de taux de réaction fictifs à un groupe caractérisant le spectre : taux de fission de l'Uranium 238, taux de capture du Bore 10, uniquement sur les régions combustibles :

$$\Delta T_{\text{fiss}, U238}, \Delta T_{\text{capt}, B10} \text{ où } T_x(\vec{r}) = \sum_g \sigma_{g,x}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})$$

Ces derniers indices dépendants de la position au sein de l'assemblage sont définis sur les résultats des calculs TRIPOLI obtenus crayon par crayon.

Ces différentes caractéristiques sont présentées dans le tableau suivant :

		$R$	$\Delta k_\infty$ pcm	$\Delta \phi$ %	$\Delta T_{\text{fiss}}$ %	$\Delta T_{\text{capt}}$ %	$\Delta T_{\text{fiss}, U238}$ %	$\Delta T_{\text{capt}, B10}$ %
<b>SPX</b>		0.315	1109	0.36	1.52	8.91	8.24	5.87
<b>SFR</b>		0.305	959	0.43	1.29	8.68	8.52	6.55
<b>CAPRA</b>	MgAl	0.434	665	0.53	0.72	3.81	5.53	2.13
	B4C	0.382	859	0.87	1.15	3.14	5.11	1.97
	ZrHx	0.213	1847	1.92	16.42	23.00	6.44	32.06
	ZrHx&B4C	0.281	1472	1.41	6.92	10.47	5.37	14.57
<b>GFR</b>		0.268	63	0.27	0.39	2.18	1.05	1.05
<b>ZONA1</b>		0.429	545	0.75	0.28	1.86	3.95	1.64
<b>ZONA2</b>		0.540	323	0.19	0.21	1.51	1.72	0.84
<b>MAS1AP</b>		0.305	3384	1.04	0.78	1.40	1.81	1.60

On constate dans un premier temps que la dureté des spectres varie entre 0,21 et 0,54, ce qui couvre le domaine d'utilisation d'ECCO. On constate ensuite que les effets d'hétérogénéités peuvent se traduire de différentes manières et varient de très faibles (GFR) à très forts (CAPRA avec ZrHx ou MAS1AP).



On retient que la donnée  $\Delta\phi$  n'est pas un indice d'hétérogénéité révélateur : en effet, il témoigne d'écarts généralement faibles sans rapport avec les autres indices. Par extension, on considérera pour la suite que le niveau de flux intégré à un groupe n'est pas une grandeur d'intérêt.

A contrario, l'indice d'hétérogénéité qui semble le plus évocateur est  $\Delta k_{\infty}$ , qui peut être interprété par l'observation des taux de réactions locaux. Les données relatives aux spectres du flux  $\Delta T_{fiss,U238}$  et  $\Delta T_{capt,B10}$  permettent d'expliquer physiquement les effets d'hétérogénéité :

- dans les cas des réacteurs de puissance, la proximité du tube hexagonal entraîne systématiquement un adoucissement du spectre dans les régions combustibles périphériques. A l'inverse, le centre de l'assemblage est quant à lui plus rapide. Pour SPX par exemple, cela se traduit par une distribution des taux de réaction autour de la valeur moyenne, pour la fission : -0.5% au centre et +0.9% en périphérie, pour la capture : -2.6% au centre et +6.1% en périphérie (illustrations Figure 33 à Figure 36). On peut donc en déduire que l'augmentation de la réactivité dans le cas d'une modélisation hétérogène par rapport à une modélisation homogène s'explique principalement par la diminution des captures sur une grande partie du centre de l'assemblage qui présente un spectre plus dur.
- dans les cas des réacteurs MASURCA, les effets sont moins explicites. Néanmoins, le phénomène de durcissement du spectre par hétérogénéité se vérifie aussi.

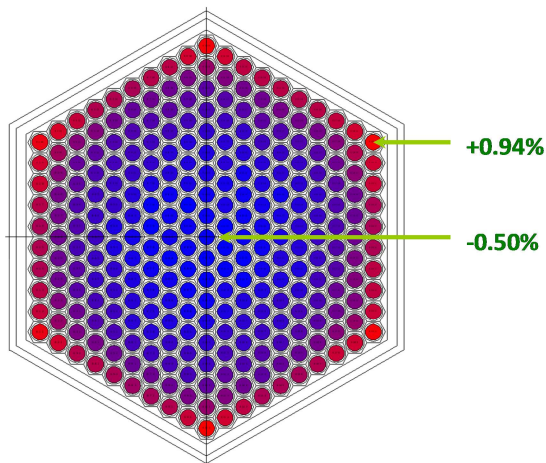


Figure 33 : Taux de fission à 1 groupe

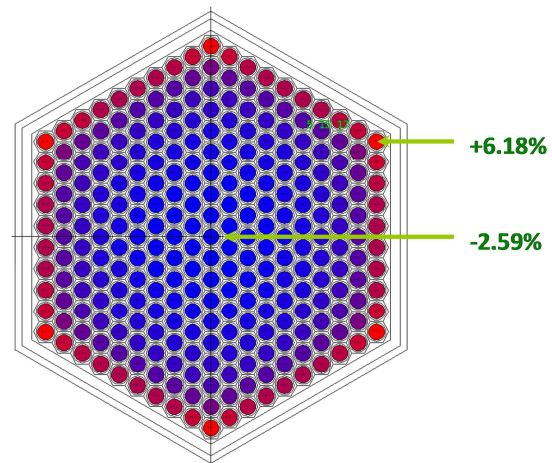


Figure 34 : Taux de capture à 1 groupe

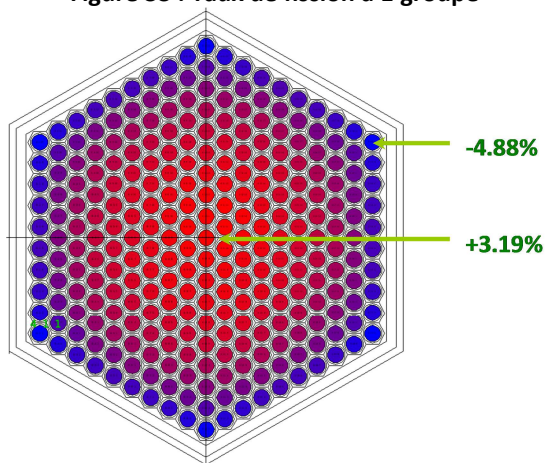


Figure 35 : Taux de fission d'U238 à 1 groupe

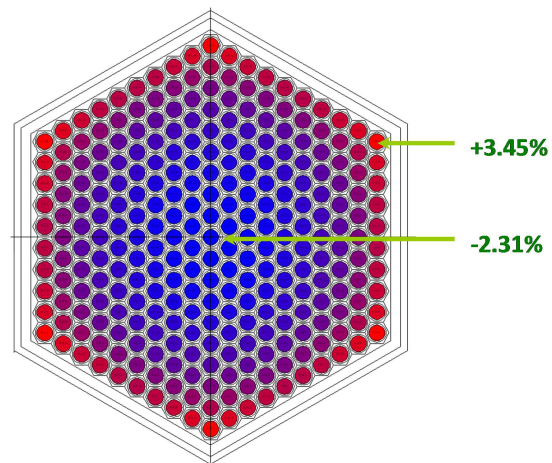


Figure 36 : Taux de capture du B10 à 1 groupe

## b) Comparaisons ECCO-TRIPOLI

On a précédemment relevé que les grandeurs à même de caractériser les performances du calcul de flux sur un réseau d'assemblages étaient le  $k_{\infty}$  d'une part, et des grandeurs permettant de caractériser le spectre. On considère donc les écarts relatifs entre les grandeurs calculées par ECCO et TRIPOLI suivantes :

- le  $k_{\infty}$
- la section macroscopique de production par fission condensée à un groupe, uniquement sur les régions combustibles :

$$v\Sigma_{fiss} \quad \text{où} \quad \Sigma_x = \frac{\sum_g \Sigma_{g,x} \phi_g}{\sum_g \phi_g}$$

- les sections microscopiques de fission de production du Plutonium 239, de capture de l'Uranium 238 et de fission de l'U238 condensées à un groupe, uniquement sur les régions combustibles :

$$v\sigma_{fiss}^{Pu239}, \sigma_{capt}^{U238}, \sigma_{fiss}^{U238} \quad \text{où} \quad \sigma_x = \frac{\sum_g \sigma_{g,x} \phi_g}{\sum_g \phi_g}$$

### ♦ Cas homogénéisés

On s'intéresse dans un premier temps aux résultats obtenus sur les assemblages homogénéisés, les cases grisées correspondent à des données non calculées :

		Résultats TRIPOLI						Ecart relatif				
		$k_{\infty}$	Ecart type pcm	$v\Sigma_{fiss}$ cm <sup>-1</sup>	$v\sigma_{fiss}^{Pu239}$ b	$\sigma_{capt}^{U238}$ b	$\sigma_{fiss}^{U238}$ b	$k_{\infty}$ pcm	$v\Sigma_{fiss}$ %	$v\sigma_{fiss}^{Pu239}$ %	$\sigma_{capt}^{U238}$ %	$\sigma_{fiss}^{U238}$ %
SPX		1.21271	12	6.79E-3	5.50E+0	2.96E-1	3.75E-2	57	0.080	0.118	-0.157	-0.038
SFR		1.13251	16	7.15E-3	5.44E+0	2.88E-1		28	0.042	0.156	-0.107	
CAPRA	MgAl	1.62047	24	9.58E-3	5.49E+0	3.16E-1		-10	0.173	0.200	0.172	
	B4C	1.58353	24	1.03E-2	5.89E+0	3.49E-1		58	0.084	0.148	-0.062	
	ZrHx	1.44931	22	1.66E-2	9.52E+0	5.46E-1		37	0.044	0.102	-0.228	
	ZrHx&B4C	1.52063	23	1.29E-2	7.40E+0	4.29E-1		56	0.090	0.155	-0.195	
GFR		1.16203	17	4.82E-3	6.15E+0	3.31E-1		86	0.042	0.114	-0.208	
ZONA1		1.47650	22	7.44E-3	5.27E+0	2.71E-1	4.51E-2	33	0.021	0.103	-0.081	-0.514
ZONA2		1.67997	25	9.47E-3	5.13E+0	2.53E-1	5.01E-2	-10	-0.008	0.064	-0.043	-0.576
MAS1AP		1.50125	23	1.27E-2	6.83E+0	3.93E-1	5.81E-2	110	0.074	0.131	-0.243	-0.533

La première chose qu'on peut retenir, c'est que d'une manière générale, les assemblages homogénéisés sont relativement bien calculés dans la plupart des cas. En effet, les écarts sur le coefficient multiplicateur sont souvent proches de l'écart statistique. Dans les cas du GFR et de MAS1AP, contenant tous les deux du carbone, l'écart reste admissible vis-à-vis de la spécification d'ECCO : le calcul du coefficient multiplicateur est donné à 70 pcm.

Ensuite, l'observation des écarts sur les sections microscopiques, en dehors de la section de fission de l'Uranium 238, et macroscopiques montrent des écarts inférieurs au critère d'incertitude maximale admise 0,3% [BOULAND].

D'une manière générale, ces résultats montrent surtout le bon fonctionnement du modèle d'autoprotection. Ils servent aussi de référence quant aux écarts admissibles dans les cas hétérogènes (en particulier pour la section de fission de l'Uranium 238).

### ♦ Cas hétérogènes

On s'intéresse maintenant aux écarts obtenus sur les configurations hétérogènes :

		Résultats TRIPOLI						Ecart relatifs				
		$k_{\infty}$	Ecart type pcm	$\nu\Sigma_{fiss}$ cm <sup>-1</sup>	$\nu\sigma_{fiss}^{Pu239}$ b	$\sigma_{capt}^{U238}$ b	$\sigma_{fiss}^{U238}$ b	$k_{\infty}$ pcm	$\nu\Sigma_{fiss}$ %	$\nu\sigma_{fiss}^{Pu239}$ %	$\sigma_{capt}^{U238}$ %	$\sigma_{fiss}^{U238}$ %
SPX		1.22398	15	1.64E-2	5.53E+0	2.90E-1	3.80E-2	235	0.201	0.152	-0.283	0.680
SFR		1.14201	16	1.57E-2	5.47E+0	2.84E-1	3.85E-2	147	0.077	0.139	-0.150	-0.154
CAPRA	MgAl	1.62977	25	3.50E-2	5.50E+0	3.10E-1	4.54E-2	81	0.225	0.189	0.032	0.567
	B4C	1.59576	24	3.76E-2	5.92E+0	3.39E-1	4.80E-2	144	0.090	0.091	-0.168	0.297
	ZrHx	1.47720	22	6.10E-2	9.54E+0	4.97E-1	7.52E-2	-39	-0.165	-0.134	0.525	0.055
	ZrHx&B4C	1.54245	23	4.73E-2	7.43E+0	4.05E-1	5.98E-2	92	-0.052	-0.034	-0.133	0.177
GFR		1.16275	16	8.78E-3	6.15E+0	3.31E-1	4.42E-2	86	0.031	0.109	-0.211	-0.429
ZONA1		1.48441	22	2.98E-2	5.29E+0	2.69E-1	4.62E-2	42	0.023	0.061	0.042	-0.277
ZONA2		1.68546	25	2.93E-2	5.14E+0	2.51E-1	5.04E-2	-13	-0.031	0.038	0.018	-0.570
MAS1AP		1.55361	23	7.86E-2	7.00E+0	3.59E-1	6.06E-2	9	-0.252	-0.211	-0.124	-0.623

Une première remarque peut être faite sur la section de fission de l'Uranium 238 : des écarts de 0,6% peuvent être considérés comme acceptables vis-à-vis des écarts obtenus dans les cas homogènes : on peut donc les imputer au modèle d'autoprotection.

On peut distinguer plusieurs cas.

- Les assemblages caractérisés par leur faible hétérogénéité (en particulier leur faible  $\Delta k_{\infty}$ ) : GFR, ZONA1 et ZONA2. Les écarts sur les différentes grandeurs diffèrent peu de ceux qu'on a obtenus en traitant leur version homogénéisée, ils sont même parfois inférieurs. Ce sont des cas pour lesquels le calcul du flux d'ECCO est tout à fait correct vis-à-vis de la méthode d'autoprotection (qui elle-même donne de bons résultats).

- Les assemblages CAPRA présentent des écarts plus importants qui se détachent clairement des biais induits par l'autoprotection. Les écarts sur le  $k_{\infty}$  des assemblages CAPRA-B4C ( $144 \pm 15$  pcm) et CAPRA-ZrHx&B4C ( $92 \pm 15$  pcm) dépassent le critère des 70 pcm. On peut néanmoins invoquer le fait que, sur ces mêmes assemblages, ces écarts étaient de presque 60 pcm dans leurs versions homogénéisées, et d'autre part, les autres grandeurs sont bien calculées. L'assemblage CAPRA-ZrHx présente des écarts sur la section de capture de l'Uranium 238 largement supérieurs à 0,3%, sans incidence sur les autres grandeurs : on rappelle que cet assemblage à spectre très doux est particulièrement hétérogène.

- L'assemblage MAS1AP, bien que très hétérogène, est correctement modélisé vis-à-vis des critères choisis : l'écart sur le  $k_{\infty}$  est négligeable, les sections sont calculées à 0,3%.

Les assemblages de cœurs de puissance SPX et SFR voient leur  $k_{\infty}$  être moins bien calculés (des écarts de 235pcm et 147pcm) que les autres assemblages. Toutefois, les autres grandeurs présentent des écarts admissibles.



On retient donc que le calcul de flux par méthode de probabilités de collision approchées satisfait généralement mais pas systématiquement les critères suivants : un biais sur le coefficient de multiplication généralement inférieur à 70pcm (moyennant le biais obtenu en homogène et l'erreur statistique), et un biais sur les sections condensées à un groupe inférieur à 0,3%.

Les écarts observés montrent qu'il n'y a pas d'erreur systématique. Lorsque l'assemblage est faiblement hétérogène, le calcul est très satisfaisant. Lorsque l'assemblage présente des hétérogénéités, il est possible qu'un critère ne soit pas parfaitement respecté.

## ♦ Effets de vidange

Une caractéristique importante des cœurs à caloporteur sodium est l'effet de vidange. Dans notre contexte sans fuite, on ne s'intéresse qu'à la composante dite « centrale » qui correspond au gain de réactivité induit par le durcissement du spectre<sup>1</sup>.

On s'intéresse aux assemblages SPX, SFR et ZONA1 (l'écart statistique est inférieur à 1% sur l'effet en réactivité) :

	Homogène		Hétérogène	
	TRIPOLI		TRIPOLI	
	Effet pcm	Ecarts relatifs %	Effet pcm	Ecarts relatifs %
SPX	3623	-1.3	3344	-2.5
SFR	2823	-1.6	2604	-3.7
ZONA1	4126	-1.5	3916	-0.8

D'un point de vue de la sûreté, on peut considérer qu'un écart d'environ 3% sur l'effet de vidange est acceptable. Il faut toutefois rappeler que cela représente une centaine de pcm de réactivité et que dans un cœur, la composante de fuite qui apparaît alors doit augmenter nettement cet écart relatif. On note que les écarts sur les cas hétérogènes restent proches des écarts obtenus sur les cas homogènes.

Si on s'intéresse aux variations de sections condensées :  $\Delta\sigma_x = \frac{\sigma_{x,vidangée} - \sigma_{x,standard}}{\sigma_{x,standard}}$

HOMOGENE	Résultats TRIPOLI				Ecarts relatifs			
	$\Delta v \Sigma_{fiss}$	$\Delta v \sigma_{fiss}^{Pu239}$	$\Delta \sigma_{capt}^{U238}$	$\Delta \sigma_{fiss}^{U238}$	$\Delta v \Sigma_{fiss}$	$\Delta v \sigma_{fiss}^{Pu239}$	$\Delta \sigma_{capt}^{U238}$	$\Delta \sigma_{fiss}^{U238}$
	%	%	%	%	%	%	%	%
SPX	-4.5	-5.1	-8.7		2.4	1.7	-1.2	
SFR	-3.3	-3.9	-6.1		2.4	3.2	-0.5	
ZONA1	-4.0	-4.9	-11.8	2.0	2.4	2.2	-0.3	28.8

HETEROGENE	Résultats TRIPOLI				Ecarts relatifs			
	$\Delta v \Sigma_{fiss}$	$\Delta v \sigma_{fiss}^{Pu239}$	$\Delta \sigma_{capt}^{U238}$	$\Delta \sigma_{fiss}^{U238}$	$\Delta v \Sigma_{fiss}$	$\Delta v \sigma_{fiss}^{Pu239}$	$\Delta \sigma_{capt}^{U238}$	$\Delta \sigma_{fiss}^{U238}$
	%	%	%	%	%	%	%	%
SPX	-4.8	-5.4	-8.1	-1.0	2.2	1.8	-0.7	27.7
SFR	-3.5	-4.2	-5.6	-0.7	2.2	2.5	-0.1	10.7
ZONA1	-4.3	-5.1	-11.3	1.5	0.8	1.1	0.5	7.7

<sup>1</sup> La perte de sodium s'accompagne d'une diminution de son effet modérateur

On note qu'en dehors de la fission de l'Uranium 238 sur laquelle l'impact de vidange est le plus faible, les écarts relatifs entre ECCO et TRIPOLI sur ces différents indices sont du même ordre que les écarts sur l'effet en réactivité, et sont inférieurs à 3%.

On retient particulièrement que les écarts relatifs obtenus dans les cas hétérogènes sont très proches et souvent inférieurs aux écarts obtenus sur les cas homogènes. Cela permet de conclure que l'impact des approximations du calcul de flux dans les cas 2D sur l'effet de vidange, d'un point de vue du durcissement du spectre, est du même ordre que le biais introduit par le modèle d'autoprotection.

### c) Calculs de référence multigroupes

Afin de séparer les biais d'autoprotection des biais de calcul de flux, il est possible d'effectuer les calculs précédents en outrepassant le modèle d'autoprotection. Pour cela, on utilise la directive '*PROFILE INNER ITERATIONS FINE<sup>1</sup> MAXIMUM NUMBER 0*' dans la définition de chaque *STEP* d'ECCO. Et on effectue les calculs étalons avec TRIPOLI en mode multigroupe, auquel on fournit les mêmes données à 1968 groupes.

En pratique, on utilise ECCO pour générer les sections macroscopiques à 1968 groupes non-autoprotégées de chaque région de l'assemblage. Cette étape est limitante<sup>2</sup> car elle demande une grande quantité de mémoire, proportionnelle au nombre de noyaux considérés. Ainsi, tous les assemblages ne peuvent être traités sans modifier leurs compositions. Les sections macroscopiques sont exportées sous un format xml, pour être enfin traduites au format APOTRIM, lisible par TRIPOLI. Ce processus permet de réaliser des calculs étalons avec des données strictement identiques à celles d'ECCO (multigroupes, choc linéairement anisotrope, spectre de fission identique).

On a effectué ces calculs sur SPX et SFR :

	Résultats TRIPOLI					Ecart relatif			
	$k_{\infty}$	Ecart type <i>pcm</i>	$\nu\sigma_{fiss}^{Pu239}$ <i>b</i>	$\sigma_{capt}^{U238}$ <i>b</i>	$\sigma_{fiss}^{U238}$ <i>b</i>	$k_{\infty}$ <i>pcm</i>	$\nu\sigma_{fiss}^{Pu239}$ %	$\sigma_{capt}^{U238}$ %	$\sigma_{fiss}^{U238}$ %
<b>SPX</b>	1.17084	13	5.35E+0	3.21E-1	3.84E-2	214	0.229	-0.167	1.254
<b>SFR</b>	1.09068	13	5.28E+0	3.13E-1	3.90E-2	97	0.203	-0.039	0.411

On constate une diminution des écarts sur les  $k_{\infty}$ . Toutefois, dans le cas de SPX, un écart de 214 pcm reste conséquent. Sur les indices de spectre, les écarts relevés sont du même ordre que ceux observés dans les cas autoprotégés.

Ces résultats confirment que dans le cas SPX (resp. SFR), le calcul de flux introduit un biais d'environ 200 pcm (resp. 100 pcm) sur le  $k_{\infty}$ .

<sup>1</sup> Dans le cas d'un *STEP* en découpage *FINE*. A répéter pour les découpages *BROAD* et *INTERMEDIATE*.

<sup>2</sup> Plus exactement, l'interface permettant de générer les sections sous le format EDL est limitante

## d) Effets du tube hexagonal et modélisation par couronnes

Pour investiguer l'origine de l'écart obtenu avec SPX, on s'intéresse à sa représentation géométrique au sein d'ECCO. A cause des limites informatiques, et parce que les méthodes de ROTH l'autorisent, plusieurs crayons d'un assemblage hétérogène 2D, bien que non contigus, sont généralement réunis en une seule et même région. L'approximation faite alors est de considérer que tous ces crayons voient le même spectre de flux. En pratique, pour prendre en compte l'effet du tube hexagonal, deux régions sont usuellement définies : la première réunissant tous les crayons internes, et la deuxième réunissant tous les crayons de la couronne externe.

On peut donc comprendre que la prise en compte du gradient de spectre à l'intérieur de l'assemblage sera approchée.

Pour quantifier cette approximation, on peut alors détailler la géométrie d'ECCO en créant non plus 2 régions de calcul mais 1+N régions, à savoir les crayons internes et chacune des N couronnes les plus externes. On peut alors s'intéresser à différentes grandeurs de manière plus locale. La notation 'NX' signifie que l'indice aura été calculé sur le domaine de la X<sup>ème</sup> couronne externe, X valant 1 pour la couronne en contact avec le tube hexagonal. Dans le cas 'TOT', on aura considéré tous les crayons de l'assemblage.

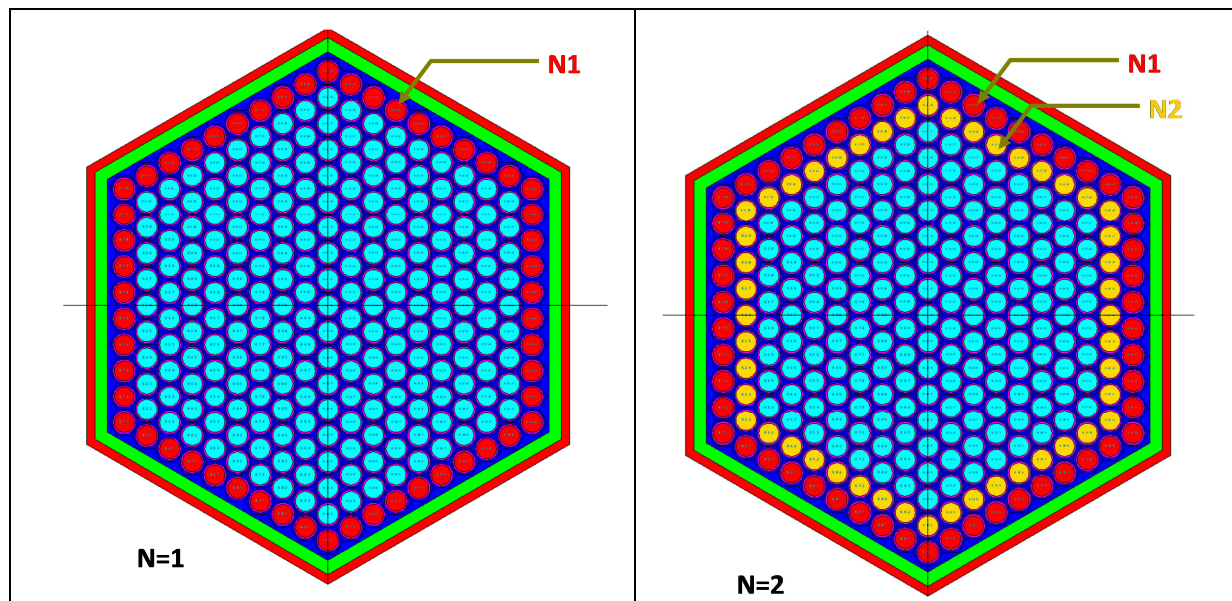


Figure 37 : Etude de l'effet du tube hexagonal pris en compte par distinction de couronnes d'aiguilles

On considère le cas SPX :

N =	Résultats TRIPOLI						Ecart relatifs					
	$k_{\infty}$	TOT	N1	N2	N3	N4	$k_{\infty}$	TOT	N1	N2	N3	N4
		$\sigma_{capt} U_{238} b$	$\sigma_{capt} U_{238} b$	$\sigma_{capt} U_{238} b$	$\sigma_{capt} U_{238} b$	$\sigma_{capt} U_{238} b$	$pcm$	$\sigma_{capt} U_{238} \%$	$\sigma_{capt} U_{238} \%$	$\sigma_{capt} U_{238} \%$	$\sigma_{capt} U_{238} \%$	$\sigma_{capt} U_{238} \%$
1	1.22398	2.90E-01	3.03E-01				235	-0.25	-13.87			
2	1.22398	2.90E-01	3.03E-01	2.92E-01			275	-0.05	-3.96	3.88		
3	1.22398	2.90E-01	3.03E-01	2.92E-01	2.96E-01		292	-0.31	-5.30	-0.01	2.64	
4	1.22398	2.90E-01	3.03E-01	2.92E-01	2.96E-01	2.90E-01	302	-0.32	-6.11	-1.57	-1.37	5.26

On considère le cas CAPRA-B4C :

N	Résultats TRIPOLI						Ecart relatifs					
	$k_{\infty}$	TOT $\sigma_{capt}^{U238}$ b	N1 $\sigma_{capt}^{U238}$ b	N2 $\sigma_{capt}^{U238}$ b	N3 $\sigma_{capt}^{U238}$ b	N4 $\sigma_{capt}^{U238}$ b	$k_{\infty}$ pcm	TOT $\sigma_{capt}^{U238}$ %	N1 $\sigma_{capt}^{U238}$ %	N2 $\sigma_{capt}^{U238}$ %	N3 $\sigma_{capt}^{U238}$ %	N4 $\sigma_{capt}^{U238}$ %
2	1.59576	3.39E-01	3.44E-01				144	-0.16	-19.45			
3	1.59576	3.39E-01	3.44E-01	3.41E-01			161	-0.19	-0.38	-1.54		
4	1.59576	3.39E-01	3.44E-01	3.41E-01	3.40E-01		171	-0.21	-0.53	-1.69	-0.77	
5	1.59576	3.39E-01	3.44E-01	3.41E-01	3.40E-01	3.40E-01	177	-0.22	-0.64	-1.79	-0.88	-0.52

On peut constater qu'avec N croissant, les écarts augmentent sur les grandeurs globales, et augmentent généralement sur les grandeurs plus locales. Ce comportement met en défaut le calcul du flux et on peut conclure qu'une modélisation à seulement 2 régions de calcul donne les meilleurs résultats. Autrement dit, avec une méthode approchée de calcul des probabilités de collision, un trop grand raffinement géométrique est inutile, voire pernicieux.

### III. Conclusion

Dans un premier temps, on a rappelé la théorie de la méthode de calcul de flux développée dans le code ECCO et utilisée pour la modélisation fine des assemblages (voie de référence) : la méthode des probabilités de collision, avec des approximations de type Roth et Double-Step. La combinaison de ces approximations permet de traiter n'importe quelle configuration mais repose sur l'hypothèse de réémission isotrope sur les surfaces des différents domaines. Elle ne permet donc pas de modéliser un véritable réseau infini, ni de représenter les effets de streaming.

Ensuite, afin d'étudier l'impact de ces approximations, on a confronté plusieurs calculs ECCO au code Monte-Carlo de référence TRIPOLI 4.5. On s'est donc intéressé à un panel représentatif, en termes de dureté du spectre et d'hétérogénéité, des différents assemblages rapides potentiellement modélisables, et destinés aux cœurs expérimentaux ou aux cœurs de puissance. Afin de ne pas introduire de biais supplémentaire par le modèle de fuites, les configurations représentent un réseau infini.

On a étudié les écarts à la référence obtenus sur les différentes grandeurs choisies : coefficient de multiplication, sections macroscopiques à un groupe, et indices de spectres. D'une manière générale, on observe des biais sur le coefficient de multiplication variables, et inférieurs à une centaine de pcm, sauf dans certains cas dont les assemblages SPX et SFR. Dans les cas des sections condensées à 1 groupe, les écarts sont inférieurs à 0.3% (en dehors du cas de la section de fission de l'U238 qui présente un impact limité). On observe aussi que dans le cadre de l'étude de l'effet de vidange, les biais obtenus sont comparables à ceux obtenus dans le cadre d'un calcul homogène (dont le formalisme de calcul de flux ne présente pas d'approximation).

Afin d'investiguer plus loin l'origine des biais importants relevés sur le coefficient de multiplication dans le cas de SPX et SFR, on a effectué des calculs étalons multigroupes avec TRIPOLI afin de ne plus subir les biais introduits par le modèle d'autoprotection (les données nucléaires utilisées par ERANOS et TRIPOLI sont alors strictement identiques : ce sont les sections à dilution infinie). Les biais imputables au calcul de flux approché restent importants : environ 200 pcm pour SPX et 100 pcm pour SFR.

Enfin, une étude sur les choix de modélisation en couronnes concentriques d'aiguilles des assemblages hexagonaux a montré qu'un raffinement géométrique associé à des probabilités approchées exacerbe certains écarts, et que le choix de distinguer la seule couronne en contact avec le tube hexagonal permettait d'obtenir les meilleurs résultats.

On se trouve ici dans un cas où les écarts observés, quoique non négligeables, demeurent peu importants, mais dont la correction demanderait cependant des changements très importants dans la structure et le codage d'ECCO :

- utilisation de probabilités de collision exactes (lancer de rayons) ou d'autres formulations, telles que la méthode des caractéristiques par exemple.
- couplage de ces méthodes au calcul d'autoprotection (les calculs de flux et d'autoprotection sont imbriqués)

Il se pose donc la question du ratio coût/bénéfice.



## CHAPITRE D : VALIDATION DU MODELE DE FUITES

Pour évaluer les performances des modèles de fuites d'ECCO, on effectue des comparaisons entre les codes BISTRO et TRIPOLI dans plusieurs configurations dont les caractéristiques de fuites sont représentatives des cœurs rapides que l'on cherche à modéliser.

### 1. Formalisme des modèles de fuites implémentés dans le code ECCO

#### 1) Impact du modèle de fuites sur le coefficient de multiplication effectif

Un premier indice permettant de mesurer simplement l'impact du modèle de fuites est le coefficient de multiplication effectif :  $k_{eff}$ .

Pour observer simplement cet impact, on se place dans le cas d'un cœur 1D cartésien, plaque plane d'extension infinie et d'une épaisseur finie assurant la criticité, dont l'enrichissement et la géométrie des assemblages sont similaires à ceux de SuperPhénix. De cette manière on considère qu'il n'y a pas de fuites radiales : seul l'impact des fuites axiales est observé. On compare les calculs cœur réalisés avec et sans utilisation du modèle de fuites d'ECCO dans le découpage à 33 groupes, dans le cas d'une modélisation homogène et d'une modélisation hétérogène de l'assemblage :

SPX	$k_{eff}$	
	Homogène $H_{critique} = 109.9$ cm	Hétérogène $H_{critique} = 109.085$ cm
<b>Avec modèle de fuites</b>	1.00001	1.00000
<b>Sans modèle de fuites</b>	0.99956	0.99902

On relève un impact de +45pcm dans le cas homogène et de +98pcm dans le cas hétérogène. Cet impact positif s'explique par le durcissement du spectre induit par l'introduction de fuites : en effet, les neutrons fuyant au cours du ralentissement ne contribuent pas au peuplement des groupes thermiques. Ce décalage du spectre vers les énergies rapides est a priori défavorable aux captures : les sections de capture condensées sont donc moindres lorsqu'on utilise le modèle de fuites.

Le fait que dans le cas hétérogène, l'impact du modèle de fuites soit deux fois plus important peut s'expliquer simplement par l'exacerbation du durcissement du spectre lorsque le tube de structure est distingué du reste de l'assemblage.

On peut s'intéresser à la même configuration dont le sodium a été vidangé cette fois, laissant apparaître des couloirs axiaux vides favorisant les fuites :

SPX Vidangé	$k_{eff}$	
	Homogène $H_{critique} = 109.9$ cm	Hétérogène $H_{critique} = 109.085$ cm
<b>Avec modèle de fuites</b>	0.99453	0.98378
<b>Sans modèle de fuites</b>	0.99376	0.98488

On relève un impact de +77pcm dans le cas homogène et de -110pcm dans le cas hétérogène. On peut d'ores et déjà conclure que le modèle de fuites est assez peu sensible aux couloirs vidangés dans le cas des assemblages hexagonaux.

### 2) Impact des fuites sur un cœur simplifié

Afin de discriminer les grandeurs d'intérêt caractérisant au mieux la performance du modèle de fuites, on compare les résultats obtenus dans les cas de la modélisation d'un réseau infini d'assemblages de hauteur infinie et de hauteur finie.

Pour cela, on effectue un calcul BISTRO à 1 dimension cartésienne à 1968 groupes, représentant un cœur homogène d'enrichissement similaire au combustible SPX, et d'une hauteur critique (109.68cm, divisé en 19 mailles de calcul).

#### *a) Impact des fuites axiales sur le spectre du flux*

On s'intéresse dans un premier temps à différents indicateurs de spectre le long du cœur, les sections microscopiques condensées à 1 groupe par pondération par le flux de :

- fission du Plutonium 239 :  $\sigma_{Pu239}^{fiss}$

- capture de l'Uranium 238 :  $\sigma_{U238}^{capt}$

- fission de l'Uranium 238 :  $\sigma_{U238}^{fiss}$

- capture du Bore 10 :  $\sigma_{B10}^{capt}$

$$\text{où } \sigma_x(z) = \frac{\sum_g \sigma_{g,x} \phi_g(z)}{\sum_g \phi_g(z)}, \text{ on notera aussi } \phi(z) = \sum_g \phi_g(z)$$

Et on compare ces différentes grandeurs à celles obtenues dans le cas de la modélisation BISTRO 1 dimension cartésienne à 1968 groupes représentant le même cœur avec une hauteur infinie.

	Valeur <i>b</i>	Ecart relatifs %																		
	Cas infini	numéro de maille spatiale - Cas fini																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$\sigma_{Pu239}^{fiss}$	1.8742E+0	-4.5	-3.5	-3.1	-2.9	-2.8	-2.7	-2.7	-2.6	-2.6	-2.6	-2.6	-2.6	-2.7	-2.7	-2.8	-2.9	-3.1	-3.5	-4.5
$\sigma_{U238}^{capt}$	2.9413E-1	-14.4	-10.2	-8.9	-8.2	-7.9	-7.7	-7.6	-7.5	-7.5	-7.5	-7.5	-7.5	-7.6	-7.7	-7.9	-8.2	-8.9	-10.2	-14.4
$\sigma_{U238}^{fiss}$	3.8089E-2	37.4	21.0	17.2	15.7	15.2	14.9	14.8	14.8	14.8	14.8	14.8	14.8	14.8	14.9	15.2	15.7	17.2	21.0	37.4
$\sigma_{B10}^{capt}$	3.2905E+0	-18.6	-13.6	-11.8	-10.9	-10.5	-10.3	-10.2	-10.1	-10.0	-10.0	-10.0	-10.1	-10.2	-10.3	-10.5	-10.9	-11.8	-13.6	-18.6
	Valeurs	Valeurs																		
$\phi(z)^1$	100.0	16.9	33.0	47.2	60.2	71.8	81.6	89.5	95.3	98.8	100.0	98.8	95.3	89.5	81.6	71.8	60.2	47.2	33.0	16.9

<sup>1</sup> Dans tout ce chapitre, le flux intégré en énergie est systématiquement normalisé à 100 au centre du cœur.



On observe que les fuites ont un impact positif de plus de 10% sur la section de fission de l'Uranium 238 et qu'elles entraînent une baisse de plus de 10% de la section de capture du Bore 10. Les groupes les plus rapides sont donc nettement plus peuplés alors qu'il y a un fort dépeuplement des groupes les plus thermiques.

Les sections de fission de Plutonium 239 et de capture de l'Uranium 238 confirment l'explication précédemment donnée : le durcissement du spectre induit par les fuites défavorise plus les captures sur l'Uranium 238 (baisse importante de plus de 7%) que les fissions sur le Plutonium 239 (une baisse de moins de 5%).

On remarque par ailleurs que dans la périphérie du cœur, à proximité du vide, le phénomène de durcissement est accru : les écarts sur les sections condensées sont près de deux fois plus importants qu'au centre du cœur. Cet effet n'est pas modélisable au sein de la phase cellule : ECCO calcule des sections condensées qui sont utilisées uniformément dans le cœur. Toutefois l'affaiblissement du flux dans ces zones permet de minimiser l'importance de cette inhomogénéité. Afin d'observer l'influence des extrémités du cœur, on compare ces sections condensées avec leurs moyennes obtenues par homogénéisation sur tout le cœur par pondération par le flux, ainsi qu'avec les sections caractérisant le spectre du flux calculé par le modèle de fuites d'ECCO (contexte homogène pour rappel) :

	Valeur <i>b</i>	Ecart relatifs %			
	Cas infini	Cas fini (flux BISTRO)			Modèle de fuites Laplacien Critique (flux ECCO)
		Maille 4	Maille 10	Moyenne sur le cœur	
$\sigma_{fiss}^{Pu239}$	1.8742E+0	-2.9	-2.6	-2.8	-2.6
$\sigma_{capt}^{U238}$	2.9413E-1	-8.2	-7.5	-8.1	-7.4
$\sigma_{fiss}^{U238}$	3.8089E-2	15.7	14.8	16.0	14.6
$\sigma_{capt}^{B10}$	3.2905E+0	-10.9	-10.0	-10.8	-9.9
	Valeurs	Valeurs			
$\phi$	100.0	60.2	100.0	67.8	100.0

On peut ainsi remarquer que les valeurs moyennes sur tout le cœur des différentes sections sont proches de celles obtenues aux environs du quart du cœur. On peut par ailleurs en déduire que les forts effets observés dans les mailles aux extrémités ont un impact global marginal.

En revanche, les sections condensées générées par le modèle de fuites d'ECCO témoignent d'un spectre proche de celui qu'on trouve au centre du cœur.

Il est important de retenir que l'effet des fuites sur le spectre du flux est important dans un cœur rapide. La modélisation de cet effet dans ECCO est donc essentielle, il détermine la bonne représentativité des sections condensées en groupes larges.

b) Impact des fuites axiales sur l'anisotropie des sections condensées

La méthode de condensation mise en place dans ECCO fait intervenir des pondérations par le courant de fuite neutronique  $J_g(\vec{r})$  sur certaines grandeurs (dont la section macroscopique totale). Pour observer l'effet des fuites sur le spectre du courant, on utilise les mêmes indices condensés à l'aide du courant.

$$\sigma_x(z) = \frac{\sum_g \sigma_{g,x} J_g(z)}{\sum_g J_g(z)}$$

$$\text{Où } J_g(z) = \int_{[-1,1]} \mu \phi_g(z, \mu) d\mu, \text{ on notera aussi } J(z) = \sum_g J_g(z)$$

D'une manière similaire à celle de la partie précédente, on compare ces sections obtenues le long du même cœur critique 1D avec les sections obtenus par condensation à l'aide du flux calculé sur le cœur infini.

	Valeur <i>b</i>	Ecart relatifs %																		
		numéro de maille spatiale - Cas fini																		
		-																		
		Condensation par le Courant																		
	Cas infini - Condensation par le Flux	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$\sigma_{fiss}^{Pu239}$	1.8742E+0	-6.5	-6.4	-6.3	-6.3	-6.3	-6.3	-6.3	-6.3	-6.3	###	-6.3	-6.3	-6.3	-6.3	-6.3	-6.3	-6.3	-6.4	-6.5
$\sigma_{capt}^{U238}$	2.9413E-1	-24.1	-25.0	-25.5	-25.9	-26.2	-26.4	-26.6	-26.7	-26.8	###	-26.8	-26.7	-26.6	-26.4	-26.2	-25.9	-25.5	-25.0	-24.1
$\sigma_{fiss}^{U238}$	3.8089E-2	86.5	99.6	107.5	112.2	114.9	116.5	117.4	117.9	118.2	###	118.2	117.9	117.4	116.5	114.9	112.2	107.5	99.6	86.5
$\sigma_{capt}^{B10}$	3.2905E+0	-29.9	-30.5	-31.0	-31.5	-31.8	-32.1	-32.2	-32.3	-32.4	###	-32.4	-32.3	-32.2	-32.1	-31.8	-31.5	-31.0	-30.5	-29.9
	Valeurs	Valeurs																		
$3J(z)$	0.0	-14.0	-13.4	-12.4	-11.3	-9.8	-8.1	-6.3	-4.3	-2.2	0.0	2.2	4.3	6.3	8.1	9.8	11.3	12.4	13.4	14.0

D'une manière générale, l'effet de durcissement du spectre par rapport au cas infini est bien plus marqué. Il faut néanmoins préciser que l'impact de la condensation des sections par le courant est proportionnel au courant, et ce dernier est nettement moins important que le flux : de l'ordre de 8 fois moindre en moyenne.

A l'approche des extrémités du cœur, le spectre du courant ne se durcit pas comme on a pu l'observer avec le spectre du flux, au contraire il s'adoucit par rapport au centre du cœur. En effet, à l'approche de la périphérie du cœur, la section de fission de l'Uranium 238 diminue tandis que la capture du Bore 10 et de l'Uranium 238 augmente. Parallèlement, la section de fission du Plutonium 239 reste relativement stable. L'effet d'inhomogénéité du spectre reste assez modéré, mais c'est aussi dans ces zones que le courant est le plus fort. De manière analogue à la partie précédente, on compare ces sections condensées par le courant avec celles obtenues par homogénéisation sur la moitié supérieure du cœur par

pondération par le courant, ainsi que celles caractérisant le courant calculé par le modèle de fuites d'ECCO (contexte homogène pour rappel) :

	Valeur <i>b</i>	Ecart relatifs %			
	Cas infini - Condensation par le Flux	Cas fini - Condensation par le Courant BISTRO			Modèle de fuites Laplacien Critique (courant ECCO)
		Maille 17	Mailles 11	Moyenne sur le ½ cœur	
$\sigma_{fiss}^{Pu239}$	1.8742E+0	-6.3	-6.3	-6.3	-6.5
$\sigma_{capt}^{U238}$	2.9413E-1	-25.5	-26.8	-25.6	-27.3
$\sigma_{fiss}^{U238}$	3.8089E-2	107.5	118.2	106.7	119.9
$\sigma_{capt}^{B10}$	3.2905E+0	-31.0	-32.4	-31.2	-33.1
	Valeurs	Valeurs			
$3J$	0.0	12.4	2.2	8.2	14.1

Le spectre du courant moyen est semblable à celui obtenu au niveau du quart du cœur. D'une manière générale, on peut dire que ce spectre varie assez peu sur le cœur, et l'on peut considérer qu'utiliser des sections condensées par le courant constantes sur tout le cœur est une approximation correcte.

Le spectre du courant calculé par le modèle de fuites d'ECCO est légèrement plus rapide que celui régnant au centre du cœur (point le plus rapide du cœur).

## c) Courbure axiale du flux

Dans le cas d'un cœur homogène d'épaisseur finie de  $-H_{crit}/2$  à  $+H_{crit}/2$ , et de rayon infini, on peut théoriquement montrer que le flux suit une courbure sinusoïdale :

$$\phi_g(z) = \alpha_g \cos(B_g z)$$

On peut relier le laplacien géométrique  $B_g^2$  à une notion physique : on peut définir la distance d'extrapolation représentant l'épaisseur de vide dans lequel le flux extrapolé n'est pas nul :

$$2d_{extrapolation,g} = \frac{\pi}{B_g} - H_{crit}$$

Pour caractériser les variations du spectre dans le cœur, on s'intéresse à la dépendance du laplacien obtenu par ajustement avec l'énergie (Figure 38). Pour tous les groupes, l'ajustement du laplacien est réalisé avec un écart type relatif de moins de 0,4% sur le flux : l'hypothèse d'une courbure du flux de forme sinusoïdale est totalement valide.

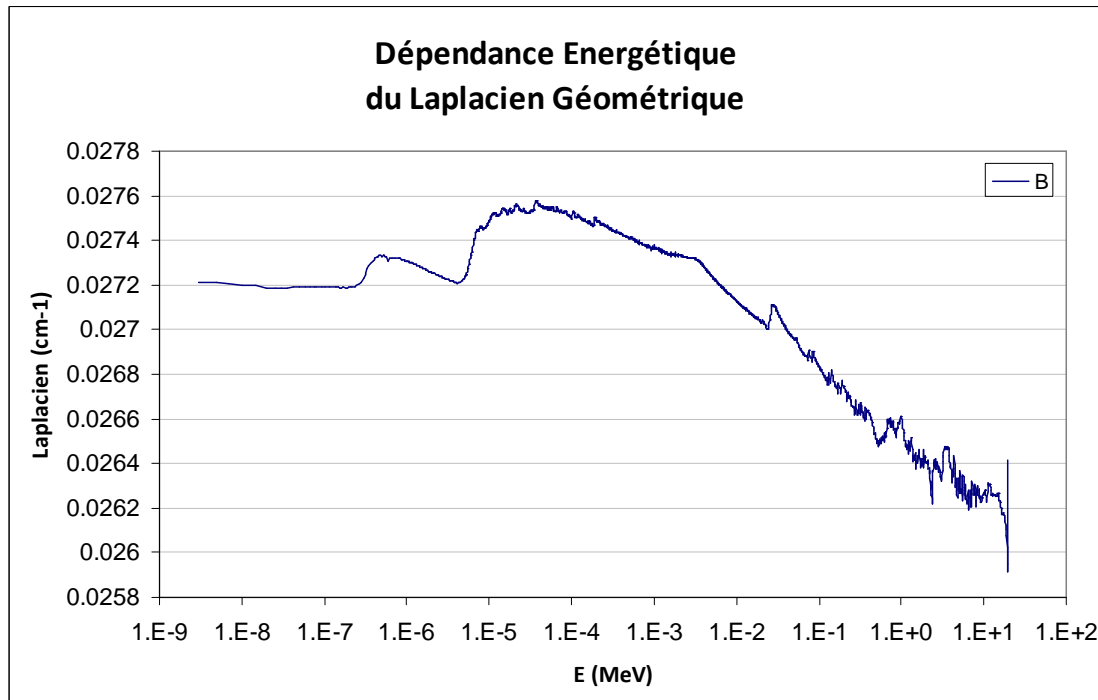


Figure 38 : Ajustement du Laplacien Géométrique pour chaque groupe d'énergie, courbure du flux

On constate une diminution relativement régulière du laplacien dans les énergies supérieures à l'eV. En terme de distance d'extrapolation, cela se traduit par une variation d'environ 2cm jusqu'à près de 5,5cm dans les hautes énergies. La régularité de ce comportement est intéressante à remarquer. En effet, le durcissement du spectre en périphérie du réacteur s'explique alors simplement par l'augmentation du libre parcours moyen des neutrons avec leur énergie et on peut envisager de le prédire.

Afin d'obtenir une valeur moyenne du laplacien géométrique représentative de la courbure globale du flux, on applique la formule de condensation :

$$B^2 = \frac{\sum_g D_g B_g^2 \phi_g}{\sum_g D_g \phi_g}$$

Où  $D_g$  est le coefficient de diffusion du milieu pour le groupe g

$$\text{Où } \phi_g = \int_{-H_{crit}/2}^{H_{crit}/2} \phi_g(z) dz$$

Dans le cas étudié, on obtient la valeur moyenne :  $B = 2,6721\text{E-}2 \text{ cm}^{-1}$ ; se rapprochant des courbures observées dans les énergies avoisinant 0,2MeV.

La valeur du laplacien Critique calculé par ECCO se rapporte à  $B = 2,6573\text{E-}2 \text{ cm}^{-1}$ . Cela représente une courbure de flux dans les énergies avoisinant 1MeV.

### d) Courbure axiale du courant

On peut mener une étude analogue sur le courant. En effet, on peut considérer que la forme de ce dernier est sinusoïdale :

$$J_g(z) = \beta_g \sin(B_g z)$$

Le résultat des laplaciens obtenus par ajustement est donné par la Figure 39. On leur associe l'écart type relatif obtenu entre le courant réel et le courant théorique ajusté : Figure 40.

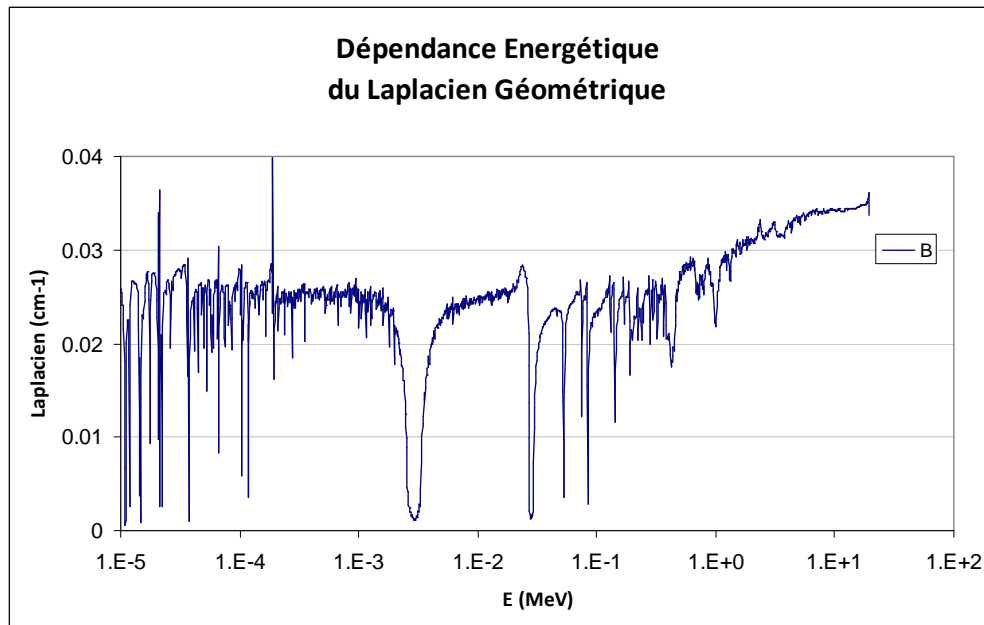


Figure 39 : Ajustement du Laplacien Géométrique pour chaque groupe d'énergie, courbure du courant

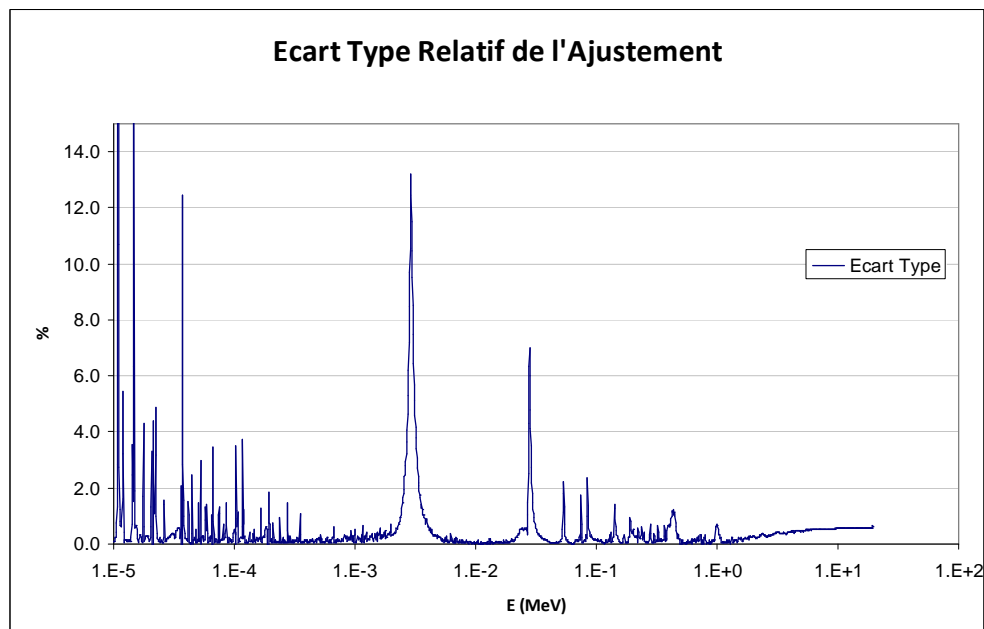


Figure 40 : Ecart type de l'ajustement du Laplacien Géométrique pour chaque groupe d'énergie courbure du courant

On peut alors observer un comportement différent : dans les hautes énergies, le laplacien augmente pour atteindre des valeurs correspondant à des distances

d'extrapolation négatives de -10cm ! D'autre part, les valeurs de laplacien relevés varient beaucoup<sup>1</sup> autour de sa valeur moyenne  $B = 2,5986 \text{ E-2 cm}^{-1}$  (calculé par simple pondération par le courant).

Les importantes dépressions relevées sur le laplacien correspondent aux résonances de la section totale. On en conclut donc que la transparence du milieu à un impact bien plus important sur la courbure du courant que sur la courbure du flux. De plus, ces fortes dépressions peuvent s'expliquer par un écart type relatif important traduisant un ajustement difficile à réaliser (courant trop faible mal calculé et donc de forme trop éloignée d'une sinusoïde).

Il faut retenir que les laplaciens associés à la courbure du flux et à la courbure du courant se comportent de façons très différentes. Plus globalement, les laplaciens moyens diffèrent de plus de 20%.

### e) Anisotropie du flux

Il est possible de décomposer le flux angulaire par projection sur la base des polynômes de Legendre :

$$\phi_{l,g}(z) = \int_{[-1,1]} \phi_g(z, \mu) P_l(\mu) d\mu$$

Afin d'observer (Figure 41) le comportement angulaire du flux le long du cœur, pour chaque ordre L, on s'intéresse à la grandeur :

$$\frac{(2l+1) \sum_g \phi_{l,g}(z)}{\sum_g \phi_{0,g}(z)}$$

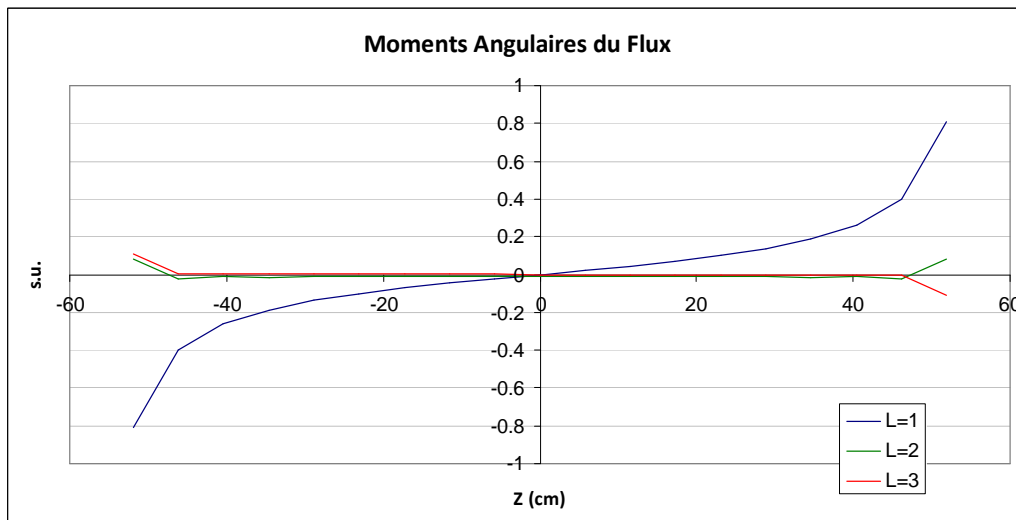


Figure 41 : Décomposition du flux angulaire

<sup>1</sup> Pour décrire la dépendance énergétique de ce laplacien, la formule  $\tilde{B}_g = \alpha \log(\Sigma_{tr,g}) + \beta \log(E_g) + \gamma$ , avec dans le cas d'étude :  $\alpha = -3.514\text{E-2}$ ,  $\beta = -3.178\text{E-3}$  et  $\gamma = -2.8702\text{E-3}$  présente des écarts réduits :  $(J_g \tilde{B}_g - J_g B_g) / J_g B_g$

On remarque que la composante d'ordre 1 est prépondérante. Il est logique qu'en extrémité du cœur elle atteigne des valeurs élevées car dans ces régions le flux des neutrons dans la direction tournée vers l'intérieur du cœur est nul. Dans le reste du cœur, les ordres supérieurs à 1 sont négligeables : ils participent aux variations du flux angulaire pour moins de 2%.

### 3) Formalisme du modèle de fuites

Dans cette partie, on développe de manière explicite les formalismes homogènes et hétérogènes des modèles de fuites d'ECCO. On se placera dans les approximations utilisées dans le cadre des routes de référence : l'hypothèse 'P1 consistant'<sup>1</sup>.

Le code déterministe ECCO résout sur le domaine d'un assemblage l'équation du transport sous sa forme multigroupe :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int \sum_{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' + \frac{\chi_g(\vec{r})}{4\pi k_{eff}} Q_{f,tot}(\vec{r})$$

avec  $Q_{f,tot}(\vec{r}) = \int \sum_{4\pi} \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega'$

L'effet des fuites macroscopiques à l'échelle cœur, c'est à dire le durcissement des spectres des différentes composantes angulaires du flux qui en résultent, est introduit par l'approximation dite du « mode fondamental », définie et caractérisée dans [REUSS]. On fait alors l'hypothèse que le flux peut se factoriser en le produit d'un flux fin local et d'une fonction macroscopique décrivant la courbure du flux dans le cœur :

$$\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \varphi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) e^{i\vec{B}\vec{r}}$$

Il convient de remarquer que la grandeur  $\vec{B}$  est ici indépendante de l'énergie et de l'angle, elle est par ailleurs choisie telle que la criticité soit assurée.

#### *a) Formalisme en géométrie homogène*

Dans le cas d'un assemblage constitué d'un milieu homogène, on considère que le flux local est invariant sur l'espace. Et par symétrie, la dépendance angulaire du flux se limite à une dépendance à la déviation :

$$\mu = \vec{\Omega} \cdot \frac{\vec{B}}{B}$$

$$\phi_g(\vec{r}, \mu) = \varphi_g(\mu) e^{i\vec{B}\vec{r}}$$

Après simplification du terme  $e^{i\vec{B}\vec{r}}$ , l'équation du transport peut alors s'écrire :

$$i\mu B \varphi_g(\mu) + \Sigma_{t,g} \varphi_g(\mu) = \int_{[-1,1]} \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\mu' \rightarrow \mu) \varphi_{g'}(\mu') d\mu' + \frac{1}{2} q_{f,g}$$

$$\text{Avec } q_{f,g} = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \int_{[-1,1]} \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'} \varphi_{g'}(\mu) d\mu$$

<sup>1</sup> L'approximation 'inconsistant' est une simplification utilisée en homogène dans les voies de modélisation recommandée. Il est aussi possible d'utiliser l'approximation B1, qui se rapproche des approximations du code TIBERE : [PETROVIC] et [WOHLEBER].

En pratique, la section de diffusion est projetée sur la base des polynômes de Legendre, jusqu'à l'ordre N :

$$\Sigma_{s,l,g \rightarrow g'} = \int_{[-1,1]} \Sigma_{s,g \rightarrow g'}(\mu) P_l(\mu) d\mu$$

$$\Sigma_{s,g \rightarrow g'}(\mu) = \sum_{l=0}^N \frac{2l+1}{2} \Sigma_{s,l,g \rightarrow g'} P_l(\mu)$$

De même, on projette sur cette base le flux angulaire, jusqu'à l'ordre N :

$$\varphi_{l,g} = \int_{[-1,1]} \varphi_g(\mu) P_l(\mu) d\mu$$

$$\varphi_g(\mu) = \sum_{l=0}^N \frac{2l+1}{2} \varphi_{l,g} P_l(\mu)$$

On peut alors écrire la source de diffusion sous une forme plus simple :

$$q_{s,g}(\mu) = \int_{[-1,1]} \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\mu' \rightarrow \mu) \varphi_{g'}(\mu') d\mu'$$

$$q_{s,g}(\mu) = \frac{1}{2\pi} \int_{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{\Omega}', \vec{\Omega}) \varphi_{g'}(\vec{\Omega}', \frac{\vec{B}}{B}) d^2\Omega'$$

$$q_{s,g}(\mu) = \frac{1}{2\pi} \int_{4\pi} \sum_{g'} \sum_{l=0}^N \frac{2l+1}{2} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g} P_l(\vec{\Omega}', \vec{\Omega}) \sum_{l'=0}^N \frac{2l'+1}{2} \varphi_{l',g'} P_{l'}(\vec{\Omega}', \frac{\vec{B}}{B}) d^2\Omega'$$

En appliquant la propriété :

$$P_l(\vec{\Omega}', \vec{\Omega}) = \sum_{m=-l}^l R_l^m(\vec{\Omega}) R_l^m(\vec{\Omega}')$$

En appliquant l'orthogonalité des harmoniques sphériques :

$$\int_{4\pi} R_l^m(\vec{\Omega}) R_{l'}^{m'}(\vec{\Omega}) d^2\Omega = 0 \quad \text{si } l \neq l' \text{ ou } m \neq m'$$

$$\int_{4\pi} R_l^m(\vec{\Omega}) R_{l'}^{m'}(\vec{\Omega}) d^2\Omega = \frac{4\pi}{2l+1} \quad l = l' \text{ et } m = m'$$

Et en définissant<sup>1</sup> ces dernières telles que  $R_l^0(\frac{\vec{B}}{B}) = 1$ , on peut écrire :

$$q_{s,g}(\mu) = \sum_{g'} \sum_{l=0}^N \frac{2l+1}{2} \varphi_{l,g'} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g} P_l(\mu)$$

En pratique, les bibliothèques de référence utilisées dans ECCO contiennent les sections de diffusion développées à l'ordre 1. Ainsi, on se limite au développement du flux à l'ordre 1, c'est l'hypothèse P1.

$$\varphi_g(\mu) = \frac{1}{2}(\varphi_{0,g} + 3\varphi_{1,g}\mu)$$

$$q_{s,g}(\mu) = \sum_{g'} \frac{1}{2}(\varphi_{0,g'} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g} + 3\varphi_{1,g'} \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g} \mu)$$

<sup>1</sup> Par un simple choix de référentiel.



L'équation du transport sous sa forme P1 est alors :

$$i\mu B \varphi_{0,g} + 3i\mu^2 B \varphi_{1,g} + \Sigma_{t,g} \varphi_{0,g} + 3\Sigma_{t,g} \varphi_{1,g} \mu = \sum_{g'} \varphi_{0,g'} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g} + 3\varphi_{1,g'} \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g} \mu + q_{f,g}$$

En intégrant angulairement cette équation, on obtient la première équation :

$$iB \varphi_{1,g} + \Sigma_{t,g} \varphi_{0,g} = \sum_{g'} \varphi_{0,g'} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g} + q_{f,g}$$

En multipliant par  $\mu$  l'équation du transport puis en intégrant angulairement on obtient la seconde équation :

$$\frac{1}{3} iB \varphi_{0,g} + \Sigma_{t,g} \varphi_{1,g} = \sum_{g'} \varphi_{1,g'} \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g}$$

Ces deux équations couplées forment le système P1 consistant que doit résoudre le code réseau.

Le système à résoudre à chaque itération sur les sources notées  $S_{l,g}$  est :

$$\begin{cases} iB \varphi_{1,g} + (\Sigma_{t,g} - \Sigma_{s,0,g \rightarrow g}) \varphi_{0,g} = S_{0,g} + q_{f,g} \\ \frac{1}{3} iB \varphi_{0,g} + (\Sigma_{t,g} - \Sigma_{s,1,g \rightarrow g}) \varphi_{1,g} = S_{1,g} \end{cases}$$

$$\text{Avec } S_{0,g} = \sum_{g' \neq g} \varphi_{0,g'} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g} \quad \text{et} \quad S_{1,g} = \sum_{g' \neq g} \varphi_{1,g'} \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g}$$

Plus directement on a :

$$\varphi_{0,g} = \frac{S_{0,g} + q_{f,g} - \frac{iBS_{1,g}}{(\Sigma_{t,g} - \Sigma_{s,1,g \rightarrow g})}}{(\Sigma_{t,g} - \Sigma_{s,0,g \rightarrow g}) + \frac{1}{3} \frac{B^2}{(\Sigma_{t,g} - \Sigma_{s,1,g \rightarrow g})}}$$

Ce qui permet de calculer :

$$\varphi_{1,g} = \frac{S_{1,g} - \frac{1}{3} iB \varphi_{0,g}}{\Sigma_{t,g} - \Sigma_{s,1,g \rightarrow g}}$$

Pour information, la formulation inconsistante introduit l'hypothèse supplémentaire :

$$\sum_{g'} \varphi_{1,g'} \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g} = \varphi_{1,g} \sum_g \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g}$$

*b) Formalisme en géométrie hétérogène*

Après simplification du terme  $e^{i\vec{B}\vec{r}}$ , l'équation du transport peut s'écrire :

$$i\vec{\Omega}\vec{B}\varphi_g(\vec{r},\vec{\Omega}) + \vec{\Omega}\cdot\vec{\nabla}\varphi_g(\vec{r},\vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r})\varphi_g(\vec{r},\vec{\Omega}) = \int \sum_{g'} \Sigma_{s,g'\rightarrow g}(\vec{r},\vec{\Omega}'\rightarrow\vec{\Omega})\varphi_{g'}(\vec{r},\vec{\Omega}')d^2\Omega' + \frac{1}{4\pi}q_{f,g}(\vec{r})$$

$$\text{avec } q_{f,g}(\vec{r}) = \frac{\chi_g(\vec{r})}{k_{eff}} \int \sum_{g'} v\Sigma_{f,g'}(\vec{r})\varphi_{g'}(\vec{r},\vec{\Omega}')d^2\Omega'$$

L'hypothèse P1 consistante limite le développement du flux, et donc de la source de diffusion, à l'ordre 1 sur la base des harmoniques sphériques, et la section de diffusion à l'ordre 1 sur la base des polynômes de Legendre :

$$\begin{aligned}\varphi_g(\vec{r},\vec{\Omega}) &= \frac{1}{4\pi}(\varphi_{0,g}(\vec{r}) + 3\vec{J}_g(\vec{r})\vec{\Omega}) \\ \Sigma_{s,g\rightarrow g'}(\vec{r},\mu) &= \frac{1}{2}(\Sigma_{s,0,g\rightarrow g'}(\vec{r}) + 3\Sigma_{s,1,g\rightarrow g'}(\vec{r})\mu) \\ \int \sum_{g'} \Sigma_{s,g'\rightarrow g}(\vec{r},\vec{\Omega}'\rightarrow\vec{\Omega})\varphi_{g'}(\vec{r},\vec{\Omega}')d^2\Omega' &= \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} (\Sigma_{s,0,g'\rightarrow g}(\vec{r})\varphi_{0,g'}(\vec{r}) + 3\Sigma_{s,1,g'\rightarrow g}(\vec{r})\vec{J}_{g'}(\vec{r})\vec{\Omega})\end{aligned}$$

La méthode généralement usitée et mise en place dans ECCO fait l'hypothèse que le courant  $\vec{J}_g$  et  $\vec{B}$  sont colinéaires et que ce courant est imaginaire pur :

$$\vec{J}_g(\vec{r}) = -ij_g(\vec{r})\frac{\vec{B}}{B}$$

Parallèlement, le flux scalaire est quant à lui réel.

Le terme de fuites est alors explicité :

$$i\vec{\Omega}\vec{B}\varphi_g(\vec{r},\vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \left( i\vec{\Omega}\vec{B}\varphi_{0,g}(\vec{r}) + \frac{3}{B}j_g(\vec{r})(\vec{\Omega}\vec{B})^2 \right)$$

On peut alors incorporer ce terme de fuites dans le terme de source. L'équation du transport s'écrit alors :

$$\vec{\Omega}\cdot\vec{\nabla}\varphi_g(\vec{r},\vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r})\varphi_g(\vec{r},\vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} (q_{s,0,g}(\vec{r}) + 3q_{s,1,g}(\vec{r})\frac{\vec{B}}{B}\vec{\Omega} + q_{f,g}(\vec{r}))$$

$$q_{s,0,g}(\vec{r}) = -\frac{3}{B}j_g(\vec{r})(\vec{\Omega}\vec{B})^2 + \sum_{g'} \Sigma_{s,0,g'\rightarrow g}(\vec{r})\varphi_{0,g'}(\vec{r})$$

$$q_{s,1,g}(\vec{r}) = -i \left( \frac{1}{3}B\varphi_{0,g}(\vec{r}) + \sum_{g'} \Sigma_{s,1,g'\rightarrow g}(\vec{r})j_{g'}(\vec{r}) \right)$$

Pour établir les équations aux probabilités de première collision, on passe par l'équation du transport sous sa forme intégrale :

$$\varphi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty e^{-\tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega})} (Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega})) ds$$

En définissant le chemin optique :  $\tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega}) = \int_0^s \Sigma_{t,g}(\vec{r} - s'\vec{\Omega}) ds'$

$$\text{Et } Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} (q_{s,0,g}(\vec{r}) + q_{s,1,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) + q_{f,g}(\vec{r}))$$

En remarquant que  $d^3r' = ds s^2 d^2\Omega$  pour  $\vec{r}' = \vec{r} - s\vec{\Omega}$  et en notant désormais :  $\tau_g(\vec{r}, \vec{r}') = \tau_g(\vec{r}, s, \vec{\Omega})$ , la première équation P1 s'obtient par une intégration angulaire sur toutes les directions, équivalente à une intégration sur tout le domaine spatial  $D$  :

$$\varphi_{0,g}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_D \frac{e^{-\tau_g(\vec{r}, \vec{r}')}}{s^2} (q_{s,0,g}(\vec{r}') + q_{f,g}(\vec{r}')) d^3r'$$

La seconde équation P1 s'obtient par une intégration angulaire sur toutes les direction de l'équation du transport préalablement multipliée par  $\vec{\Omega}$ , équivalente à une intégration sur tout le domaine spatial  $D$ , et en passant par la norme :

$$j_g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_D \frac{e^{-\tau_g(\vec{r}, \vec{r}')}}{s^2} q_{s,1,g}(\vec{r}') d^3r'$$

Enfin, par intégration sur chaque région de l'assemblage, on établit les équations aux probabilités de première collision :

$$\begin{cases} V_j \varphi_{0,g,j} = \sum_{i \in D} \left( V_i \frac{P_{ij,g}}{\Sigma_{t,g,j}} \left( -B j_{g,i} + q_{f,g,i} + \sum_{g'} \varphi_{0,g',i} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g,i} \right) \right) \\ V_j j_{g,j} = \sum_{i \in D} \left( V_i \frac{P_{ij,g}}{\Sigma_{t,g,j}} \left( \frac{B}{3} \varphi_{0,g,i} + \sum_{g'} \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g,i} j_{g',i} \right) \right) \end{cases}$$

En définissant la matrice des probabilités de première collision :

$$P_{ij,g} = \frac{1}{V_i V_j} \int \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \int_{V_i} \frac{e^{-\tau_g(\vec{r}, \vec{r}')}}{4\pi s^2} d^3r' d^3r$$

## II. Validation du modèle de fuites pour plusieurs assemblages rapides

Pour valider le modèle de fuites, on aurait souhaité comparer des résultats ECCO avec ceux obtenus avec un code étalon, sur des cas simplifiés dans un premier temps. Par exemple, il est possible de modéliser un cœur de hauteur finie, infini radialement, d'obtenir la courbure moyenne du flux calculé avec un code stochastique, d'utiliser ce paramètre de courbure dans un calcul ECCO et de comparer le flux obtenu avec celui existant dans le cœur. En pratique, on ne peut pas tirer de conclusions des résultats de cette approche.

La méthode de validation que l'on a retenue est donc indirecte ; elle porte sur des comparaisons entre TRIPOLI et le calcul cœur BISTRO, dans le cas de cœurs à une dimension : un réseau infini d'assemblages de hauteur finie.

### 1) Modélisations

#### *a) Assemblages considérés*

Bien que les cœurs à une dimension que l'on considère ne soient pas réalistes, on peut admettre que l'impact du modèle de fuites appliqué sur leur motif assemblage est dans une certaine mesure représentatif. On s'est intéressé à différents types d'assemblages, deux assemblages de puissance : ceux des cœurs internes de SFR et SPX, et deux assemblages de maquette MASURCA : ZONA1 et ZONA2 (PIT).

#### *b) Modélisations TRIPOLI*

Les calculs réalisés avec TRIPOLI simulent un demi-assemblage de hauteur critique, dont les conditions limites sont des réflexions sur les faces radiales et sur la face inférieure, et une condition de fuites sur la face supérieure.

On utilise des sections efficaces macroscopiques multigroupes, à 1968 groupes et dont les matrices de diffusion sont développées au premier ordre de Legendre. Ces données sont générées à partir des sections microscopiques contenues dans les bibliothèques d'ECCO JEFF3.1, et ne sont pas autoprotégées.

La recherche de la hauteur critique pour chaque assemblage est effectuée de manière manuelle, de façon à obtenir une réactivité nulle à environ 300 pcm près.

	Hétérogène		Homogène	
	Demi-hauteur Critiques <i>cm</i>	$k_{eff}$	Demi-hauteur Critiques <i>cm</i>	$k_{eff}$
SPX	50.00	1.00171	50.45	1.00044
SFR	61.50	1.00100	63.00	1.00067
ZONA1	37.00	0.99924	37.00	1.00324
ZONA2	28.60	1.00144	28.40	1.00256

Chaque assemblage est découpé en tranches de 10 cm, en dehors de la tranche supérieure dont la hauteur est ajustable pour obtenir la criticité. Les résultats sont obtenus sur chacune de ces portions de cœur.

Les formalismes du modèle de fuites d'ECCO étant différents suivant la nature de la description géométrique : hétérogène ou homogène, pour chaque assemblage on effectue deux calculs étalons : l'un représentant l'assemblage réaliste et l'autre représentant un assemblage rempli d'une pâte homogène.

### *c) Modélisations ECCO-BISTRO*

Le calcul ERANOS s'effectue en deux étapes. Le calcul ECCO intègre le modèle de fuites afin de calculer le flux fin régnant sur l'assemblage. A l'aide de ce flux, on procède à la phase de condensation et d'homogénéisation des sections efficaces macroscopiques (pour le calcul cœur) et microscopiques (pour le calcul des taux de réactions). Le calcul BISTRO à une dimension, reprenant la hauteur critique définie dans la géométrie TRIPOLI, permet d'observer l'impact du modèle de fuites au niveau cœur.

- ECCO

Les calculs ECCO sont effectués selon les voies de référence et le modèle de fuites est mis en avant. Ils sont tous réalisés sans modèle d'autoprotection avec la bibliothèque JEFF3.1.

#### *Cas d'un assemblage homogène :*

La première étape correspond à un calcul à 1968 groupes de recherche de laplacien afin d'obtenir la criticité. On se place dans l'hypothèse P1 consistante. Avec le flux et le courant obtenu, on effectue une condensation à N groupes, où N fait référence aux découpages à 33 groupes ou 175 groupes, voire un découpage arbitraire à 984 groupes<sup>1</sup>.

#### *Cas d'un assemblage hétérogène :*

La première étape est aussi un calcul à 1968 groupes de recherche de laplacien critique. La méthode de calcul se base sur une matrice de probabilités de collision obtenues de manière approchée par combinaison de méthode Double-Step et de méthodes de Roth. On se place dans l'hypothèse P1 hétérogène telle qu'elle est décrite auparavant. On opère alors une condensation à N groupes. Un calcul est effectué avec les sections ainsi obtenues, en effectuant alors une deuxième recherche de laplacien critique. Enfin, on effectue une homogénéisation par pondération par le flux et le courant.

- BISTRO

La modélisation du cœur est très simple. BISTRO résout l'équation du transport à une dimension, avec une méthode de différence finie et une discrétisation angulaire basée sur une quadrature de Gauss S16. Reprenant la description de TRIPOLI, le cœur est découpé en tranches, et chaque tranche est divisée en 5 mailles de calcul (ainsi, l'intérieur du cœur est maillé avec des nœuds espacés de 2 cm, et la tranche externe contient des mailles de tailles variables selon les cas, de 1,68 cm à 4,6 cm).

Les différents jeux de données sont dans les Annexes D.1 à D.3.

---

<sup>1</sup> Défini simplement par la réunion de deux microgroupes adjacents.

### 2) Validité de la modélisation et grandeurs d'intérêt

La modélisation proposée permet de mettre en avant l'impact du modèle de fuites. En effet, les calculs ECCO et les calculs TRIPOLI utilisent des sections strictement identiques : le modèle d'autoprotection (méthode des sous groupes et tables de probabilités à 1968 groupes) n'intervient pas et n'introduit aucun biais.

Dans le cas de la description homogène, le calcul de flux réalisé par ECCO est exact : seul intervient le modèle de fuites.

Dans la description hétérogène, le modèle de fuites est couplé à la méthode de calcul de flux qui introduit des biais, parfois importants sur le  $k_{\infty}$  pour SPX (200 pcm) et SFR (100 pcm) et généralement inférieurs à 0,3% sur les sections condensées à un groupe les plus significatives : la section de fission du Plutonium 239 et la section de capture de l'Uranium 238. Ces biais se propagent jusqu'au calcul de cœur à travers les phases de condensation et d'homogénéisation.

Les grandeurs sur lesquelles on effectue des comparaisons sont :

- Le coefficient de multiplication effectif :  $k_{eff}$
- Le flux condensé à un groupe intégré sur chaque tranche du cœur :  $\phi$
- Les sections microscopiques condensées à 1 groupe, pour chaque tranche :

$$\sigma_{Pu239}^{fiss}, \sigma_{U238}^{capt}, \sigma_{U238}^{fiss}, \sigma_{B10}^{capt}$$

- L'effet de vidange :  $\rho_{vid}$

#### *a) Modélisation à 1968 groupes*

Les sections microscopiques, permettant de caractériser la nature du spectre du flux, sont obtenues avec TRIPOLI par scoring, c'est-à-dire par estimation du taux de réaction sur un noyau fictif. Pour calculer ce taux de réaction, TRIPOLI utilise la section microscopique contenue dans ses bibliothèques, et cette dernière est généralement beaucoup plus détaillée que celle disponible dans ECCO à 1968 groupes. Toutefois, le calcul étant effectué avec des données multigroupes, c'est-à-dire des sections constantes sur chaque groupe d'énergie, il n'y a aucun phénomène d'autoprotection : le flux ne présente pas de dépression à l'intérieur des groupes. On peut donc considérer que l'utilisation des données ponctuelles pour le seul calcul des taux de réactions introduira un biais limité.

Afin de vérifier la validité de la modélisation, on réalise une comparaison ECCO+BISTRO et TRIPOLI à 1968 groupes dans le cas où on n'effectue aucune condensation et où la géométrie est homogène : le modèle de fuites n'a alors aucun impact, les modélisations sont identiques. Les écarts que l'on peut obtenir sont imputables :

- aux approximations du calcul cœur
- aux écarts de sections ponctuelles/multigroupes pour le calcul des taux de réactions.

On choisit pour ce cas, un assemblage à la composition simplifiée proche de SPX.

On obtient les écarts TRIPOLI-BISTRO suivants sur le coefficient de multiplication et l'effet de vidange.

1968g	Résultats TRIPOLI-1968g			Ecart relatifs	
	$k_{eff}$	Ecart type $pcm$	$\rho_{vid}$ $pcm$	$k_{eff}$ $pcm$	$\rho_{vid}$ %
25 mailles S16	1.00077	12	1907	-24	-0.30

Les écarts sur le flux sont caractérisés par les résultats suivants :

1968g		Résultats TRIPOLI-1968g					Ecart relatifs				
	Domaine	$\phi$ $cm.s^{-1}$	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ $b$	$\sigma_{capt}^{U238}$ $b$	$\sigma_{fiss}^{U238}$ $b$	$\sigma_{capt}^{B10}$ $b$	$\phi$ %	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ %	$\sigma_{capt}^{U238}$ %	$\sigma_{fiss}^{U238}$ %	$\sigma_{capt}^{B10}$ %
25 mailles S16	0-10	100.0	1.777E+0	3.029E-1	4.311E-2	2.777E+0	0.000	0.167	-0.087	0.062	0.211
	10-20	94.4	1.777E+0	3.028E-1	4.313E-2	2.776E+0	0.023	0.169	-0.081	0.040	0.223
	20-30	83.6	1.777E+0	3.023E-1	4.315E-2	2.772E+0	0.014	0.166	-0.035	0.021	0.243
	30-40	68.1	1.775E+0	3.015E-1	4.326E-2	2.764E+0	0.030	0.176	-0.029	0.004	0.261
	40-62.3	77.7	1.768E+0	2.949E-1	4.503E-2	2.696E+0	-0.054	0.171	-0.041	0.130	0.276
	Cœur Entier	423.9	1.775E+0	3.011E-1	4.350E-2	2.759E+0	0.003	0.169	-0.058	0.052	0.240

On retiendra donc que des approximations sans rapport avec le modèle de fuites peuvent introduire des écarts :

- de moins de 80pcm<sup>1</sup> sur le coefficient de multiplication effectif
- de moins de 1%<sup>2</sup> sur l'effet de vidange
- des écarts sur le flux très faibles, de moins de 0,2% sur la maille la plus externe
- des écarts maximaux sur les sections inférieurs à 0,35%<sup>3</sup>

## b) Impact des approximations du calcul cœur

Afin de préciser l'origine de ces écarts, on effectue le même calcul cœur en améliorant la précision : le cœur est décrit avec 25 ou 50 mailles de calcul, et la discrétisation angulaire choisie est basée sur une quadrature S4 ou S16.

<sup>1</sup> L'écart de 70pcm en réactivité est l'écart maximum toléré lors du calcul cellule, on retient ici cette 'tolérance' en intégrant ici l'écart statistique d'environ 10pcm

<sup>2</sup> En intégrant l'écart statistique et en se référant aux performances du modèle d'autoprotection dans des cas homogènes infinis, une tolérance de 1% sur l'effet de vidange est raisonnable (voir C. II. 2. b)

<sup>3</sup> Sur les sections microscopiques, on tolère un écart de 300pcm sur les plus importantes (relative au Plutonium239 et à l'Uranium238), et on y intègre largement l'écart statistique d'environ 40pcm.

On obtient les résultats suivants :

1968g	Résultats TRIPOLI-1968g			Ecart relatif	
	$k_{eff}$	Ecart type $pcm$	$\rho_{vid}$ $pcm$	$k_{eff}$ $pcm$	$\rho_{vid}$ %
25 mailles S16	1.00077	12	1907	-24	-0.30
50 mailles S16				-15	-0.11
25 mailles S4				-64	-1.4
50 mailles S4				-55	-1.29

1968g	Domaine	Résultats TRIPOLI-1968g					Ecart relatif				
		$\phi$ $cm.s^{-1}$	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ $b$	$\sigma_{capt}^{U238}$ $b$	$\sigma_{fiss}^{U238}$ $b$	$\sigma_{capt}^{B10}$ $b$	$\phi$ %	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ %	$\sigma_{capt}^{U238}$ %	$\sigma_{fiss}^{U238}$ %	$\sigma_{capt}^{B10}$ %
25 mailles S16	0-10	100.0	1.777E+0	3.029E-1	4.311E-2	2.777E+0	0.000	0.167	-0.087	0.062	0.211
	10-20	94.4	1.777E+0	3.028E-1	4.313E-2	2.776E+0	0.023	0.169	-0.081	0.040	0.223
	20-30	83.6	1.777E+0	3.023E-1	4.315E-2	2.772E+0	0.014	0.166	-0.035	0.021	0.243
	30-40	68.1	1.775E+0	3.015E-1	4.326E-2	2.764E+0	0.030	0.176	-0.029	0.004	0.261
	40-62.3	77.7	1.768E+0	2.949E-1	4.503E-2	2.696E+0	-0.054	0.171	-0.041	0.130	0.276
	Cœur Entier	423.9	1.775E+0	3.011E-1	4.350E-2	2.759E+0	0.003	0.169	-0.058	0.052	0.240
50 mailles S16	0-10						0.000	0.168	-0.084	0.056	0.215
	10-20						0.025	0.169	-0.078	0.035	0.226
	20-30						0.020	0.167	-0.033	0.019	0.246
	30-40						0.039	0.177	-0.028	0.011	0.262
	40-62.3						0.028	0.173	-0.026	0.100	0.292
	Cœur Entier						0.021	0.170	-0.053	0.045	0.245
25 mailles S4	0-10						0.000	0.163	-0.106	0.091	0.190
	10-20						0.007	0.165	-0.099	0.069	0.202
	20-30						-0.041	0.163	-0.053	0.052	0.223
	30-40						-0.100	0.174	-0.045	0.039	0.243
	40-62.3						-0.598	0.180	-0.005	0.106	0.316
	Cœur Entier						-0.132	0.169	-0.064	0.069	0.233
50 mailles S4	0-10						0.000	0.164	-0.102	0.085	0.194
	10-20						0.008	0.166	-0.096	0.064	0.205
	20-30						-0.035	0.164	-0.050	0.049	0.226
	30-40						-0.088	0.174	-0.044	0.045	0.245
	40-62.3						-0.518	0.183	0.010	0.077	0.332
	Cœur Entier						-0.114	0.170	-0.059	0.062	0.238

On peut remarquer qu'il y a peu de différence entre les calculs à 50 mailles et les calculs à 25 mailles. On en déduit que le choix d'un maillage de l'ordre de 2cm est suffisant.



Le choix d'une discrétisation S4 plutôt que S16 dégrade très clairement les résultats sur le flux et sur la réactivité : le courant de fuites, ou plus exactement le flux angulaire, est nettement moins bien calculé. Les écarts obtenus en S16 sont très faibles sur ces grandeurs, ce qui valide la modélisation.

Les écarts sur les sections microscopiques sont globalement inchangés selon les différentes configurations. On en conclut que le spectre du flux est assez peu sensible à la précision du calcul cœur, et que les écarts résiduels sont simplement imputables aux différences entre les données d'ECCO et celles de TRIPOLI.

### 3) Résultats

On distingue les cas homogènes et les cas hétérogènes.

On surligne en vert/orange/rouge les écarts inférieurs/supérieurs/3 fois supérieurs aux écarts tolérés imputables aux approximations de modélisation cœurs, aux différences de données et aux approximations du calcul de flux réseau par probabilités de collision.

#### a) Cas homogènes

- Coefficient de multiplication effectif et effet de vidange.

SPX	Résultats TRIPOLI-1968g			Ecart relatifs	
	$k_{eff}$	Ecart type pcm	$\rho_{vid}$ pcm	$k_{eff}$ pcm	$\rho_{vid}$ %
33 Groupes	1.00044	12	1751	-65	0.64
175 Groupes				-38	-0.21
984 Groupes				-22	

SFR	Résultats TRIPOLI-1968g			Ecart relatifs	
	$k_{eff}$	Ecart type pcm	$\rho_{vid}$ pcm	$k_{eff}$ pcm	$\rho_{vid}$ %
33 Groupes	1.00067	12	2515	-80	1.53
175 Groupes				-39	-0.10

ZONA1	Résultats TRIPOLI-1968g			Ecart relatifs	
	$k_{eff}$	Ecart type pcm	$\rho_{vid}$ pcm	$k_{eff}$ pcm	$\rho_{vid}$ %
33 Groupes	1.00324	13	-2511	-129	1.63
175 Groupes				-80	0.32

ZONA2	Résultats TRIPOLI-1968g			Ecart relatifs	
	$k_{eff}$	Ecart type pcm	$\rho_{vid}$ pcm	$k_{eff}$ pcm	$\rho_{vid}$ %
33 Groupes		13	-4345	-167	1.60
175 Groupes				-95	0.74

## CHAPITRE D : VALIDATION DU MODELE DE FUITES

Remarque pour le cas ZONA2 : dans le cas de l'assemblage vidangé, le cœur est particulièrement sous-critique. L'utilisation d'un laplacien permettant la criticité sur une telle cellule n'a donc pas de sens. Si l'on utilise un laplacien assurant un coefficient de multiplication de 0,96071 (le coefficient de référence obtenu avec TRIPOLI) lors du calcul ECCO, la réactivité de la configuration vidangée est augmentée de 10pcm à 33 groupes lors du calcul BISTRO, ce qui réduit l'écart sur l'effet de vidange à 1,4% environ au lieu de 1,6%. Ainsi, dans le cadre d'une recherche de laplacien, la valeur du coefficient de multiplication effectif recherché à un impact faible sur l'effet de vidange (tant qu'il reste proche de 1).

- Flux et indices de spectre

SPX		Résultats TRIPOLI-1968g					Ecart relatifs				
Domaine		$\phi$ <i>cm.s<sup>-1</sup></i>	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ <i>b</i>	$\sigma_{U238}^{capt}$ <i>b</i>	$\sigma_{U238}^{fiss}$ <i>b</i>	$\sigma_{B10}^{capt}$ <i>b</i>	$\phi$ %	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ %	$\sigma_{U238}^{capt}$ %	$\sigma_{U238}^{fiss}$ %	$\sigma_{B10}^{capt}$ %
33 Groupes	0-10	100.0	1.792E+0	3.041E-1	4.232E-2	2.767E+0	0.000	0.143	-0.138	0.003	0.147
	10-20	91.6	1.791E+0	3.037E-1	4.233E-2	2.764E+0	-0.009	0.161	-0.040	-0.001	0.212
	20-30	75.4	1.790E+0	3.031E-1	4.239E-2	2.757E+0	0.048	0.174	-0.011	-0.022	0.260
	30-40	52.7	1.786E+0	3.004E-1	4.278E-2	2.730E+0	0.096	0.223	0.084	-0.020	0.390
	40-50.45	25.4	1.771E+0	2.867E-1	4.615E-2	2.592E+0	-0.087	0.228	0.151	0.296	0.495
	Cœur Entier	345.1	1.789E+0	3.019E-1	4.269E-2	2.745E+0	0.016	0.173	-0.030	0.016	0.251
175 Groupes	0-10						0.000	0.149	-0.110	-0.028	0.178
	10-20						-0.028	0.163	-0.023	-0.032	0.230
	20-30						0.004	0.167	-0.021	-0.055	0.249
	30-40						0.044	0.197	0.022	-0.071	0.324
	40-50.45						-0.117	0.183	0.005	0.251	0.341
	Cœur Entier						-0.008	0.166	-0.039	-0.020	0.241
984 Groupes	0-10						0.000	0.158	-0.084	-0.042	0.208
	10-20						-0.039	0.168	-0.006	-0.046	0.249
	20-30						-0.022	0.163	-0.020	-0.071	0.247
	30-40						0.014	0.184	0.006	-0.094	0.299
	40-50.45						-0.127	0.163	-0.039	0.207	0.302
	Cœur Entier						-0.022	0.166	-0.032	-0.038	0.248

SFR		Résultats TRIPOLI-1968g					Ecart relatifs				
Domaine		$\phi$ <i>cm.s<sup>-1</sup></i>	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ <i>b</i>	$\sigma_{U238}^{capt}$ <i>b</i>	$\sigma_{U238}^{fiss}$ <i>b</i>	$\sigma_{B10}^{capt}$ <i>b</i>	$\phi$ %	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ %	$\sigma_{U238}^{capt}$ %	$\sigma_{U238}^{fiss}$ %	$\sigma_{B10}^{capt}$ %
33 Groupes	0-10	100.0	1.778E+0	3.041E-1	4.111E-2	2.785E+0	0.000	0.151	-0.159	-0.021	0.094
	10-20	94.3	1.778E+0	3.041E-1	4.111E-2	2.786E+0	0.178	0.158	-0.140	-0.013	0.109
	20-30	83.4	1.778E+0	3.041E-1	4.112E-2	2.783E+0	0.406	0.192	-0.096	-0.053	0.234
	30-40	67.9	1.777E+0	3.036E-1	4.112E-2	2.780E+0	0.634	0.224	0.023	-0.010	0.307
	40-63	77.6	1.771E+0	2.983E-1	4.232E-2	2.726E+0	0.656	0.249	0.142	0.053	0.454
	Cœur Entier	423.2	1.777E+0	3.030E-1	4.133E-2	2.773E+0	0.342	0.190	-0.060	-0.008	0.223
175 Groupes	0-10						0.000	0.179	-0.076	-0.071	0.192
	10-20						0.099	0.178	-0.079	-0.056	0.180
	20-30						0.190	0.196	-0.075	-0.087	0.257
	30-40						0.257	0.207	-0.010	-0.035	0.266
	40-63						0.122	0.197	0.002	0.029	0.292
	Cœur Entier						0.123	0.190	-0.052	-0.046	0.232

ZONA1		Résultats TRIPOLI-1968g					Ecart relatifs				
	Domaine	$\phi$ $cm.s^{-1}$	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ $b$	$\sigma_{capt}^{U238}$ $b$	$\sigma_{fiss}^{U238}$ $b$	$\sigma_{capt}^{B10}$ $b$	$\phi$ %	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ %	$\sigma_{capt}^{U238}$ %	$\sigma_{fiss}^{U238}$ %	$\sigma_{capt}^{B10}$ %
33 Groupes	0-10	100.0	1.714E+0	2.492E-1	5.839E-2	2.213E+0	0.000	0.137	0.037	-0.257	0.500
	10-20	85.8	1.713E+0	2.481E-1	5.874E-2	2.201E+0	-0.005	0.130	0.005	-0.203	0.500
	20-30	59.1	1.710E+0	2.435E-1	6.044E-2	2.155E+0	-0.046	0.148	0.085	-0.137	0.618
	30-37	20.1	1.701E+0	2.278E-1	6.809E-2	2.002E+0	-0.315	0.151	0.276	0.191	0.827
	Cœur Entier	264.9	1.712E+0	2.459E-1	5.970E-2	2.180E+0	-0.036	0.138	0.056	-0.177	0.551
175 Groupes	0-10						0.000	0.124	0.024	-0.326	0.486
	10-20						0.003	0.110	-0.038	-0.275	0.454
	20-30						-0.016	0.118	-0.020	-0.212	0.507
	30-37						-0.291	0.119	0.090	0.207	0.648
	Cœur Entier						-0.025	0.118	0.000	-0.241	0.494

ZONA2		Résultats TRIPOLI-1968g					Ecart relatifs				
	Domaine	$\phi$ $cm.s^{-1}$	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ $b$	$\sigma_{capt}^{U238}$ $b$	$\sigma_{fiss}^{U238}$ $b$	$\sigma_{capt}^{B10}$ $b$	$\phi$ %	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ %	$\sigma_{capt}^{U238}$ %	$\sigma_{fiss}^{U238}$ %	$\sigma_{capt}^{B10}$ %
33 Groupes	0-10	100.0	1.681E+0	2.127E-1	7.106E-2	1.841E+0	0.000	0.104	0.115	-0.305	0.777
	10-20	77.3	1.679E+0	2.099E-1	7.247E-2	1.813E+0	-0.014	0.110	0.126	-0.212	0.857
	20-28.4	33.5	1.677E+0	1.984E-1	7.987E-2	1.702E+0	-0.222	0.118	0.254	0.083	1.058
	Cœur Entier	210.9	1.679E+0	2.094E-1	7.298E-2	1.809E+0	-0.040	0.109	0.142	-0.207	0.850
175 Groupes	0-10						0.000	0.078	0.029	-0.402	0.691
	10-20						0.000	0.079	-0.006	-0.308	0.723
	20-28.4						-0.217	0.085	0.046	0.067	0.854
	Cœur Entier						-0.035	0.079	0.020	-0.290	0.729

# • Conclusions

De manière générale, le calcul cœur donne de bons résultats : les écarts sur le coefficient de multiplication et sur l'effet en réactivité sont généralement proches des écarts tolérables. On remarque aussi la diminution systématique des écarts lorsqu'on considère des découpages énergétiques plus fins que le découpage à 33 groupes : le modèle de fuites introduit des biais dans le calcul de flux fin utilisé lors de la condensation, plus la condensation est importante (c'est-à-dire plus les groupes sont larges) et plus les biais sur le calcul cœur final sont importants.

On retient donc qu'à 33 groupes, dans les cas homogènes, le modèle de fuites induit des écarts sur la réactivité inférieurs à 200pcm et des écarts sur l'effet de vidange proches de 2%. Ces écarts sont d'autant moins importants qu'on considère des cœurs de grande taille dans lesquels les fuites sont moins importantes.

Sur le flux et le spectre du flux, on peut considérer que les écarts sont acceptables. Les écarts relatifs à la section de capture du Bore 10 sont importants mais ils ne diminuent généralement pas lorsque le découpage énergétique s'affine. On retient donc que malgré une partie thermique potentiellement biaisée, le flux est calculé correctement.

b) Cas hétérogènes

- Coefficient de multiplication effectif et effet de vidange.

SPX	Résultats TRIPOLI-1968g			Ecart relatifs	
	$k_{eff}$	Ecart type pcm	$\rho_{vid}$ pcm	$k_{eff}$ pcm	$\rho_{vid}$ %
33 Groupes	1.00171	12	1134	206	5.87
175 Groupes				224	5.66
984 Groupes				235	

SFR	Résultats TRIPOLI-1968g			Ecart relatifs	
	$k_{eff}$	Ecart type pcm	$\rho_{vid}$ pcm	$k_{eff}$ pcm	$\rho_{vid}$ %
33 Groupes	1.00100	11	2105	11	4.48
175 Groupes				39	2.92

ZONA1	Résultats TRIPOLI-1968g			Ecart relatifs	
	$k_{eff}$	Ecart type pcm	$\rho_{vid}$ pcm	$k_{eff}$ pcm	$\rho_{vid}$ %
33 Groupes	0.99924	13	-3562	226	-7.29
175 Groupes				273	-8.34

ZONA2	Résultats TRIPOLI-1968g			Ecart relatifs	
	$k_{eff}$	Ecart type pcm	$\rho_{vid}$ pcm	$k_{eff}$ pcm	$\rho_{vid}$ %
33 Groupes	1.00144	13	-5124	104	-0.64
175 Groupes				172	-1.46

Remarque pour le cas ZONA2 : Si l'on utilise un laplacien assurant un coefficient de multiplication de 0,95256 (le coefficient de référence obtenu avec TRIPOLI) lors du calcul ECCO de la cellule vidangée<sup>1</sup>, la réactivité de la configuration vidangée est augmentée de 35pcm : l'écart se ramène à -1,4% environ au lieu de -0,6%. Utiliser une recherche de laplacien critique pour le cas des cellules vidangées est une approximation qui ne permet pas d'expliquer les écarts importants observés sur les effets de vidange des différentes configurations.

On rappelle aussi que lors de l'étude de validation du calcul de flux d'ECCO, on a relevé des écarts sur l'effet de vidange dans des cas de dimensions infinies de l'ordre de 3% dans les cas de SFR et de SPX (voir C. II. 2. b).

<sup>1</sup> B<sup>2</sup>=1.7752E-03 pour k<sub>eff</sub>=1. et B<sup>2</sup>=1.9685E-03 pour k<sub>eff</sub>=0,95256

## CHAPITRE D : VALIDATION DU MODELE DE FUITES

- Flux et indices de spectre

SPX		Résultats TRIPOLI-1968g					Ecart relatifs				
	Domaine	$\phi$ $cm.s^{-1}$	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ $b$	$\sigma_{U238}^{capt}$ $b$	$\sigma_{U238}^{fiss}$ $b$	$\sigma_{B10}^{capt}$ $b$	$\phi$ %	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ %	$\sigma_{U238}^{capt}$ %	$\sigma_{U238}^{fiss}$ %	$\sigma_{B10}^{capt}$ %
33 Groupes	0-10	100.0	1.798E+0	3.005E-1	4.328E-2	2.769E+0	0.000	0.327	-0.021	0.986	0.326
	10-20	91.4	1.798E+0	3.003E-1	4.329E-2	2.767E+0	0.029	0.315	0.005	0.961	0.357
	20-30	75.0	1.796E+0	2.995E-1	4.333E-2	2.759E+0	0.017	0.360	0.062	1.012	0.431
	30-40	52.1	1.792E+0	2.970E-1	4.377E-2	2.732E+0	-0.070	0.354	0.076	0.990	0.472
	40-50	24.0	1.775E+0	2.831E-1	4.718E-2	2.590E+0	-0.369	0.455	0.181	1.651	0.573
	Cœur Entier	342.5	1.795E+0	2.985E-1	4.364E-2	2.748E+0	-0.025	0.344	0.034	1.034	0.398
175 Groupes	0-10						0.000	0.328	0.005	0.958	0.356
	10-20						0.018	0.312	0.023	0.933	0.377
	20-30						-0.005	0.349	0.057	0.978	0.426
	30-40						-0.086	0.325	0.023	0.935	0.413
	40-50						-0.357	0.405	0.046	1.601	0.429
	Cœur Entier						-0.034	0.334	0.028	0.999	0.392
984 Groupes	0-10						0.000	0.420	0.126	1.036	0.465
	10-20						-0.004	0.412	0.148	1.023	0.488
	20-30						-0.019	0.419	0.153	1.042	0.499
	30-40						-0.129	0.415	0.132	1.018	0.495
	40-50						-0.311	0.416	0.054	1.593	0.424
	Cœur Entier						-0.047	0.417	0.135	1.071	0.482

SFR		Résultats TRIPOLI-1968g					Ecart relatifs				
	Domaine	$\phi$ $cm.s^{-1}$	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ $b$	$\sigma_{U238}^{capt}$ $b$	$\sigma_{U238}^{fiss}$ $b$	$\sigma_{B10}^{capt}$ $b$	$\phi$ %	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ %	$\sigma_{U238}^{capt}$ %	$\sigma_{U238}^{fiss}$ %	$\sigma_{B10}^{capt}$ %
33 Groupes	0-10	100.0	1.782E+0	3.009E-1	4.176E-2	2.786E+0	0.000	0.281	0.099	0.218	0.330
	10-20	94.1	1.783E+0	3.011E-1	4.179E-2	2.786E+0	0.093	0.250	0.044	0.153	0.336
	20-30	82.8	1.783E+0	3.011E-1	4.187E-2	2.786E+0	0.238	0.210	0.054	-0.050	0.337
	30-40	66.6	1.782E+0	3.006E-1	4.187E-2	2.781E+0	0.329	0.254	0.136	0.028	0.436
	40-61.5	70.8	1.774E+0	2.947E-1	4.313E-2	2.720E+0	0.162	0.371	0.290	0.292	0.641
	Cœur Entier	414.3	1.781E+0	2.999E-1	4.204E-2	2.774E+0	0.149	0.271	0.115	0.133	0.402
175 Groupes	0-10						0.000	0.296	0.153	0.178	0.397
	10-20						0.039	0.259	0.083	0.118	0.384
	20-30						0.092	0.206	0.065	-0.079	0.350
	30-40						0.080	0.234	0.106	0.003	0.400
	40-61.5						-0.172	0.320	0.170	0.266	0.501
	Cœur Entier						0.011	0.264	0.115	0.100	0.403

ZONA1		Résultats TRIPOLI-1968g					Ecart relatifs				
	Domaine	$\phi$ $cm.s^{-1}$	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ $b$	$\sigma_{U238}^{capt}$ $b$	$\sigma_{U238}^{fiss}$ $b$	$\sigma_{B10}^{capt}$ $b$	$\phi$ %	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ %	$\sigma_{U238}^{capt}$ %	$\sigma_{U238}^{fiss}$ %	$\sigma_{B10}^{capt}$ %
33 Groupes	0-10	100.0	1.724E+0	2.467E-1	5.945E-2	2.215E+0	0.000	0.125	0.344	-0.909	0.710
	10-20	85.9	1.723E+0	2.454E-1	5.976E-2	2.201E+0	-0.048	0.154	0.395	-0.786	0.769
	20-30	59.4	1.719E+0	2.410E-1	6.136E-2	2.157E+0	-0.285	0.187	0.437	-0.554	0.840
	30-37	20.4	1.706E+0	2.260E-1	6.837E-2	2.013E+0	-0.899	0.520	0.531	0.612	0.623
	Cœur Entier	265.6	1.721E+0	2.434E-1	6.066E-2	2.182E+0	-0.148	0.178	0.400	-0.668	0.757
175 Groupes	0-10						0.000	0.109	0.331	-0.977	0.670
	10-20						-0.039	0.132	0.353	-0.859	0.698
	20-30						-0.255	0.155	0.334	-0.632	0.705
	30-37						-0.879	0.482	0.343	0.624	0.417
	Cœur Entier						-0.137	0.156	0.345	-0.733	0.675

ZONA2		Résultats TRIPOLI-1968g					Ecart relatifs				
	Domaine	$\phi$ $cm.s^{-1}$	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ $b$	$\sigma_{U238}^{capt}$ $b$	$\sigma_{U238}^{fiss}$ $b$	$\sigma_{B10}^{capt}$ $b$	$\phi$ %	$\sigma_{Pu239}^{fiss}$ %	$\sigma_{U238}^{capt}$ %	$\sigma_{U238}^{fiss}$ %	$\sigma_{B10}^{capt}$ %
33 Groupes	0-10	100.0	1.688E+0	2.108E-1	7.273E-2	1.835E+0	0.000	-0.006	0.517	-1.007	1.221
	10-20	77.9	1.687E+0	2.082E-1	7.401E-2	1.809E+0	-0.191	0.016	0.492	-0.787	1.239
	20-28.6	34.9	1.682E+0	1.973E-1	8.069E-2	1.705E+0	-0.703	0.200	0.545	0.225	1.131
	Cœur Entier	212.8	1.687E+0	2.076E-1	7.450E-2	1.804E+0	-0.185	0.036	0.517	-0.718	1.220
175 Groupes	0-10						0.000	-0.034	0.437	-1.103	1.119
	10-20						-0.176	-0.017	0.370	-0.884	1.092
	20-28.6						-0.697	0.164	0.345	0.203	0.916
	Cœur Entier						-0.179	0.005	0.403	-0.801	1.084

### • Conclusions

Les écarts sur le coefficient de multiplication sont très variables, et ils augmentent généralement avec le nombre de groupes. Ils restent inférieurs à 300 pcm, et sont inférieurs ou proches dans le cas de SPX et SFR aux biais imputables aux approximations du calcul de flux par probabilités de collision (soit 200 pcm pour SPX et 100 pcm pour SFR).

Les écarts observés sur l'effet de vidange sont importants : plus de 5% sur SPX et près de 8% sur ZONA1. Il est difficile ici de déterminer l'origine de ces écarts. En effet, on a vu au C. II. 2. b que l'impact des approximations du calcul de flux atteignaient plusieurs %. Il est donc vraisemblable que les écarts observés ici soient la résultante des deux modélisations, et on ne sait pas les séparer ici.

Les écarts sur le flux dans le cœur sont généralement supérieurs à ceux observés sur les cas homogènes. L'écart moyen sur le cœur reste inférieur à 0,2%.

Sur les sections de fission du Plutonium 239 et de capture de l'Uranium 238, les écarts sont inférieurs à 0,6%. Les autres indices de spectre présentent des écarts variables plus importants.

### III. Conclusion

Après avoir brièvement présenté l'impact de l'utilisation du modèle de fuites d'ECCO sur le coefficient de multiplication, de l'ordre de la centaine de pcm, on s'est intéressé au phénomène de fuite plus particulièrement. L'impact des fuites neutroniques sur le flux, du point de vue de l'anisotropie et du point de vue spectral, a été observé sur un cas de cœur simple à une dimension.

On a constaté un durcissement du spectre du flux variable selon l'emplacement dans le cœur : la courbure du flux respectant une forme sinusoïdale est donc variable en fonction de l'énergie. D'autre part, on a remarqué que le flux angulaire pouvait être représenté correctement à l'ordre 1 de Legendre, les ordres supérieurs étant négligeables. Les effets des fuites sur le courant sont semblables à ceux sur le flux : ils sont du même ordre, toutefois ils ne sont pas identiques : le durcissement spectral est plus important dans le cas du courant et les laplaciens caractérisant la courbure moyenne du flux et celle du courant diffèrent de plus de 20%. Le laplacien critique calculé par le code ECCO produit un flux dont le spectre est représentatif de celui qui règne au centre du cœur et qui représente une courbure du flux telle que celles observées aux énergies de 1 MeV dans le cœur.

Le modèle de fuite étant intimement lié à la méthode de calcul de flux, on a présenté le formalisme dédié aux géométries homogènes et celui dédié aux géométries hétérogènes traitées par méthode de probabilités de collision.

La validation des modèles de fuites du code ECCO a porté sur la comparaison de calculs BISTRO de cœurs uniformes à une dimension avec des calculs étalons réalisés avec TRIPOLI 4.5. Compte tenu de l'observation du faible impact du modèle de fuites, les calculs sont réalisés à données identiques : les calculs ECCO et TRIPOLI sont réalisés avec les mêmes bibliothèques à 1968 groupes sans autoprotection. Afin de justifier les choix de modélisation du calcul BISTRO, on effectue des calculs à 1968 groupes sur un cœur académique : on contrôle ainsi les erreurs introduites par les approximations du calcul cœur. On effectue les comparaisons sur des grandeurs globales : réactivité, effet de vidange, et des grandeurs locales caractérisant le flux : flux et sections microscopiques à 1 groupe par tranche de cœur. On s'intéresse aux assemblages SuperPhénix, SFR, ZONA1 et ZONA2, calculés à 33 groupes et 175 groupes, dans leurs versions homogènes et hétérogènes.

Dans les cas homogènes, les écarts observés sont généralement tolérables. A 33 groupes, l'écart sur la réactivité est inférieur à 100 pcm pour les grands cœurs (SFR et SPX) et inférieur à 200pcm pour les cœurs de plus petites tailles (ZONA1 et ZONA2), l'écart sur l'effet de vidange est inférieur à 2% et les écarts sur le flux et les indices de spectre sont généralement inférieurs ou proches des critères définis : 0.2% sur le flux à 1 groupe et 0.35% sur les sections à 1 groupe de fission du Plutonium 239, de capture de l'Uranium 238 et de fission de l'Uranium 238. Ces écarts sont largement réduits dans le cas de calculs à 175 groupes.

Dans les cas hétérogènes, les approximations des calculs de probabilités de collision introduisent des biais. On retient simplement que les écarts avec TRIPOLI sont inférieurs à 300 pcm sur la réactivité et peuvent atteindre 8% sur l'effet de vidange. Les écarts sur le flux restent globalement faibles (inférieurs à 0.2%) et ceux sur les sections de fission du Plutonium 239 et de capture de l'Uranium 238 sont inférieurs à 0.6%.





## CHAPITRE E : VALIDATION DES METHODES DE CONDENSATION - CAS DES CŒURS AVEC REFLECTEUR ACIER

Dans le même esprit que l'étude [ALIBERTI], on s'est intéressé à comparer un calcul étalon TRIPOLI-4.5<sup>1</sup> et des calculs BISTRO sur un cas de cœur rapide simplifié à une dimension, reprenant les compositions de la publication, mais de dimensions non critiques plus larges. Afin de comprendre l'origine des importants écarts observés, on explicite d'un point de vue théorique la méthode de condensation mise en place dans ECCO et son incompatibilité avec la méthode MACROCELL.

### I. Résultats sur un cas simplifié

#### 1) Cas d'étude

On s'intéresse à un cas simplifié de cœur rapide avec réflecteur acier. Afin de limiter l'utilisation du modèle de fuites dans le cas standard, voire de s'en passer dans le cas MACROCELL, et donc de limiter les biais qu'il pourrait introduire, on se place dans le cas d'une géométrie à une dimension cartésienne. De même, pour ne pas introduire de biais liés aux approximations du calcul de flux, on se place dans le cas de milieux totalement homogènes dont les compositions sont données dans la Figure 42. Les dimensions de ce cœur sont arbitraires : une plaque infinie de 100cm de combustible enserrée entre deux plaques de 50cm de réflecteur.

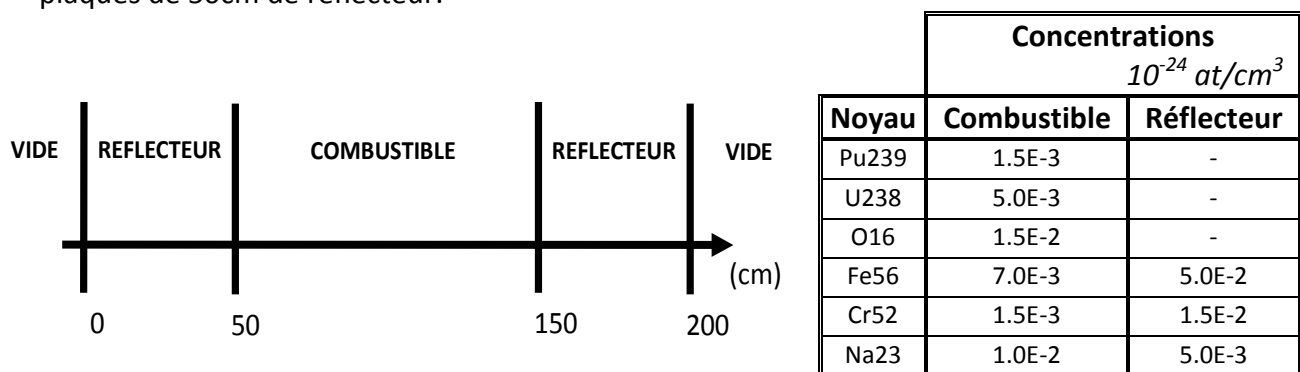


Figure 42 : Illustration du cœur simplifié avec réflecteur acier

Si en pratique le cœur a été modélisé intégralement dans la plupart des cas (afin de rester cohérent avec la méthode MACROCELL qui ne permet pas de différencier condition limite à gauche et condition limite à droite), on ne s'intéressera par la suite aux résultats relatifs qu'à un demi-cœur.

<sup>1</sup> [BOTH] et [HUGOT].

### a) Modélisation TRIPOLI

Le calcul TRIPOLI est effectué avec la bibliothèque JEFF3.1 incluant les tables de probabilité.

Le cœur est représenté par un parallélépipède de dimensions 200×20×20 cm. Afin d'obtenir des résultats le long de la géométrie, ce dernier est découpé en 2×48 parallélépipèdes empilés axialement reprenant par souci de simplicité le maillage spatial de BISTRO (Figure 43). La condition limite sur les faces radiales de ces volumes est une condition de réflexion et la condition limite sur les faces axiales de part et d'autre du cœur est une condition de fuite.

Le coefficient de multiplication effectif de référence obtenu vaut :

$$k_{eff_{TRIPOLI}} = 1.48707 \pm 0.00023$$

### b) Modélisation ECCO Standard

Le calcul ECCO selon la voie de modélisation standard sépare le traitement du milieu combustible et du milieu réflecteur.

Le milieu combustible est traité comme une cellule homogène infinie, ne voyant pas l'influence du réflecteur, sur lequel on applique un laplacien tel que le coefficient multiplicateur soit égal au coefficient multiplicateur de référence  $k_{eff_{TRIPOLI}}$ . Le calcul est réalisé à 1968 groupes dans le cadre de l'approximation P1.

Le milieu réflecteur est traité selon la voie recommandée pour la modélisation des milieux non multiplicateurs. On représente une cellule homogène infinie sur laquelle on introduit un terme source dont le spectre reprend le courant de fuite calculé sur la cellule combustible :  $S_g = D_g \phi_g$ . On applique un laplacien empirique afin de simuler les fuites dans ce milieu. Historiquement, on utilise comme valeur recommandée :

$$B^2 = \frac{5}{8} \left( \frac{\pi}{e} \right)^2 \text{ où } e = 50cm$$

Cette valeur de laplacien s'avère être un compromis permettant d'optimiser la modélisation des calculs de milieu sous critique, et plus particulièrement les milieux fertiles.

Afin d'observer l'impact du choix du laplacien dans la zone réflecteur, on effectue aussi un calcul en utilisant une valeur théorique :

$$B^2 = \left( \frac{\pi}{e} \right)^2$$

Après autoprotection, les sections macroscopiques de chaque milieu sont condensées à NG groupes, où NG peut valoir 33 ou 328<sup>1</sup>. On obtient donc deux jeux de sections destinés au calcul cœur : l'un permettant de représenter la partie combustible et l'autre permettant de représenter la partie réflecteur.

On retient que cette modélisation ne permet pas de prendre en compte l'impact du réflecteur sur les sections du combustible. Les propriétés du réflecteur après condensation dépendent uniquement de la source et du laplacien qu'on applique dans ce milieu.

---

<sup>1</sup> Le découpage à 328 groupes est défini par la réunion arbitraire de 6 groupes adjacents du découpage à 1968 groupes

## c) Modélisation ECCO MACROCELL

Le calcul ECCO selon la voie de modélisation MACROCELL permet de traiter l'effet du réflecteur sur le milieu combustible, en modélisant concrètement l'interface.

La totalité du cœur est représentée comme une juxtaposition de 2×48 plaques infinies, dont les épaisseurs reprennent le maillage spatial de BISTRO (Figure 43). Ce découpage a priori excessivement fin permet de rendre négligeable les approximations de flux plat du calcul de flux par probabilité de collision et d'assurer la meilleure représentation possible que l'on puisse faire de ce problème avec ECCO. De part et d'autre du cœur, on rajoute une plaque de 10cm de matériau ultra-absorbant (captures importantes sans diffusion) permettant de simuler une véritable condition de vide. Les conditions limites aux bornes du cœur sont alors sans conséquence, et l'on choisit des réflexions pour leur validité avérée. En effet, la condition de vide disponible dans ECCO pour cette géométrie ne permet pas de représenter un vide réaliste<sup>1</sup>.

Le calcul est réalisé à 1968 groupes dans le cadre de l'approximation P1, avec un laplacien nul.

Après autoprotection, les sections macroscopiques de chaque milieu sont condensées à NG groupes. On obtient donc 2×48 jeux de sections destinés au calcul cœur : 2×20 jeux permettant de représenter la partie combustible et 2×28 jeux permettant de représenter la partie réflecteur.

## d) Modélisation BISTRO

Le calcul BISTRO permet la représentation du cœur en géométrie une dimension cartésienne. La résolution de l'équation du transport est réalisée par la méthode des différences finies avec une discrétisation angulaire S16. Le maillage spatial de la géométrie est très raffiné à l'interface (Figure 43), et les options de convergence sont de 1 pcm sur la réactivité et de  $10^{-4}$  sur le flux de chaque nœud de calcul dans toute la zone combustible et jusqu'à 5 cm de l'interface cœur-réflecteur.

BISTRO utilise les jeux de sections à NG groupes produits par les calculs ECCO.

	Zones de maillage cm		Taille des mailles cm
	de	à	
COMB	100.0	130.0	15
	130.0	145.0	5
	145.0	147.0	1
	147.0	148.0	0.5
	148.0	148.4	0.4
	148.4	149.0	0.3
	149.0	149.4	0.2
	149.4	150.0	0.1
	Zones de maillage cm		Taille des mailles cm
	de	à	
REFL	150.0	150.6	0.1
	150.6	151.0	0.2
	151.0	151.6	0.3
	151.6	152.0	0.4
	152.0	153.0	0.5
	153.0	155.0	1
	155.0	170.0	5
	170.0	190.0	4
	190.0	200.0	2

Figure 43 Maillage spatial de calcul BISTRO

<sup>1</sup> En Annexe E.1, on s'intéresse plus particulièrement aux différents choix pris pour la modélisation MACROCELL

## 2) Grandeurs d'intérêt

On cherche à comparer les résultats obtenus avec le calcul cœur BISTRO et le calcul étalon TRIPOLI. Les écarts sur les grandeurs d'intérêt incluent les biais induits par le modèle d'autoprotection.

On s'intéresse à différentes grandeurs globales et locales. Le flux est normalisé à 100 au centre du cœur.

Les grandeurs sur lesquelles on effectue des comparaisons sont :

- Le coefficient de multiplication effectif :  $k_{eff}$
- Le flux condensé à un groupe :  $\phi$
- Le courant condensé à un groupe (dans les cas BISTRO uniquement) :  $J$
- Les sections microscopiques condensées à 1 groupe :

$$\sigma_{Pu239}^{fiss}, \sigma_{U238}^{capt}, \sigma_{U238}^{fiss}, \sigma_{B10}^{capt}$$

## 3) Modélisation Standard : Résultats

### a) Cas à Laplacien Empirique

On impose le laplacien empirique usuel sur le milieu réflecteur.

- Coefficient de multiplication

Standard	Résultats TRIPOLI		Ecart type	Ecart relatifs
	$k_{eff}$			
$B^2 = \frac{5}{8} \left( \frac{\pi}{50} \right)^2$			$pcm$	$k_{eff}$ $pcm$
33 Groupes	1.48707	23		-1209
328 Groupes				-544
1968 Groupes				-189

- Flux et courant

On s'intéresse aux flux et au courant condensés à un groupe et intégrés sur certains domaines spatiaux. Pour le domaine compris entre le point a et le point b, on calcule :

$$\phi_{a-b} = \sum_g \int_a^b \phi_g(x) dx \quad \text{et} \quad J_{a-b} = \sum_g \int_a^b J_g(x) dx$$

On s'intéresse aussi à tout le domaine combustible et à tout le domaine réflecteur.

Compte tenu de la non-disponibilité du courant dans TRIPOLI, on considère le calcul à 1968 groupes comme calcul de référence pour cette grandeur.

Standard		Résultats TRIPOLI	Ecart relatifs	Standard		Résultats BISTRO 1968 groupes	Ecart relatifs
$B^2 = \frac{5}{8} \left( \frac{\pi}{50} \right)^2$		$\phi$ $cm.s^{-1}$	$\phi$ %	$B^2 = \frac{5}{8} \left( \frac{\pi}{50} \right)^2$		$J$ $cm.s^{-1}$	$J$ %
33 Groupes	Domaine			33 Groupes	Domaine		
	100-130	2.874E+3	-0.417		100-130	6.994E+1	64.873
	130-145	1.139E+3	-2.389		130-145	8.850E+1	50.608
	145-150	3.159E+2	-5.062		145-150	3.988E+1	30.207
	COMBUSTIBLE	4.328E+3	-1.275		COMBUSTIBLE	1.983E+2	51.536
	150-155	2.772E+2	-2.675		150-155	3.951E+1	31.893
	155-170	6.271E+2	4.746		155-170	8.046E+1	75.326
	170-200	5.476E+2	10.256		170-200	7.471E+1	192.715
328 Groupes	REFLECTEUR	1.452E+3	5.407		REFLECTEUR	1.947E+2	111.563
	100-130		-0.164	328 Groupes	100-130		56.824
	130-145		-0.565		130-145		43.132
	145-150		-1.525		145-150		23.701
	COMBUSTIBLE		-0.369		COMBUSTIBLE		44.053
	150-155		-0.578		150-155		25.047
	155-170		2.773		155-170		65.319
	170-200		5.516		170-200		172.857
	REFLECTEUR		3.168		REFLECTEUR		98.417
1968 Groupes	100-130		-0.024	1968 Groupes	100-130		
	130-145		0.385		130-145		
	145-150		0.204		145-150		
	COMBUSTIBLE		0.100		COMBUSTIBLE		
	150-155		0.366		150-155		
	155-170		1.505		155-170		
	170-200		2.089		170-200		
	REFLECTEUR		1.508		REFLECTEUR		

• Sections condensées

On s'intéresse aux sections microscopiques à un groupe moyennées sur certains domaines spatiaux. Pour le domaine compris entre le point a et le point b, on calcule :

$$\sigma_{x_{a-b}} = \frac{\sum_g \int_a^b \sigma_{g,x} \phi_g(x) dx}{\sum_g \int_a^b \phi_g(x) dx}$$

On s'intéresse aussi à tout le domaine combustible et à tout le domaine réflecteur.

Standard $B^2 = \frac{5}{8} \left( \frac{\pi}{50} \right)^2$	Domaine	Résultats TRIPOLI				Ecart relatifs			
		$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ b	$\sigma_{capt}^{U238}$ b	$\sigma_{fiss}^{U238}$ b	$\sigma_{capt}^{B10}$ b	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ %	$\sigma_{capt}^{U238}$ %	$\sigma_{fiss}^{U238}$ %	$\sigma_{capt}^{B10}$ %
33 Groupes	100-130	1.755E+0	2.549E-1	5.310E-2	2.599E+0	-0.067	-0.735	0.332	-0.484
	130-145	1.797E+0	2.667E-1	5.073E-2	2.909E+0	0.173	-0.294	0.842	-0.317
	145-150	1.978E+0	3.099E-1	4.336E-2	3.983E+0	0.565	-0.372	2.320	1.969
	COMBUSTIBLE	1.782E+0	2.620E-1	5.177E-2	2.782E+0	0.003	-0.660	0.645	-0.363
	150-155	3.299E+0	1.702E+0	2.682E-2	7.722E+0	3.223	3.640	0.673	3.748
	155-170	6.128E+0	4.401E+0	1.036E-2	1.685E+1	-0.721	-2.819	-1.316	-1.117
	170-200	8.499E+0	6.547E+0	2.079E-3	2.517E+1	-2.763	-3.997	-9.064	-3.697
	REFLECTEUR	6.482E+0	4.695E+0	1.038E-2	1.825E+1	-0.159	-1.466	-4.679	-0.651
328 Groupes	100-130					0.044	-0.339	-0.106	0.064
	130-145					0.323	0.259	-0.070	0.823
	145-150					0.446	-0.769	0.319	2.367
	COMBUSTIBLE					0.138	-0.236	-0.052	0.462
	150-155					0.933	2.030	1.612	1.125
	155-170					-0.845	-1.454	1.162	-1.029
	170-200					-1.422	-2.301	-13.078	-1.913
	REFLECTEUR					-0.359	-0.898	-1.530	-0.601
1968 Groupes	100-130					0.071	-0.158	-0.403	0.284
	130-145					0.204	0.176	-0.706	0.684
	145-150					0.150	-0.984	-0.756	1.011
	COMBUSTIBLE					0.116	-0.135	-0.508	0.483
	150-155					0.138	0.483	1.204	0.160
	155-170					-0.574	-1.045	2.497	-0.695
	170-200					0.101	-0.515	-9.754	-0.252
	REFLECTEUR					0.002	-0.440	0.409	-0.190

b) Cas à Laplacien Théorique

On impose un laplacien théorique sur le milieu réflecteur.

- Coefficient de multiplication

Standard $B^2 = \left( \frac{\pi}{50} \right)^2$	Résultats TRIPOLI		Ecart relatifs
	$k_{eff}$	Ecart type pcm	$k_{eff}$ pcm
33 Groupes	1.48707	23	-1079
328 Groupes			-517

## • Flux et courant

Standard		Résultats TRIPOLI	Ecart relatifs	Standard		Résultats BISTRO 1968 groupes	Ecart relatifs
$B^2 = \left(\frac{\pi}{50}\right)^2$		$\phi$ cm.s <sup>-1</sup>	$\phi$ %	$B^2 = \left(\frac{\pi}{50}\right)^2$		$J$ cm.s <sup>-1</sup>	$J$ %
Domaine				Domaine			
33 Groupes	100-130	2.874E+3	-0.367	33 Groupes	100-130	6.994E+1	63.226
	130-145	1.139E+3	-2.029		130-145	8.850E+1	49.184
	145-150	3.159E+2	-4.370		145-150	3.988E+1	29.025
	COMBUSTIBLE	4.328E+3	-1.097		COMBUSTIBLE	1.983E+2	50.082
	150-155	2.772E+2	-1.862		150-155	3.951E+1	30.647
	155-170	6.271E+2	5.493		155-170	8.046E+1	73.285
	170-200	5.476E+2	10.423		170-200	7.471E+1	187.516
	REFLECTEUR	1.452E+3	5.948		REFLECTEUR	1.947E+2	108.471
328 Groupes	100-130		-0.123	328 Groupes	100-130		53.623
	130-145		-0.301		130-145		40.194
	145-150		-1.110		145-150		21.134
	COMBUSTIBLE		-0.242		COMBUSTIBLE		41.096
	150-155		-0.396		150-155		22.417
	155-170		2.051		155-170		61.683
	170-200		3.440		170-200		166.024
	REFLECTEUR		2.108		REFLECTEUR		93.758

## • Sections condensées

Standard		Résultats TRIPOLI				Ecart relatifs			
$B^2 = \left(\frac{\pi}{50}\right)^2$		$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ b	$\sigma_{capt}^{U238}$ b	$\sigma_{fiss}^{U238}$ b	$\sigma_{capt}^{B10}$ b	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ %	$\sigma_{capt}^{U238}$ %	$\sigma_{fiss}^{U238}$ %	$\sigma_{capt}^{B10}$ %
Domaine									
33 Groupes	100-130	1.755E+0	2.549E-1	5.310E-2	2.599E+0	-0.059	-0.682	0.228	-0.417
	130-145	1.797E+0	2.667E-1	5.073E-2	2.909E+0	0.178	-0.281	0.638	-0.268
	145-150	1.978E+0	3.099E-1	4.336E-2	3.983E+0	0.576	-0.433	1.932	1.974
	COMBUSTIBLE	1.782E+0	2.620E-1	5.177E-2	2.782E+0	0.017	-0.616	0.490	-0.282
	150-155	3.299E+0	1.702E+0	2.682E-2	7.722E+0	3.062	4.125	0.475	3.618
	155-170	6.128E+0	4.401E+0	1.036E-2	1.685E+1	-0.872	-2.023	-1.248	-1.092
	170-200	8.499E+0	6.547E+0	2.079E-3	2.517E+1	-2.529	-2.573	-8.156	-3.160
	REFLECTEUR	6.482E+0	4.695E+0	1.038E-2	1.825E+1	-0.185	-0.424	-4.464	-0.446
328 Groupes	100-130					0.050	-0.321	-0.120	0.091
	130-145					0.347	0.330	-0.095	0.932
	145-150					0.503	-0.623	0.258	2.581
	COMBUSTIBLE					0.155	-0.191	-0.075	0.537
	150-155					1.078	2.326	1.469	1.393
	155-170					-0.678	-1.195	0.885	-0.773
	170-200					-1.094	-1.860	-13.310	-1.486
	REFLECTEUR					-0.114	-0.539	-1.734	-0.254

### *c) Conclusion*

D'une manière générale, les écarts observés sont faiblement sensibles au choix du lapacien sur le milieu réflecteur. A 33 groupes, la modélisation à laplacien théorique est légèrement meilleure<sup>1</sup> : elle permet de réduire l'écart sur le coefficient de multiplication d'une centaine de pcm et de réduire légèrement les écarts sur le flux et les indices de spectre. A 328 groupes, on constate que le choix du laplacien n'a pas d'effet remarquable.

- Coefficient de multiplication

Sur le coefficient de multiplication, on observe une sous-estimation de plus de 1000pcm à 33 groupes et de plus de 500pcm à 328 groupes. Le biais de moins de 200pcm à 1968 groupes semble négligeable devant les écarts précédents, et il reste acceptable du point de vue des écarts que l'on a observé lors de l'étude du modèle de fuites.

- Flux et courant

On relève des écarts importants sur le flux, aussi bien du point de vue local que global.

En ce qui concerne la zone combustible, à 33 groupes, le flux est sous-estimé de près de 5% au niveau de l'interface et de près de 1% en moyenne sur l'ensemble de la zone. Ces écarts sont divisés par 4 lorsqu'on effectue le calcul à 328 groupes.

En ce qui concerne la zone réflecteur, à 33 groupes, la surestimation est proche de 10% loin à l'intérieur du réflecteur et est supérieure à 5% en moyenne sur l'ensemble de la zone. Ces écarts sont divisés par 2 lorsqu'on effectue le calcul à 328 groupes.

A 1968 groupes, les écarts sont a priori acceptables sur la zone combustible, et peuvent atteindre jusqu'à 2% dans la zone réflecteur.

Les courants qui sont calculés sont très différents de ceux calculés à 1968 groupes : à 33 groupes le courant moyen est surestimé de 50% sur le combustible à 100% sur le réflecteur, et à 328 groupes, les écarts sont à peine réduits. Cette surestimation permet d'expliquer la forte sous estimation de la réactivité.

- Sections condensées

Les écarts obtenus sont généralement importants.

A 33 groupes, les indices de spectre sur la zone combustible sont souvent supérieurs à 0,3%, et on remarque un biais de plus de 0,6% sur la section de fission et la section de capture de l'U238 dont les effets s'additionnent a priori pour surestimer la réactivité, ne pouvant donc pas expliquer la sous-estimation de 1000 pcm observée. Sur le réflecteur, les écarts sont souvent supérieurs à 0.6% et peuvent atteindre 10% pour la fission de l'U238 : en moyenne sur le réflecteur les écarts sont plus de 3 fois supérieurs aux écarts observés à 1968 groupes.

A 328 groupes, les écarts sont généralement réduits mais restent toutefois conséquents.

---

<sup>1</sup> Annexe E.2, on compare des traverses de flux et d'indices de spectre entre les modélisations standard à Laplacien empirique et à Laplacien théorique, à 33 et 328 groupes.



## 4) Modélisation MACROCELL : Résultats

### a) Résultats

- Coefficient de multiplication

Macrocell	Résultats TRIPOLI		Ecart type
	$k_{eff}$	$k_{eff}$	
		pcm	pcm
33 Groupes	1.48707	23	-1111
328 Groupes			-417

- Flux et courant

Macrocell		Résultats TRIPOLI	Ecart type	Macrocell		Résultats BISTRO 1968 groupes	Ecart type
Domaine	$\phi$ cm.s <sup>-1</sup>	$\phi$ %	$\phi$ %	Domaine	$J$ cm.s <sup>-1</sup>	$J$ %	$J$ %
33 Groupes	100-130	2.874E+3	-0.368	33 Groupes	100-130	6.994E+1	62.941
	130-145	1.139E+3	-2.098		130-145	8.850E+1	49.371
	145-150	3.159E+2	-4.570		145-150	3.988E+1	29.499
	COMBUSTIBLE	4.328E+3	-1.129		COMBUSTIBLE	1.983E+2	50.160
	150-155	2.772E+2	-2.882		150-155	3.951E+1	30.839
	155-170	6.271E+2	2.641		155-170	8.046E+1	74.197
	170-200	5.476E+2	5.918		170-200	7.471E+1	192.867
	REFLECTEUR	1.452E+3	2.822		REFLECTEUR	1.947E+2	110.941
328 Groupes	100-130		-0.123	328 Groupes	100-130		55.175
	130-145		-0.301		130-145		41.768
	145-150		-1.110		145-150		22.671
	COMBUSTIBLE		-0.242		COMBUSTIBLE		42.655
	150-155		-0.396		150-155		23.575
	155-170		2.051		155-170		63.224
	170-200		3.440		170-200		169.383
	REFLECTEUR		2.108		REFLECTEUR		95.919

## • Sections condensées

Macrocell	Domaine	Résultats TRIPOLI				Ecart relatifs			
		$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ <i>b</i>	$\sigma_{capt}^{U238}$ <i>b</i>	$\sigma_{fiss}^{U238}$ <i>b</i>	$\sigma_{capt}^{B10}$ <i>b</i>	$\sigma_{fiss}^{Pu239}$ %	$\sigma_{capt}^{U238}$ %	$\sigma_{fiss}^{U238}$ %	$\sigma_{capt}^{B10}$ %
33 Groupes	100-130	1.755E+0	2.549E-1	5.310E-2	2.599E+0	-0.044	-0.727	0.311	-0.436
	130-145	1.797E+0	2.667E-1	5.073E-2	2.909E+0	0.222	-0.439	0.913	0.267
	145-150	1.978E+0	3.099E-1	4.336E-2	3.983E+0	0.809	0.454	2.480	1.989
	COMBUSTIBLE	1.782E+0	2.620E-1	5.177E-2	2.782E+0	0.055	-0.617	0.652	-0.154
	150-155	3.299E+0	1.702E+0	2.682E-2	7.722E+0	0.521	0.671	2.512	0.963
	155-170	6.128E+0	4.401E+0	1.036E-2	1.685E+1	-2.037	-2.302	-1.316	-2.172
	170-200	8.499E+0	6.547E+0	2.079E-3	2.517E+1	-2.206	-1.702	-16.013	-2.396
	REFLECTEUR	6.482E+0	4.695E+0	1.038E-2	1.825E+1	-1.028	-0.680	-3.228	-1.028
328 Groupes	100-130					0.048	-0.283	-0.222	0.120
	130-145					0.201	0.055	-0.249	0.558
	145-150					0.377	0.462	0.215	1.001
	COMBUSTIBLE					0.107	-0.143	-0.190	0.298
	150-155					-0.185	-0.724	1.491	-0.072
	155-170					-1.231	-1.901	1.394	-1.434
	170-200					-0.811	-1.525	-11.080	-1.205
	REFLECTEUR					-0.542	-1.137	-0.665	-0.754

## b) Conclusion

Sur le coefficient de multiplication, on observe une sous-estimation de plus de 1000pcm à 33 groupes et de plus de 400pcm à 328 groupes, ce qui reste semblable aux écarts relevés dans la modélisation standard.

En ce qui concerne la zone combustible, le flux est sous-estimé de manière comparable à la modélisation standard. En ce qui concerne la zone réflecteur, à 33 groupes, la surestimation est proche de 6% loin à l'intérieur du réflecteur et est proche de 3% en moyenne sur l'ensemble de la zone. Ces écarts sont légèrement diminués à 328 groupes. La modélisation MACROCELL apporte donc une amélioration du calcul dans cette zone par rapport à la modélisation standard.

Le courant est surestimé de manière semblable à la modélisation standard.

Les écarts sur les indices de spectre sont semblables à ceux de la modélisation standard<sup>1</sup>. Ils sont souvent diminués pour les indices de capture de l'U238 et du B10, mais augmentés pour la fission de l'U238.

On retient donc que l'utilisation de la méthode MACROCELL d'ECCO ne permet pas d'améliorer la modélisation de cœurs avec réflecteur acier par rapport à la modélisation standard. Les écarts obtenus à 33 groupes, ainsi que ceux obtenus à 328 groupes, sont considérables vis-à-vis des biais observés sur les autres modèles physiques d'ECCO.

<sup>1</sup> En Annexe E.2, on compare des traverses de flux et d'indices de spectre entre la modélisation standard et la modélisation MACROCELL, à 33 et 328 groupes.

## II. Méthode de condensation énergétique

Afin de comprendre l'origine de ces écarts, il faut remarquer que la méthode de condensation d'ECCO est construite de telle sorte que les flux et les taux de réactions soient conservés à travers cette opération. Toutefois, dans le cadre de la modélisation MACROCELL, on ne retrouve pas cette propriété.

### 1) Approche théorique

- Equations du transport P1 en groupes fins

Dans la modélisation MACROCELL que l'on étudie, on résout l'équation du transport à une dimension dans le cadre de l'approximation P1<sup>1</sup> :

$$\mu \frac{\partial \phi_g(x, \mu)}{\partial x} + \Sigma_{t,g}(x) \phi_g(x, \mu) = \int_{[-1,1]} \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(x, \mu' \rightarrow \mu) \phi_{g'}(x, \mu') d\mu' + \frac{\chi_g(x)}{2k_{eff}} Q_{f\ tot}(x)$$

$$\text{avec } Q_{f\ tot}(x) = \int_{[-1,1]} \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(\vec{r}) \phi_{g'}(x, \mu') d\mu'$$

La section de diffusion est projetée sur la base des polynômes de Legendre, jusqu'à l'ordre 1 :

$$\Sigma_{s,g \rightarrow g'}(x, \mu) = \frac{1}{2} (\Sigma_{s,0,g \rightarrow g'}(x) + 3\Sigma_{s,1,g \rightarrow g'}(x)\mu)$$

De même, on projette sur cette base le flux angulaire, jusqu'à l'ordre 1 :

$$\phi_g(x, \mu) = \frac{1}{2} (\phi_{0,g}(x) + 3\phi_{1,g}(x)\mu)$$

On peut alors écrire la source de diffusion sous une forme plus simple<sup>2</sup> :

$$Q_{diffusion,g}(x, \mu) = \frac{1}{2} \sum_{g'} (\phi_{0,g'}(x) \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g}(x) + 3\phi_{1,g'}(x) \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g}(x)\mu)$$

En introduisant ces formulations dans l'équation du transport et en l'intégrant angulairement, on obtient la première équation du système P1:

$$\frac{\partial \phi_{1,g}(x)}{\partial x} + \Sigma_{t,g}(x) \phi_{0,g}(x) = \sum_{g'} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g}(x) \phi_{0,g'}(x) + \frac{\chi_g(x)}{k_{eff}} Q_{f\ tot}(x)$$

En multipliant par  $\mu$  l'équation du transport puis en intégrant angulairement on obtient la seconde équation du système P1 :

$$\frac{1}{3} \frac{\partial \phi_{0,g}(x)}{\partial x} + \Sigma_{t,g}(x) \phi_{1,g}(x) = \sum_{g'} \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g}(x) \phi_{1,g'}(x)$$

Ces deux équations forment le système P1 en groupe fins.

<sup>1</sup> Plus exactement : l'approximation P1 d'ordre N=1. Les sections de diffusion sont développées à l'ordre 1 sur la base des polynômes de Legendre, le flux est lui aussi développé à l'ordre N=1.

<sup>2</sup> Voir Annexe E.3

• Equations en groupes larges

Afin d'établir un nouveau système d'équations P1, on somme les équations en groupes fins sur chaque macro-groupe G :

$$\begin{cases} \sum_{g \in G} \frac{\partial \phi_{1,g}(x)}{\partial x} + \sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(x) \phi_{0,g}(x) = \sum_{g'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g}(x) \phi_{0,g'}(x) + \frac{\sum_{g \in G} \chi_g(x)}{k_{eff}} Q_{f_{tot}}(x) \\ \frac{1}{3} \sum_{g \in G} \frac{\partial \phi_{0,g}(x)}{\partial x} + \sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(x) \phi_{1,g}(x) = \sum_{g'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g}(x) \phi_{1,g'}(x) \end{cases}$$

En définissant les règles de condensation :

$\Sigma_{t1G}(x) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(x) \phi_{1,g}(x)}{\sum_{g \in G} \phi_{1,g}(x)}$	$\Sigma_{s,l,G \rightarrow G}(x) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(x) \phi_{1,g'}(x)}{\sum_{g' \in G'} \phi_{1,g'}(x)}$
$\chi_G(x) = \sum_{g \in G} \chi_g(x)$	$\nu \Sigma_{f,G}(x) = \frac{\sum_{g \in G} \nu \Sigma_{f,g}(x) \phi_g(x)}{\sum_{g \in G} \phi_g(x)}$

Pour le cas particulier  $\Sigma_{s,0,G \rightarrow G}(x)$ , on définit :

$$\Sigma_{s,0,G \rightarrow G}(x) = \frac{\sum_{g' \in G} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g}(x) \phi_{0,g'}(x)}{\sum_{g' \in G} \phi_{0,g'}(x)} - \Sigma_{t,0,G}(x) + \Sigma_{t,1,G}(x)$$

On peut écrire alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sum_{g \in G} \phi_{1,g}(x)}{\partial x} + \Sigma_{t1G}(x) \sum_{g \in G} \phi_{0,g}(x) = \sum_{G'} \Sigma_{s,0,G' \rightarrow G}(x) \sum_{g' \in G'} \phi_{0,g'}(x) + \frac{\chi_G(x)}{k_{eff}} Q_{f_{tot}}(x) \\ \frac{1}{3} \frac{\partial \sum_{g \in G} \phi_{0,g}(x)}{\partial x} + \Sigma_{t1G}(x) \sum_{g \in G} \phi_{1,g}(x) = \sum_{G'} \Sigma_{s,1,G' \rightarrow G}(x) \sum_{g' \in G'} \phi_{1,g'}(x) \end{cases}$$

On remarque ainsi que  $\phi_{0,G}(x) = \sum_{g \in G} \phi_{0,g}(x)$  et  $\phi_{1,G}(x) = \sum_{g \in G} \phi_{1,g}(x)$  sont les solutions du système P1 en groupes larges résolu par BISTRO (entre autres) :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi_{1,G}(x)}{\partial x} + \Sigma_{t,1,G}(x) \phi_{0,G}(x) = \sum_{G'} \Sigma_{s,0,G' \rightarrow G}(x) \phi_{0,G'}(x) + \frac{\chi_G(x)}{k_{eff}} Q_{f_{tot}}(x) \\ \frac{1}{3} \frac{\partial \phi_{0,G}(x)}{\partial x} + \Sigma_{t,1,G}(x) \phi_{1,G}(x) = \sum_{G'} \Sigma_{s,1,G' \rightarrow G}(x) \phi_{1,G'}(x) \end{cases}$$

On conserve ainsi toutes les grandeurs (flux, courant et taux de réactions) condensées en groupes larges.

## 2) Inconsistance avec la méthode de calcul de flux d'ECCO

### a) Courant de pondération inapproprié

Dans la modélisation MACROCELL, le courant qui est utilisé pour effectuer la condensation des sections efficaces n'est pas semblable à celui qui règne réellement dans le cœur. En effet, on peut comparer le courant calculé par ECCO avec le courant calculé par BISTRO, à 33 groupes, en observant des traverses de courant intégré en énergie ou des indices de spectres : Figure 44.

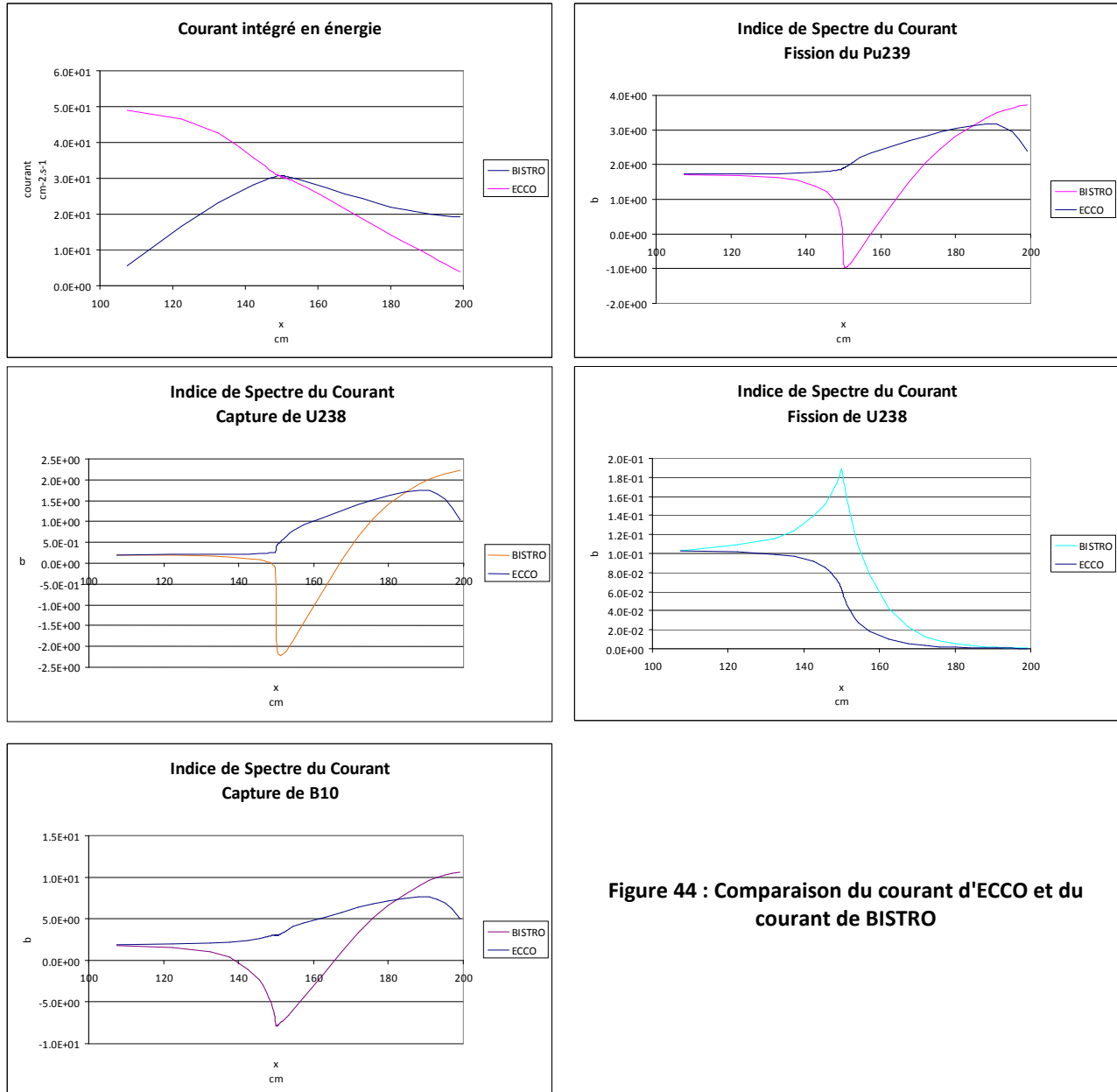


Figure 44 : Comparaison du courant d'ECCO et du courant de BISTRO

On constate que le courant calculé par ECCO est très différent, d'un point de vue spectral en particulier, du courant réel qui existe dans le cœur. En effet, les équations résolues par ECCO, par la méthode des probabilités de première collision, ne permettent pas

de calculer le courant régnant à l'intérieur de la géométrie, mais uniquement un courant de fuites (dont la direction est donnée par  $\vec{B}$ , supposé normal à l'axe de la géométrie) :

$$\begin{cases} V_j \phi_{0,g,j} = \sum_{i \in D} \left( V_i \frac{P_{ij,g}}{\Sigma_{t,g,j}} \left( -B \phi_{1,g,i} + \frac{\chi_{g,i}}{k_{eff}} Q_{f_{tot,i}} + \sum_{g'} \phi_{0,g',i} \Sigma_{s,0,g' \rightarrow g,i} \right) \right) \\ V_j \phi_{1,g,j} = \sum_{i \in D} \left( V_i \frac{P_{ij,g}}{\Sigma_{t,g,j}} \left( \frac{B}{3} \phi_{0,g,i} + \sum_{g'} \Sigma_{s,1,g' \rightarrow g,i} \phi_{1,g',i} \right) \right) \end{cases}$$

Sachant que dans notre cas, le laplacien est infiniment petit, il n'y a pas de couplage entre ces deux équations. Le courant calculé par ECCO dans le cadre de la géométrie MACROCELL ne doit pas être utilisé pour effectuer une condensation car il ne permet pas la conservation des grandeurs d'intérêt.

*b) Non conservation du bilan à travers les STEPS d'ECCO*

Cette non conservation est éloquentes à l'observation du coefficient de multiplication entre le calcul en groupes fins et le calcul en groupes larges après condensation à NG groupes dans ECCO :

NG	$k_{eff}$
1968	1.49141
328	1.48685
33	1.47758

*c) Solutions*

Afin d'améliorer le calcul des cœurs disposant d'un réflecteur, il est nécessaire d'effectuer une condensation en groupes larges correcte. La méthode de condensation actuelle nécessite la connaissance du courant à l'intérieur du cœur : cela nécessiterait de mettre en place dans ECCO un solveur par méthode des probabilités de collisions directionnelles sans approximation [TOMMASI1]. En effet, dans ECCO, des formulations directionnelles existent mais elles fournissent des courants similaires à celui de la formulation standard<sup>1</sup>, et ne permettent donc aucune amélioration.

Il est aussi possible d'explorer les performances d'autres méthodes de condensation, en particulier des méthodes d'équivalence qui assureraient la conservation des grandeurs d'intérêt d'une toute autre manière.

<sup>1</sup> En effet, les formulations des méthodes de probabilités de collision directionnelles implémentées contiennent des approximations qui ne permettent pas le calcul du courant à l'intérieur de la cellule, consécutif d'une condition limite de vide ou d'une forte hétérogénéité (barre de contrôle par exemple).

### III. Conclusion

Lors des interprétations d'expérience MASURCA de cœurs rapides avec réflecteur acier, d'importants écarts entre les modélisations d'ERANOS et de TRIPOLI ont été relevés. Dans le cadre d'un cas de cœur simplifié, constitué d'une zone combustible et d'une zone réflecteur totalement homogène, on a cherché à mettre en évidence les défauts de modélisation de ce type de problèmes. En effet, selon les critères de génération IV, il est très probable qu'on opte pour l'utilisation d'un réflecteur acier directement au contact du cœur combustible. On s'est intéressé à deux voies de modélisation au sein du code ECCO.

La modélisation standard prenant en compte les milieux combustible et réflecteur de manière quasi-indépendante possède le défaut de ne pas modéliser l'interface. Les écarts relevés avec cette méthode sont très importants à 33 groupes par rapport à TRIPOLI : plus de 1000pcm sur la réactivité, jusqu'à 5% sur le flux condensé à un groupe dans la zone combustible, environ 30% sur le courant à l'interface et des écarts très variables sur les indices de spectre. On remarque qu'un calcul à 328 groupes permet de réduire considérablement ces écarts, et un calcul à 1968 groupes permet de les rendre tolérables. D'autre part, les résultats à 33 groupes montrent une légère sensibilité à la valeur du laplacien appliquée sur le milieu réflecteur sans pour autant permettre un espoir de correction justifiable.

La modélisation MACROCELL permet de prendre en compte de manière explicite ce problème d'interface. Il s'agit a priori d'une méthode de référence. En pratique, les écarts que l'on observe sont proches de ceux obtenus avec la modélisation standard : on ne trouve pas l'amélioration escomptée.

Ces écarts sont très importants vis-à-vis de tous les autres biais de modélisation que l'on a pu observer. Afin de comprendre l'origine de ces écarts importants, on s'intéresse à la méthode de condensation énergétique.

Après avoir expliqué en quoi la méthode de condensation d'ECCO assure théoriquement la conservation des différentes grandeurs d'intérêts (flux angulaire et taux de réaction), on a mis en évidence l'inconsistance de cette méthode avec la méthode de calcul de flux : le courant de fuites calculé ne peut pas être utilisé pour effectuer une condensation.

Afin de résoudre ce problème, il faut envisager d'utiliser une méthode de calcul améliorée : la méthode des probabilités de collision directionnelles (sans approximation) ou utiliser des méthodes de condensation différentes. D'autre part, la possibilité d'effectuer une homogénéisation spatiale partielle par regroupement de régions est nécessaire : elle n'existe pas dans ECCO.

**ANNEXES**



### Annexe B.1 – Spectre de fission du Pu239 des bibliothèques ECCO

L'observation de l'écart relatif sur le flux entre un calcul ECCO et un calcul TRIPOLI, dans le cas d'une cellule contenant du Plutonium 239, révèle une anomalie dans le domaine des hautes énergies.

La Figure 45 présente le flux sur un découpage 33 groupes obtenus par des calculs sur la cellule SuperPhénix homogénéisée. La Figure 46 présente l'écart relatif obtenu entre ECCO et la référence TRIPOLI, ainsi que l'écart type relatif à l'erreur statistique.

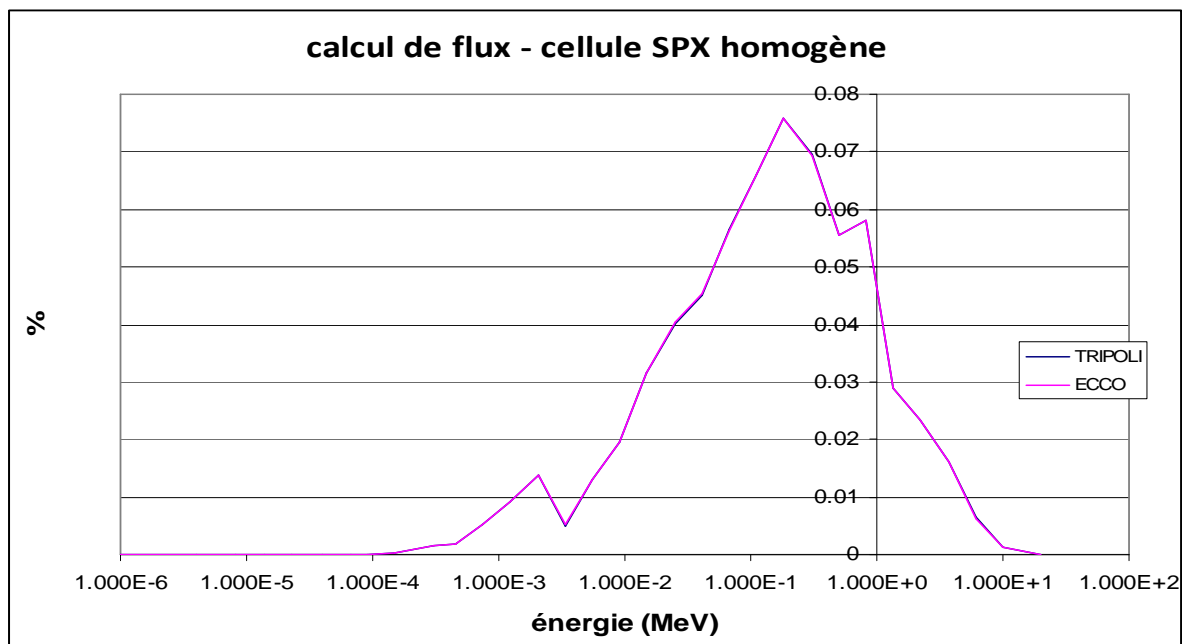


Figure 45: spectre du flux - cas d'une cellule Superphénix homogène infinie

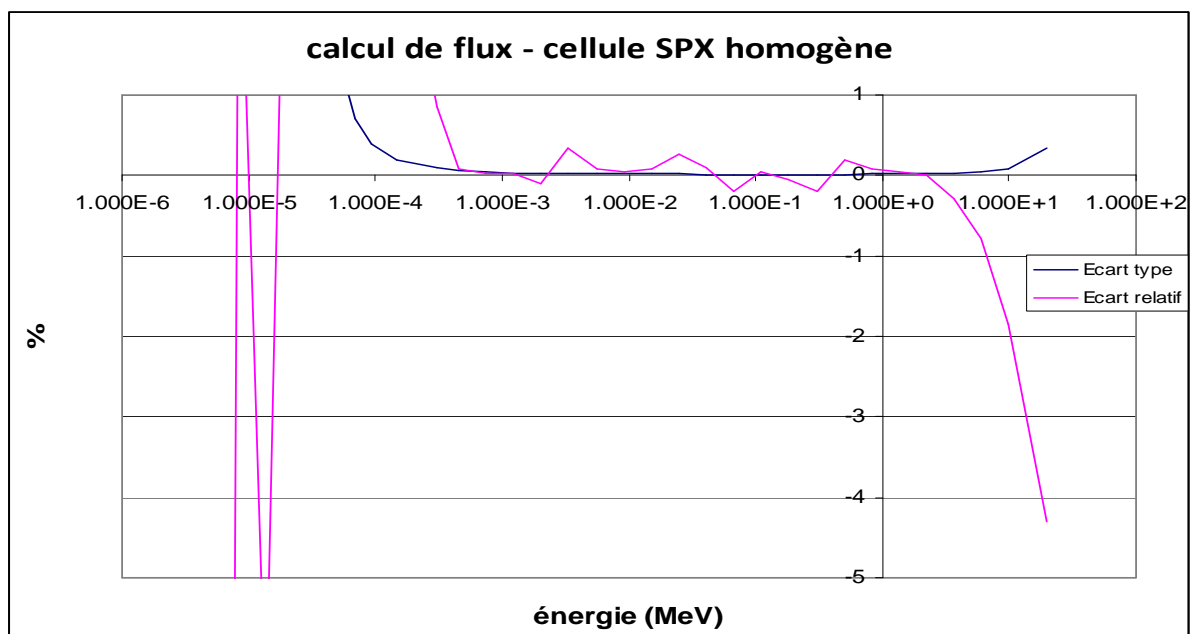


Figure 46 : Ecart relatif sur le flux - cas d'une cellule Superphénix homogène infinie

Cet écart de plusieurs % ne peut pas s'expliquer par un problème de méthode. De fait, il s'agit d'une différence de données entre TRIPOLI et ECCO, sur le spectre de fission du Plutonium 239, et a priori sur le spectre de tous les noyaux fissiles :

- dans TRIPOLI, le spectre de fission est dépendant de l'énergie du neutron incident. En effet, dans le cas du Pu239, 25 spectres de fissions sont tabulés pour 25 énergies incidentes :  $\chi_{g',g}$
- Dans ECCO, le spectre de fission n'est pas dépendant de l'énergie incidente, il n'y en a qu'un :  $\chi_g$

Le calcul de  $\chi_g$  est effectué par le code GECCO<sup>1</sup>, et respecte la définition :

$$\chi_g = \frac{\sum_{g'} \chi_{g',g} \sigma_{fiss,g'} \phi_{w,g'}}{\sum_{g'} \sigma_{fiss,g'} \phi_{w,g'}}$$

Où  $\phi_{w,g'}$  est représentatif d'un flux dont le spectre est en accord avec l'usage qu'il sera fait des données ainsi produites

Et où  $\sigma_{fiss,g'}$  est la section de fission du noyau considéré

En pratique, pour définir  $\phi_{w,g'}$ , GECCO utilise la fonction  $\phi_{w,g'}$  définie pour NJOY et mise en groupes par GROUPR, mentionnée au-dessus au B.I.1.c. Cependant, dans la production des bibliothèques ECCO, cette fonction est représentative d'un spectre thermique<sup>2</sup>. Si ce choix n'a aucune incidence sur la phase de mise en groupes dans le découpage à 1968 groupes, elle conduit à une définition d'un spectre de fission mal adapté à la représentation de cellules rapides.

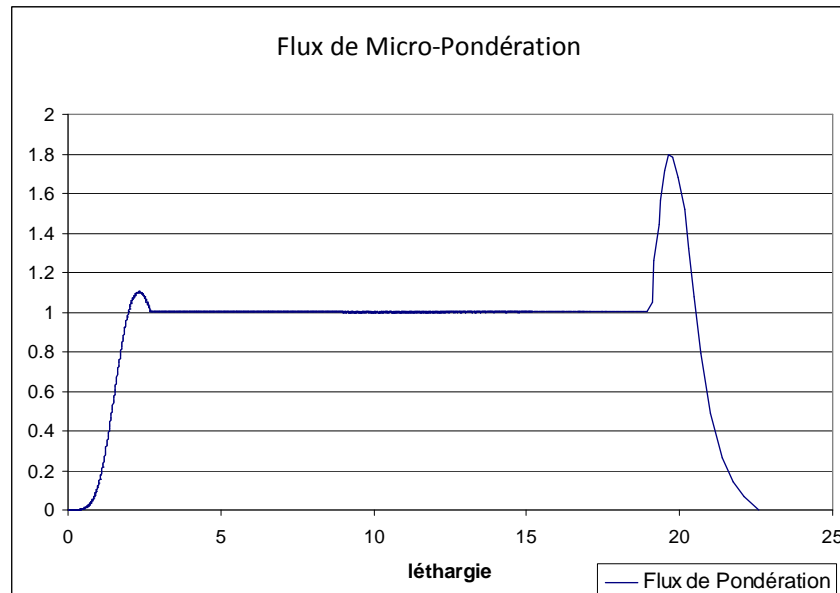
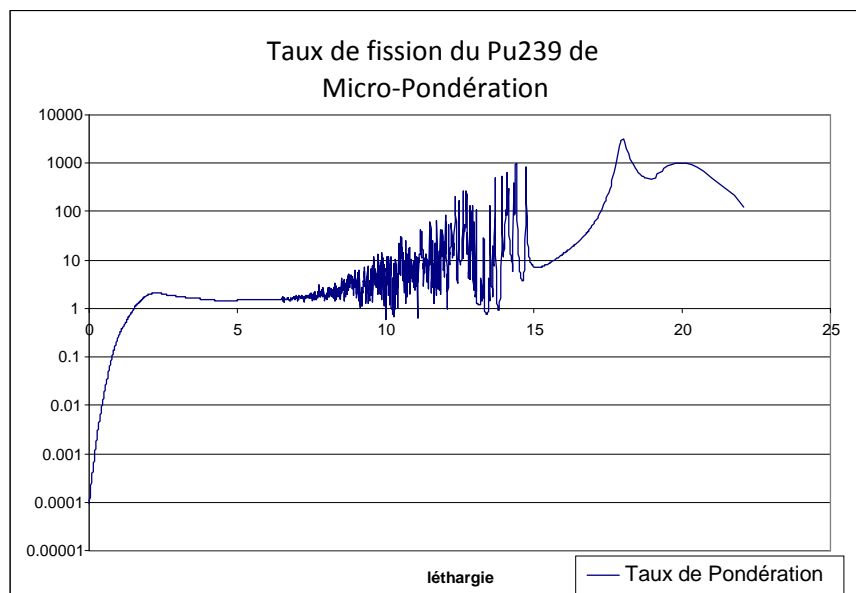


Figure 47 : Flux de micro-pondération utilisé par NJOY et GECCO

<sup>1</sup> GECCO assure la « traduction » des fichiers de données multigroupes produits par NJOY et CALENDF afin de générer des bibliothèques dans le format de lecture d'ECCO

<sup>2</sup> Il est constitué d'une maxwellienne dans les énergies thermiques, d'un spectre de ralentissement de 0.1 eV à 1.331 MeV, et d'un spectre de fission au-delà.



**Figure 48 : Taux de fission pour le calcul du spectre de fission du Pu239 dans GECCO**

Le spectre de fission du Plutonium 239 fourni à ECCO correspond à un spectre de fission induit principalement par un neutron d'énergie thermique.

L'impact immédiat est la sous-évaluation par ECCO de la partie haute du spectre du flux, le spectre de fission étant décalé vers les basses énergies. D'autre part, cette sous-évaluation n'est pas sans importance puisque ces domaines d'énergie sont importants<sup>1</sup>.

Néanmoins, en pratique, la correction du spectre de fission conduit à un écart relatif d'une cinquantaine de pcm sur le cas de la cellule homogène nommée « Pu239 seul » dans le corps de ce document. C'est un biais tolérable, mais cela reste tout de même un « bug ».

<sup>1</sup> Voir Annexe B.2

## Annexe B.2 – Domaine énergétique d'importance d'une cellule rapide

Une évaluation de l'importance des neutrons en fonction de leur énergie est donnée par le flux adjoint [REUSS] :

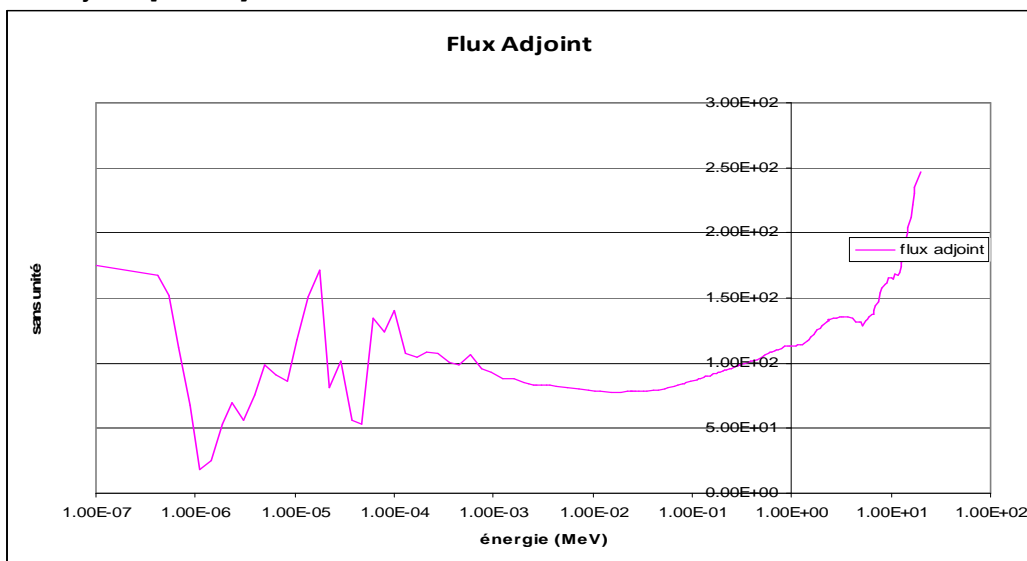


Figure 49 : flux adjoint - cas d'une cellule Superphénix homogène infinie

Une autre représentation usuelle est celle du produit flux par flux adjoint :

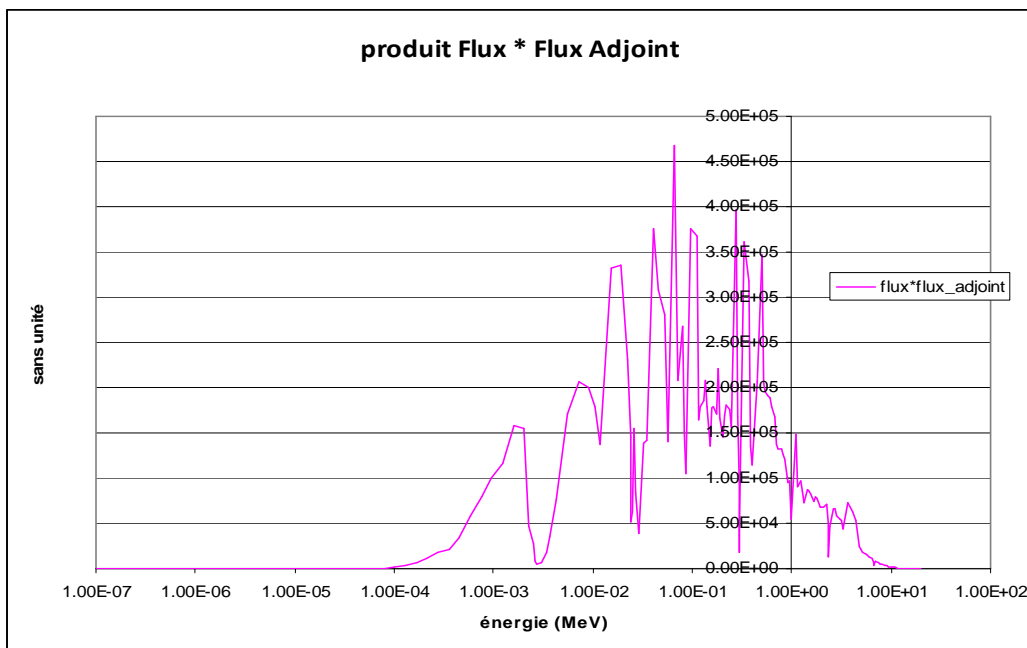


Figure 50 : produit flux par flux adjoint - cas d'une cellule Superphénix homogène infinie

Ces figures illustrent l'importance particulière des énergies au-dessus du MeV, et peuvent représenter la contribution de chaque groupe à la réactivité : en dessous des 100 eV, il y a peu de contribution, et beaucoup au-dessus de 10 keV.

Annexe C.1 – Descriptifs des cellules ECCO

## • MAS1AP

```

CELLULE 'MAS1AP' !---> MASURCA 1A' : 16 UPUFE + 48 GRAPHITE
RANGEMENT_COMPOSITION 'COMB' 'GAINE_COMB' 'VIDE' 'C+TAQ' 'TUBE'
GEOMETRY DATA
SQUARE 1
10.6000
RECTANGULAR LATTICE 8 REP(8,1.27) 8 REP(8,1.27)
2
CYLINDRICAL 2
0.610 REGION 1 'COMB' COMPOSITION 1 294
0.635 REGION 2 'GAINE' COMPOSITION 2 294
INSIDE REGION 3 'VIDE' COMPOSITION 3 294
HOMOGENEOUS REGION 4 'C+TAQ' COMPOSITION 4 294
1 2 2 2 1 2 2 2
2 2 1 2 2 2 1 2
1 2 2 2 1 2 2 2 !---> repartition supposee car
2 2 1 2 2 2 1 2 !---> pas de dessin disponible
1 2 2 2 1 2 2 2 !---> (comb entoure de graphite)
2 2 1 2 2 2 1 2
1 2 2 2 1 2 2 2
2 2 1 2 2 2 1 2
INSIDE REGION 5 'TUBEV' COMPOSITION 5 294
WHITE
END OF GEOMETRY DATA

```

Figure 51 : cellule MAS1AP

## • ZONA1

```

CELLULE 'ZONA1' !---> 24 UPUO2 + 8 UO2 + 32 NA
RANGEMENT_COMPOSITION 'COMB' 'GAINE_COMB' 'VIDE'
'FERT' 'GAINE_FERT' 'SODIUM+GAINE' 'TUBE'
GEOMETRY DATA
SQUARE 1
10.6 RECTANGULAR LATTICE 8 REP(8,1.27) 8 REP(8,1.27)
3
CYLINDRICAL 2
0.60145 REGION 1 'UPUO2' COMPOSITION 1 294
0.62523 REGION 2 'GUPUO2' COMPOSITION 2 294
IN REGION 3 'VIDE' COMPOSITION 3 294
CYLINDRICAL 2
0.60005 REGION 4 'UO2' COMPOSITION 4 294
0.62300 REGION 5 'GUO2' COMPOSITION 5 294
IN REGION 6 'VIDE' COMPOSITION 3 294
REGION 7 'NA+GNA' COMPOSITION 6 294
1 3 1 3 1 3 1 3
3 1 3 2 3 1 3 2
1 3 1 3 1 3 1 3
3 2 3 1 3 2 3 1
1 3 1 3 1 3 1 3
3 1 3 2 3 1 3 2
1 3 1 3 1 3 1 3
3 2 3 1 3 2 3 1
IN REGION 8 'TUBEV' COMPOSITION 7 294
WHITE
END OF GEOMETRY DATA ;

```

Figure 52 : cellule ZONA1

### • ZONA2

```

CELLULE 'ZONA2' !----> 32 UPUO2 + 32 NA
RANGEMENT_COMPOSITION 'COMB' 'GAINE_COMB' 'VIDE' 'SODIUM+GAINE' 'TUBE'

GEOMETRY DATA
SQUARE 1
  10.6 RECTANGULAR LATTICE 8 REP(8,1.27) 8 REP(8,1.27)
  2
  CYLINDRICAL 2
    0.60145 REGION 1 'UPUO2' COMPOSITION 1 293.16
    0.62523 REGION 2 'GUPUO2' COMPOSITION 2 293.16
    IN REGION 3 'VIDE' COMPOSITION 3 293.16
    REGION 4 'NA+GNA' COMPOSITION 4 293.16
    2 1 2 1 2 1 2 1
    1 2 1 2 1 2 1 2
    2 1 2 1 2 1 2 1
    1 2 1 2 1 2 1 2
    2 1 2 1 2 1 2 1
    1 2 1 2 1 2 1 2
    2 1 2 1 2 1 2 1
    1 2 1 2 1 2 1 2
    IN REGION 5 'TUBEV' COMPOSITION 5 293.16
  WHITE

```

Figure 53 : cellule ZONA2

### • GFR

```

CELLULE 'GFR'
RANGEMENT_COMPOSITION 'SIC' 'TUBE+GAZ' 'HELIUM' 'PLAQUE_COMB'
GEOMETRY DATA
PLATE
  24 11.5643
TOP 0.05660 REGION 1 'STRUCT_CENTR' COMPOSITION 1 294
STRIPE 0.15599 REGION 2 'CALOEXT' COMPOSITION 3 294
  0.15000 REGION 3 'TH' COMPOSITION 1 294
  0.22445 REGION 4 'GAZ' COMPOSITION 3 294
  0.70000 REGION 5 'PLAQUE_COMB' COMPOSITION 4 294
  0.50055 REGION 6 'GAZ' COMPOSITION 3 294
  0.70000 REGION 7 'PLAQUE_COMB' COMPOSITION 4 294
  0.50055 REGION 8 'GAZ' COMPOSITION 3 294
  0.70000 REGION 9 'PLAQUE_COMB' COMPOSITION 4 294
  0.50055 REGION 10 'GAZ' COMPOSITION 3 294
  0.70000 REGION 11 'PLAQUE_COMB' COMPOSITION 4 294
  0.50055 REGION 12 'GAZ' COMPOSITION 3 294
  0.70000 REGION 13 'PLAQUE_COMB' COMPOSITION 4 294
  0.50055 REGION 14 'GAZ' COMPOSITION 3 294
  0.70000 REGION 15 'PLAQUE_COMB' COMPOSITION 4 294
  0.50055 REGION 16 'GAZ' COMPOSITION 3 294
  0.70000 REGION 17 'PLAQUE_COMB' COMPOSITION 4 294
  0.50055 REGION 18 'GAZ' COMPOSITION 3 294
  0.70000 REGION 19 'PLAQUE_COMB' COMPOSITION 4 294
  0.50055 REGION 20 'GAZ' COMPOSITION 3 294
  0.70000 REGION 21 'PLAQUE_COMB' COMPOSITION 4 294
  0.19850 REGION 22 'GAZ' COMPOSITION 3 294
  0.05000 REGION 23 'STRUCT_CENTR' COMPOSITION 1 294
BOTTOM 0.33959 REGION 24 'TH_LAME_GAZ' COMPOSITION 2 294
REFLECTION
!WHITE NON PERMIS
END OF GEOMETRY DATA ;

```

Figure 54 : cellule GFR

• CAPRA MgAl, B4C, ZrHx

```

CELLULE 'CAPRA'
RANGEMENT_COMPOSITION
'COMB' 'ACIER_AIM1' 'SODIUM' 'MATRICE' 'ACIER_EM10' 'SODIUM_EXT'
GEOMETRY DATA
HEXAGON 3
16.76 HEXAGONAL LATTICE 13 0.7635 3 !0.763 3
CYLINDRICAL 2
0.272500 REGION 1 'COMB' COMPOSITION 1 294
0.323120 REGION 2 'ACIER' COMPOSITION 2 294
INSIDE REGION 3 'SODIUM' COMPOSITION 3 294
CYLINDRICAL 2
0.272500 REGION 4 'MATRICE' COMPOSITION 4 294
0.323120 REGION 5 'ACIER' COMPOSITION 2 294
INSIDE REGION 6 'CALO' COMPOSITION 3 294
CYLINDRICAL 2
0.272500 REGION 7 'COMB' COMPOSITION 1 294
0.323120 REGION 8 'ACIER' COMPOSITION 2 294
INSIDE REGION 9 'SODIUM' COMPOSITION 3 294
GENERAL
2
1 1 1 1 1 1
1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2
2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1
1 1 2 1 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1
1 2 1 1 2 1 2 1 1 2 1 2 1 1 2 1 2 1 1 2 1 2 1 1 2
2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1
2 1 1 2 1 1
1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 1
2 1 1 2 1 1 1 2 1 1 2 1
1 2 1 1 2 1 1 2 1 2 1 1 2 1 1 2 1 2 1 1 2 1 1 2 1
1 2 1 2 1 1 2 1 1 2 1 2 1 1 2 1 2
2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1
2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1
1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1
1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1
1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2
1 1 2 1 2 1 1 2 1 1 2 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2
1 1 2 1 1 2
REP(72,3)
INSIDE REGION 10 'CALO' COMPOSITION 3 294
17.64 REGION 11 'ACIER' COMPOSITION 5 294
18.14 REGION 12 'CALOE' COMPOSITION 6 294
WHITE
END OF GEOMETRY DATA ;

```

Figure 55 : cellule CAPRA-B4C - CAPRA-MgAl - CAPRA-ZrHx

• CAPRA '2/3B4C + 1/3 ZrHx'

```

CELLULE 'CAPRA'
RANGEMENT_COMPOSITION
'COMB' 'ACIER_AIM1' 'SODIUM' '11B4C' 'ACIER_EM10' 'SODIUM_EXT' 'ZRHx'
GEOMETRY DATA
HEXAGON 3
16.76 HEXAGONAL LATTICE 13 0.7635 4
CYLINDRICAL 2
0.272500 REGION 1 'COMB' COMPOSITION 1 294
0.323120 REGION 2 'ACIER' COMPOSITION 2 294
INSIDE REGION 3 'SODIUM' COMPOSITION 3 294
CYLINDRICAL 2
0.272500 REGION 4 'MATRICE_B4C' COMPOSITION 4 294
0.323120 REGION 5 'ACIER' COMPOSITION 2 294
INSIDE REGION 6 'CALO' COMPOSITION 3 294
CYLINDRICAL 2
0.272500 REGION 7 'COMB' COMPOSITION 1 294
0.323120 REGION 8 'ACIER' COMPOSITION 2 294
INSIDE REGION 9 'SODIUM' COMPOSITION 3 294
CYLINDRICAL 2
0.272500 REGION 10 'MATRICE_ZRH' COMPOSITION 7 294
0.323120 REGION 11 'ACIER' COMPOSITION 2 294
INSIDE REGION 12 'SODIUM' COMPOSITION 3 294
GENERAL
2
1 1 1 1 1 1
1 4 1 2 1 4 1 2 1 4 1 2
2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1
1 1 2 1 1 1 4 1 1 1 2 1 1 1 4 1 1 1 2 1 1 1 4 1
1 4 1 1 4 1 2 1 1 2 1 4 1 1 4 1 2 1 1 2 1 4 1 1 4 1 2 1 1 2
2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1
2 1 1 2 1 1
1 1 2 1 1 2 1 1 1 4 1 1 1 4 1 1 1 2 1 1 2 1 1 1 4 1 1 4 1 1 1
2 1 1 2 1 1 1 4 1 1 4 1
1 4 1 1 4 1 1 4 1 2 1 1 2 1 1 2 1 4 1 1 4 1 1 4 1 2 1 1 2 1
1 2 1 4 1 1 4 1 1 4 1 2 1 1 2 1 1 2
2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1
2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1
1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 1 4 1 1 4 1 1 4 1 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1
1 1 4 1 1 4 1 1 4 1 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 4 1 1 4 1 1 4 1
1 4 1 1 4 1 1 4 1 1 4 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 4 1 1 4 1 1 4
1 1 4 1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 2 1 4 1 1 4 1 1 4 1 1 4 1 2 1 1 2
1 1 2 1 1 2
REP(72,3)
INSIDE REGION 13 'CALO' COMPOSITION 3 294
17.64 REGION 14 'ACIER' COMPOSITION 5 294
18.14 REGION 15 'CALOE' COMPOSITION 6 294
WHITE
END OF GEOMETRY DATA ;

```

Figure 56 : cellule CAPRA- 2/3 B4C + 1/3 ZrHx



- SPX

```

CELLULE 'SPX'
RANGEMENT_COMPOSITION 'COMB' 'ACIER' 'CALO' 'CALO_EXT'
GEOMETRY DATA
HEXAGON 3
16.38 HEXLAT 10 0.97 2
CYLINDRICAL 2
0.368500 REGION 1 'COMB' COMPOSITION 1 294
0.429260 REGION 2 'ACIER' COMPOSITION 2 294
INSIDE REGION 3 'CALO' COMPOSITION 3 294
CYLINDRICAL 2
0.368500 REGION 4 'COMBP' COMPOSITION 1 294
0.429260 REGION 5 'ACIER' COMPOSITION 2 294
INSIDE REGION 6 'CALO' COMPOSITION 3 294
1 1 1 1 1 1 1 1 2
INSIDE REGION 7 'CALO' COMPOSITION 3 294
17.30 REGION 8 'ACIER' COMPOSITION 2 294
17.90 REGION 9 'CALOE' COMPOSITION 4 294
WHITE
END OF GEOMETRY DATA ;

```

Figure 57 : cellule SPX

- SFR

```

CELLULE 'SFR'
RANGEMENT_COMPOSITION
'GAP' ! 1 Helium
'COMB1' ! 2 Combustible 95.5% dense
'CLAD' ! 3 Acier
'COOLANT1' ! 4 Na
'COOLANT2' ! 5 Na
'WRAPPER' ! 6 Acier
'BLADE1' ! 7 Na
GEOMETRY DATA
HEXAGON 3
19.7000
HEXLAT 10 1.173 1
CYLINDRICAL 4
1.25000E-1 REGION 1 'TROU' COMPOSITION 1 294
4.71500E-1 REGION 2 'COMB' COMPOSITION 2 294
4.86500E-1 REGION 3 'GAP' COMPOSITION 1 294
5.38851E-1 REGION 4 'GAINE' COMPOSITION 3 294
IN REGION 5 'SODIUM_CELL' COMPOSITION 4 294
1 1 1 1 1 1 1 1 1
IN REGION 6 'SODIUM_HEXLAT' COMPOSITION 5 294
20.6300 REGION 7 'WRAPPER' COMPOSITION 6 294
21.0800 REGION 8 'DEMI_LAME' COMPOSITION 7 294
WHITE
END OF GEOMETRY DATA ;

```

Figure 58 : cellule SFR

## Annexe C.2 – Modélisations du GFR

Afin de valider le modèle géométrique choisi pour la représentation du GFR au sein d'ECCO on a effectué quatre calculs TRIPOLI.

- Calcul 1 : assemblage de référence

C'est l'assemblage réaliste décrit dans le corps de ce document. La condition limite radiale choisie est une réflexion spéculaire.

- Calcul 2 : tiers d'assemblage de référence

Seul un tiers de l'assemblage est modélisé. La condition limite radiale est aussi une réflexion spéculaire.

- Calcul 3 : tiers d'assemblage de référence – réflexion isotrope

Seul un tiers de l'assemblage est modélisé. La condition limite radiale est une réflexion isotrope.

- Calcul 4 : géométrie « PLATE »

Un tiers de l'assemblage est modélisé de manière à représenter la géométrie définie dans ECCO : il prend alors une forme parallélépipédique. La condition limite radiale est une réflexion spéculaire.

On s'intéresse aux valeurs de  $k_{\infty}$ , l'écart type étant de 17 pcm:

	$k_{\infty}$	Ecart à la référence pcm
Calcul 1	1.16275	0
Calcul 2	1.16270	-5
Calcul 3	1.16253	-19
Calcul 4	1.16249	-23

Compte tenu des faibles écarts entre les différentes modélisations, on peut considérer que la modélisation géométrique dégradée d'ECCO pour le GFR est tout à fait représentative.

### Annexe C.3 – Impact de la condition limite de réflexion isotrope

Les assemblages symétriques peuvent être représentés avec une condition de réflexion spéculaire afin de représenter un réseau infini. Dans le cas d'assemblages asymétriques, la condition appropriée est une translation (telle qu'elle est définie dans TRIPOLI). Les conditions limites disponibles et appliquées dans ECCO sont généralement des conditions de réflexion isotrope.

On propose ici de quantifier l'impact d'une telle condition sur le  $k_{\infty}$ . Pour cela, on compare sur différents assemblages des calculs TRIPOLI avec une condition *COSINUS* (réflexion isotrope) par rapport à une condition *TRANSLATION*.

$$\Delta k_{\infty} = \frac{k_{\infty, \text{COSINUS}} - k_{\infty, \text{TRANSLATION}}}{k_{\infty, \text{TRANSLATION}}}$$

		$k_{\infty, \text{TRANSLATION}}$	Ecart type <i>pcm</i>	$\Delta k_{\infty}$ <i>pcm</i>
<b>SPX</b>		1.22423	13	-21
<b>SFR</b>		1.14247	14	-40
<b>CAPRA</b>	MgAl	1.62942	15	21
	B4C	1.59578	15	-1
	ZrHx	1.47724	15	-2
	ZrHx&B4C	1.54257	15	-8
<b>ZONA1</b>		1.48432	15	6
<b>ZONA2</b>		1.68500	15	27
<b>MAS1AP</b>		1.55090	15	175

La plupart des écarts relevés sont faibles par rapport à l'erreur statistique. Dans le cas de MAS1AP, on relève un écart important : en effet, cet assemblage est à la fois fortement hétérogène (présence de graphite) et fortement asymétrique. Dans ce cas, la modélisation d'ECCO avec une réflexion isotrope introduit un biais (mais cela reste un problème indépendant des approximations des probabilités de collisions).

**Annexe C.4 – Option ECCO : CONSISTENT/INCONSISTENT**

Le choix de l'option<sup>1</sup> CONSISTENT ou INCONSISTENT dans les calculs ECCO n'a en théorie aucun impact lorsque le modèle de fuites est non-sollicité. On peut observer l'effet sur le  $k_{\infty}$  de ce choix sur les assemblages SFR, ZONA1 et MAS1AP :

$$\Delta k_{\infty} = \frac{k_{\infty, INCONSISTENT} - k_{\infty, CONSISTENT}}{k_{\infty, CONSISTENT}}$$

	$k_{\infty, CONSISTENT}$	$\Delta k_{\infty}$ <i>pcm</i>
<b>SFR</b>	1.14369	5
<b>ZONA1</b>	1.48503	0
<b>MAS1AP</b>	1.55360	-6

On peut constater qu'en effet, l'option INCONSISTENT a un impact négligeable.

---

<sup>1</sup> L'approximation INCONSISTENT est une forte approximation permettant de découpler les équations régissant le flux et le courant neutronique. Voir [RIMPAULT2].

### Annexe D.1 – Jeu de données du calcul ECCO cas Homogène sans autoprotection

```
ECCO
MILIEU (EDL_MILIEU)
REFERENCE_UNIT 'BBL_REF'
CELLULE 'CELLULE_ASSEMBLAGE'
EDITION MOYENNE
'EXEMPLE DE CALCUL CELLULE HOMOGENE'
STEPS 2
  STEP GEOMETRY HOMOGENEOUS
    GROUP STRUCTURE OTHER 33
    INPUT LIBRARY 'BBL_33G'
    ELEMENTS ALL
    FLUX SOLUTION FM P1 CONSISTENT ORDER 1
    SELF SHIELDING NODDBSH
    BSEARCH 1.0
    PROFILE INNER ITERATIONS BROAD      MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS INTERMEDIATE MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS FINE        MAXIMUM NUMBER 0
  STEP GEOMETRY HOMOGENEOUS
    GROUP STRUCTURE FINE
    INPUT LIBRARY 'BBL_1968G'
    FIND_ELEMENTS_IN_LIST 'Pu239' 'U238' 'U235' 'Fe56' 'Na23' ...
    FLUX SOLUTION FM P1 CONSISTENT ORDER 1
    SELF SHIELDING NODDBSH
    BSEARCH 1.0
    CONDENSE (N) 1 82 142 202 ...
    PRINT DATA FLUXES
    OUTPUT LIBRARY 'COMBN' CROSS SECTIONS FLUXES
    PROFILE INNER ITERATIONS BROAD      MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS INTERMEDIATE MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS FINE        MAXIMUM NUMBER 0
ENDSTEPS;
```

**Figure 59 : route de modélisation pour les assemblages homogénéisés**

## Annexe D.2 – Jeu de données du calcul ECCO cas Hétérogène sans autoprotection

```

! CAS « ROTH 6 » POUR LES CAS HEXAGONAUX
! AUTREMENT, ON UTILISE « ROTH 4 »
ECCO
MILIEU (EDL_MILIEU)
REFERENCE_UNIT 'BBL_REF'
CELLULE 'CELLULE_ASSEMBLAGE'
EDITION MOYENNE
'EXEMPLE DE CALCUL CELLULE HETEROGENE
STEPS 4
  STEP GEOMETRY ORIGINAL
    GROUP STRUCTURE OTHER 33
    INPUT LIBRARY 'BBL_33G'
    ELEMENTS ALL
    FLUX SOLUTION CP P1 CONSISTENT ORDER 1
    SELF SHIELDING NODDBSH
    LEAKAGE NLFACT CELL BENOIST FLUXWT MEAN
    BSEARCH 1.0
    PROFILE COLLISION PROBABILITIES ROTH 6
    PROFILE INNER ITERATIONS BROAD      MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS INTERMEDIATE MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS FINE       MAXIMUM NUMBER 0
  STEP GEOMETRY ORIGINAL
    GROUP STRUCTURE FINE
    INPUT LIBRARY 'BBL_1968G'
    FIND_ELEMENTS_IN_LIST 'Pu239' 'U238' 'U235' 'Fe56' 'Na23' ...
    FLUX SOLUTION CP P1 CONSISTENT ORDER 1
    SELF SHIELDING NODDBSH
    LEAKAGE NLFACT CELL BENOIST FLUXWT MEAN
    BSEARCH 1.0
    PROFILE COLLISION PROBABILITIES ROTH 6
    CONDENSE (N) 1 82 142 202 ...
    PROFILE INNER ITERATIONS BROAD      MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS INTERMEDIATE MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS FINE       MAXIMUM NUMBER 0
    PRINT DATA FLUXES
  STEP GEOMETRY ORIGINAL
    GROUP STRUCTURE OTHER N
    FLUX SOLUTION CP P1 CONSISTENT ORDER 1
    SELF SHIELDING NODDBSH
    LEAKAGE NLFACT CELL BENOIST FLUXWT MEAN
    BSEARCH 1.0
    PROFILE COLLISION PROBABILITIES ROTH 6
    PRINT DATA FLUXES CROSS SECTIONS MICROSCOPIC VECTORS
    PROFILE INNER ITERATIONS BROAD      MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS INTERMEDIATE MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS FINE       MAXIMUM NUMBER 0
  STEP HOMOGENISE
    GEOMETRY HOMOGENEOUS
    GROUP STRUCTURE OTHER N
    FLUX SOLUTION FM P1 CONSISTENT ORDER 1
    SELF SHIELDING NODDBSH
    BFROM 3
    PRINT DATA FLUXES
    OUTPUT LIBRARY 'COMBN' CROSS SECTIONS FLUXES
    PROFILE INNER ITERATIONS BROAD      MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS INTERMEDIATE MAXIMUM NUMBER 0
    PROFILE INNER ITERATIONS FINE       MAXIMUM NUMBER 0
ENDSTEPS ;

```

**Figure 60 : route de modélisation pour les assemblages hétérogènes**

Annexe D.3 – Jeu de données du calcul BISTRO

```

!CAS SPX HETEROGENE
->HCRITIQUE 50.00 ;

CREATION_GEOMETRIE ->EDL_GEOMETRIE
MILIEU (EDL_MILIEU)
REPERAGE CARTESIEEN X
COORDONNEE
      X 0.0000      1
      40.0      21
      (HCRITIQUE) 26

SECTION
'ZC1' 1 26
LIMITE
XINF DERIVEE_NULLE
XSUP FLUX_NUL
LAPLACIEN 0
CORRESPONDANCE 'ZC1' 'MIL_NAME' ;

! CAS A NG GROUPES
ARCHIVE 'ARCHDON_NG' CATALOGUE ;
ARCHIVE 'ARCHDON_NG' ->EDL_MACRO MACRO ;

CREATION_POIDS_ET_DIRECTIONS ->EDL_POIDS JEU 'S16_1D' ;
COEFFICIENTS_DIFFUSION_RECTANGULAIRE_2D ->EDL_COEFF_DIFF
GEOMETRIE (EDL_GEOMETRIE)
MACRO (EDL_MACRO)
MAILLAGE_PLAN 1
TRANSPORT ;

METHODE_RESOLUTION_DIFFUSION ->EDL_METHODE
COEFFICIENT (EDL_COEFF_DIFF)
PLANE DIRECTIONS_ALTERNEES CALCUL ;

ITERATIONS_TRANSPORT ->EDL_FLUX
METHODE (EDL_METHODE)
COEFFICIENT (EDL_COEFF_DIFF)
DIRECTION (EDL_POIDS)
ZONE_INTERET 1 26
MODELE DIAMANT_TETA 0.9
PARAMETRES_DE_CALCUL
ITERATION_EXTERNE
      NOMBRE_MAXIMUM      35
      CONVERGENCE_INTEGRALE 1.E-05
      CONVERGENCE_PONCTUELLE 1.E-03
      TCHEB 4
ITERATION_INTERNE
      NOMBRE_MAXIMUM      5
      CONVERGENCE_PONCTUELLE 1.E-04
K_EFFECTIF ->KEFF
CONVERGENCE_ATEINTE ->CONVA
ACCELERATION NORMALISATION
SPECTRE VARIABLE
CALCUL DIRECT
STOCKAGE_DES_MOMENTS NON ;

```

Figure 61 : options du calcul cœur BISTRO

### Annexe E.1 – Modélisation MACROCELL : détails

- Finesse du maillage.

Le calcul de flux par la méthode des probabilités de collision dans la modélisation MACROCELL d'ECCO fait l'hypothèse, lors du calcul des termes sources, que le flux est plat sur chaque région spatiale. La définition du maillage spatial introduit donc une approximation. Afin de s'assurer que celle-ci est acceptable, on effectue un calcul identique avec un maillage optimisé dont les mailles sont de tailles inférieures à 2cm.

On compare les résultats sur le calcul cœur BISTRO, réalisé avec les sections obtenus par ECCO avec le maillage utilisé pour l'étude et le maillage raffiné.

Macrocell	Maillage fin	Maillage standard	Ecart Relatifs
	$k_{eff}$	$k_{eff}$	$k_{eff}$ pcm
33 Groupes	1.47221	1.47055	-113
328 Groupes	1.48255	1.48087	-113

Macrocell	Domaine	Maillage fin	Maillage standard	Ecart Relatifs
		$\phi$ cm.s <sup>-1</sup>	$\phi$ cm.s <sup>-1</sup>	$\phi$ %
33 Groupes	COMBUSTIBLE	1.487E+0	1.483E+0	-0.263
	REFLECTEUR	5.134E-1	5.173E-1	0.763
328 Groupes	COMBUSTIBLE	1.492E+0	1.489E+0	-0.200
	REFLECTEUR	5.082E-1	5.112E-1	0.586

On peut considérer que des écarts d'environ 100pcm sur la réactivité et de moins de 0.8% sur le flux intégré en énergie sont négligeables devant les écarts observés par comparaison avec TRIPOLI. Les approximations du maillage standard dans le cadre du calcul réseau ne sont donc pas responsables des biais observés.

- Condition de fuite incorrecte

Il est possible, dans le cadre de la géométrie une dimension cartésienne d'ECCO, d'imposer une condition limite de fuite à gauche et à droite. Toutefois, les résultats obtenus avec cette condition sont très différents de ceux obtenus avec les autres code (BISTRO, TRIPOLI, ou encore ECCO lorsqu'on place un corps ultra-absorbant à la frontière du cœur : Figure 62.



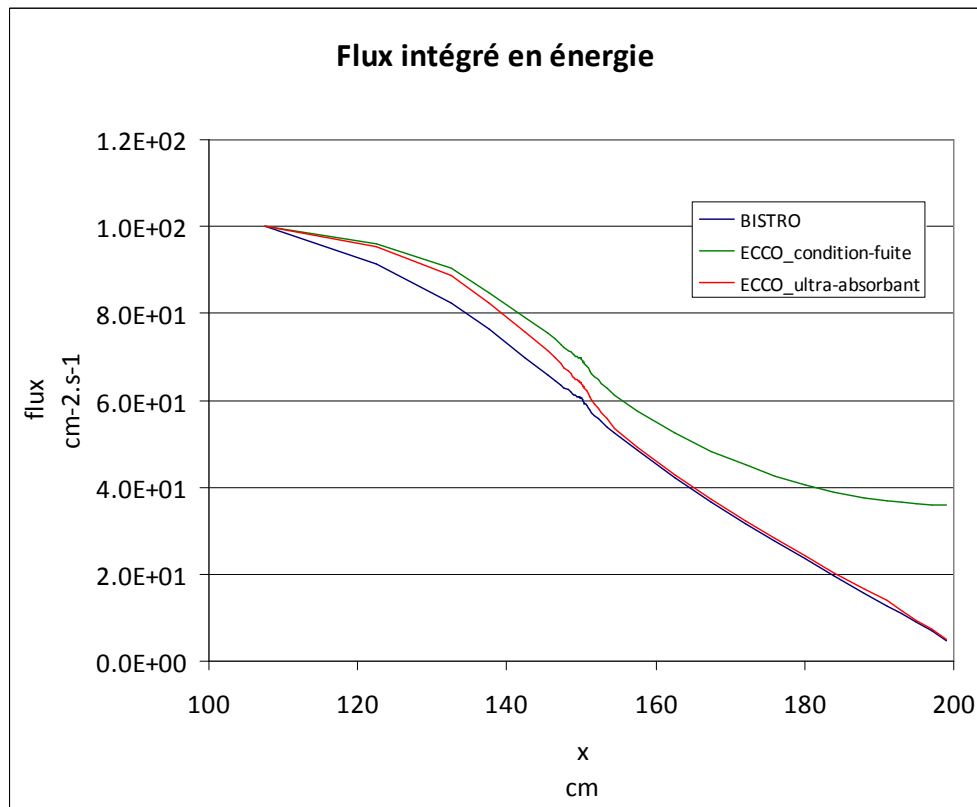


Figure 62 : Flux Intégré en énergie le long du cœur

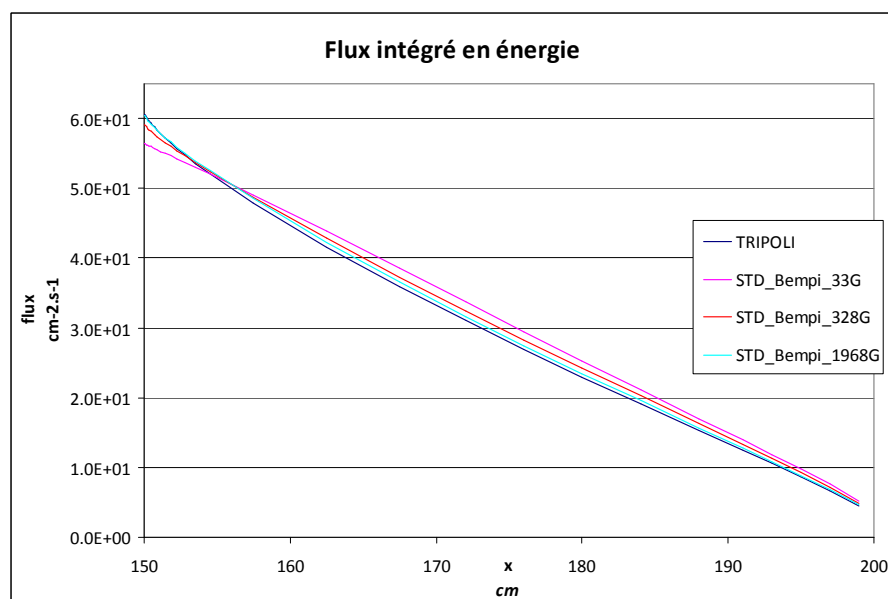
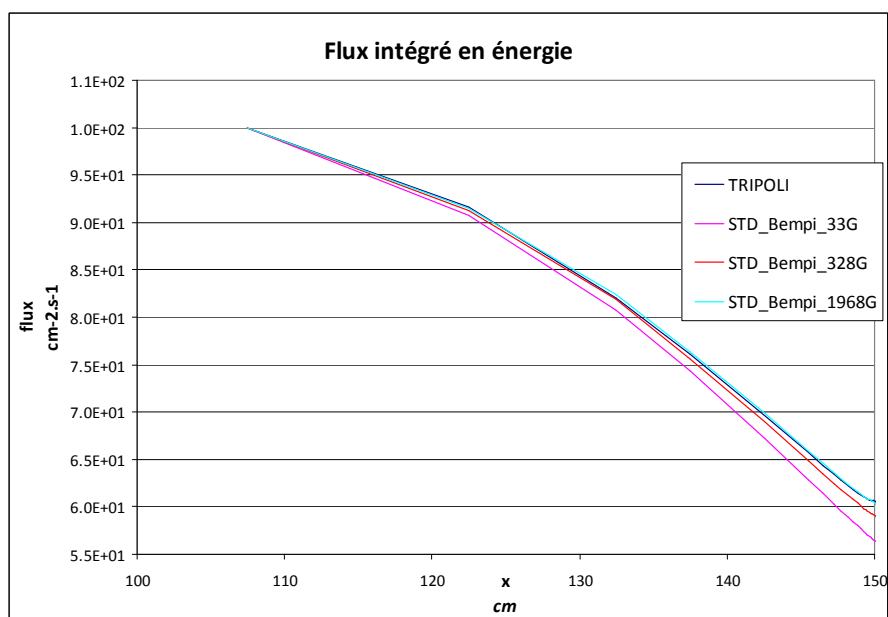
Devant le mauvais comportement de la condition de fuite dans ECCO au sein du réflecteur, on choisi de modéliser la géométrie dans ECCO avec l'utilisation d'un matériau ultra-absorbant et avec une condition de réflexion classique. Sur les résultats, ce choix se traduit par une légère amélioration qui ne bouleverse pas les conclusions.

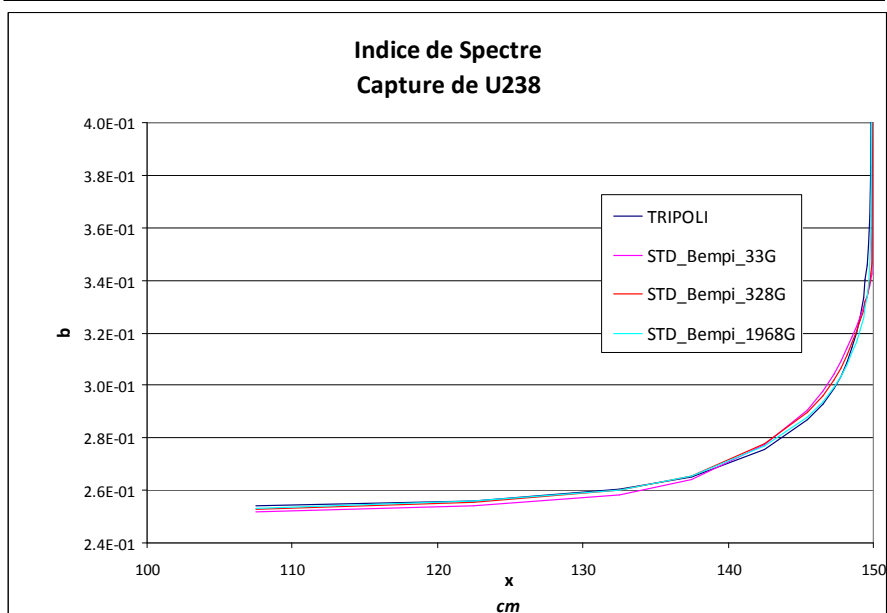
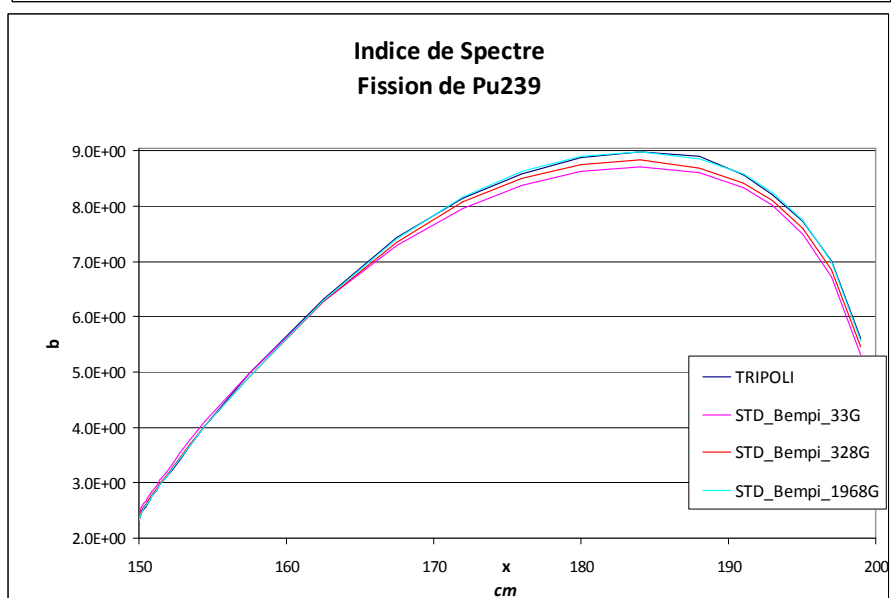
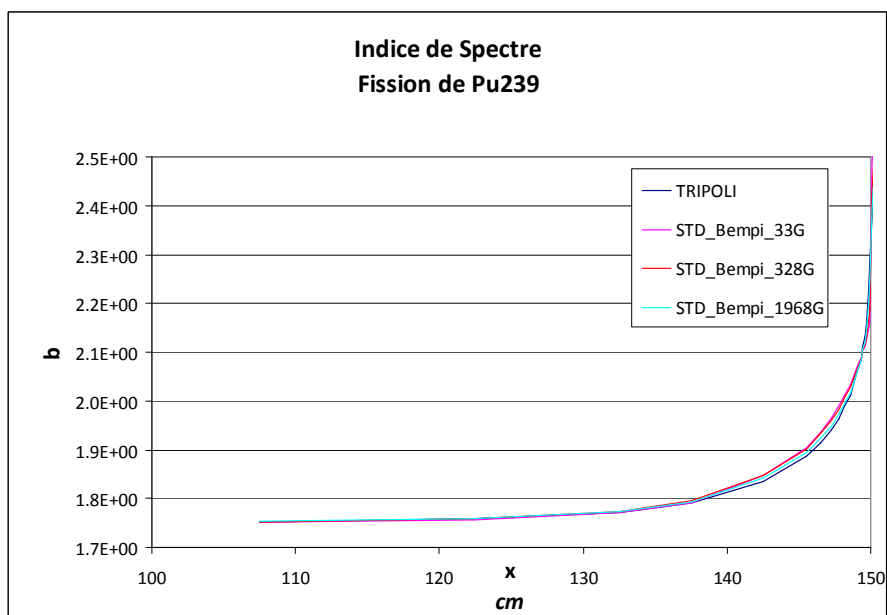
## Annexe E.2 – Modélisation Standard – impact du laplacien réflecteur

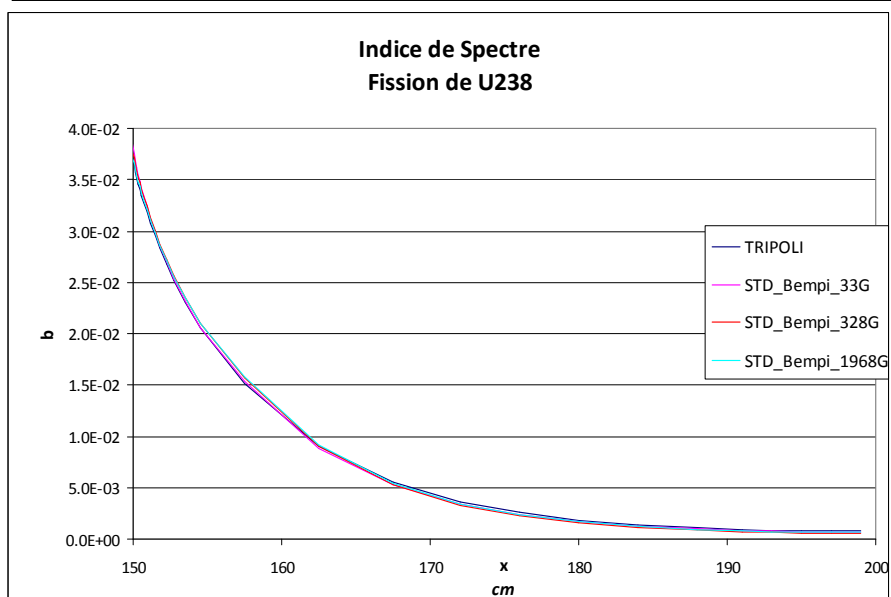
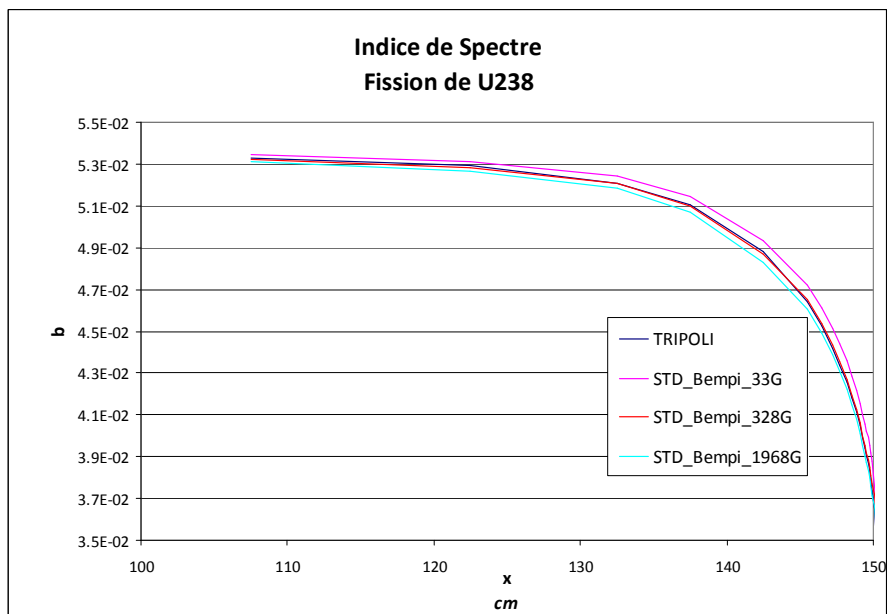
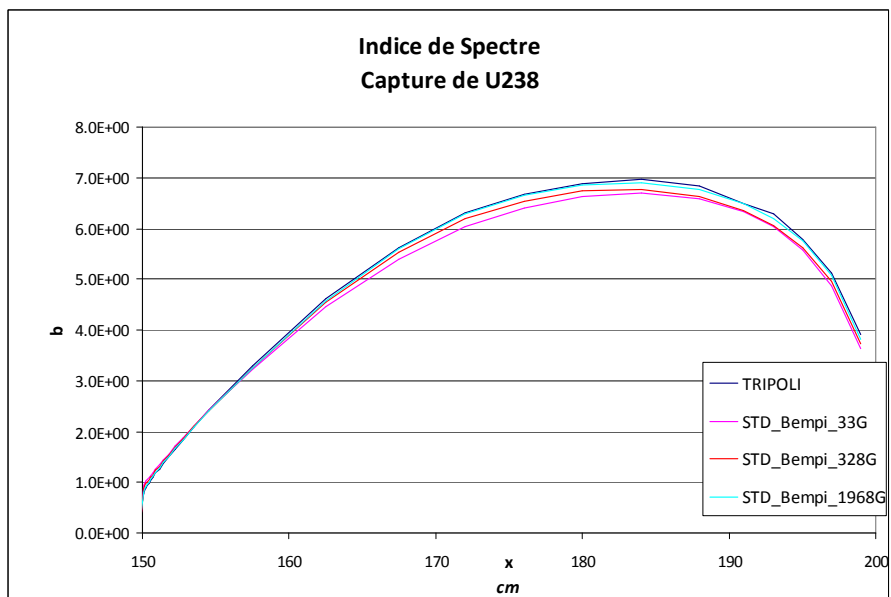
Les incertitudes statistiques en rapport aux résultats TRIPOLI sont négligeables par rapport aux écarts observés avec les autres modélisations.

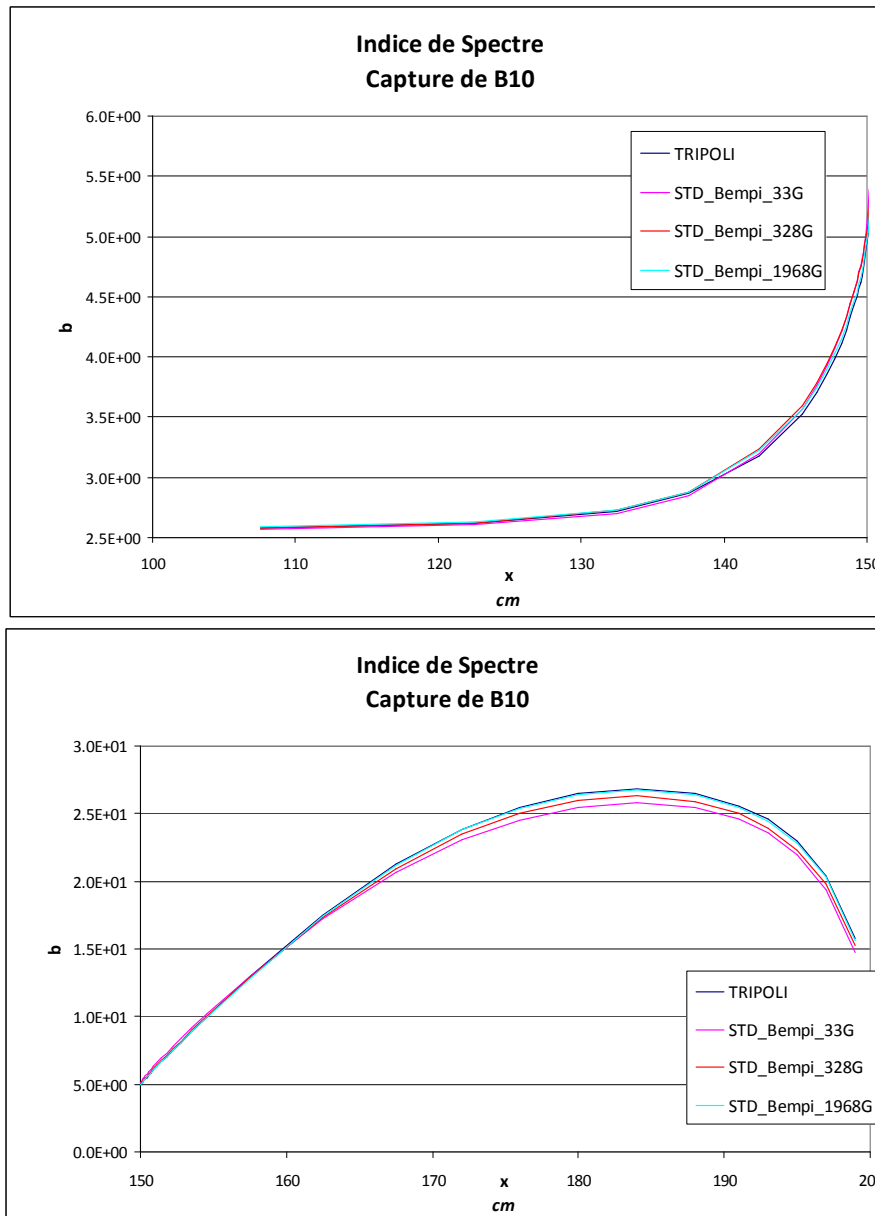
- Comparaison entre les différentes modélisations standard à laplacien empirique

On constate très clairement que le calcul à 1968 groupes présentent un écart très faible avec TRIPOLI sur toutes les grandeurs, y compris dans le réflecteur. On remarque aussi que plus le découpage en énergie est large, plus les écarts avec TRIPOLI sont importants.



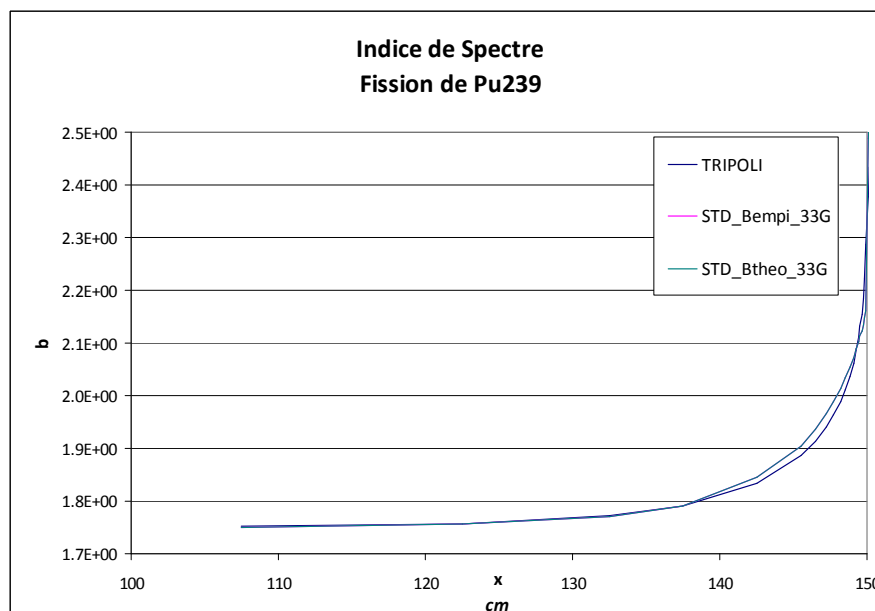
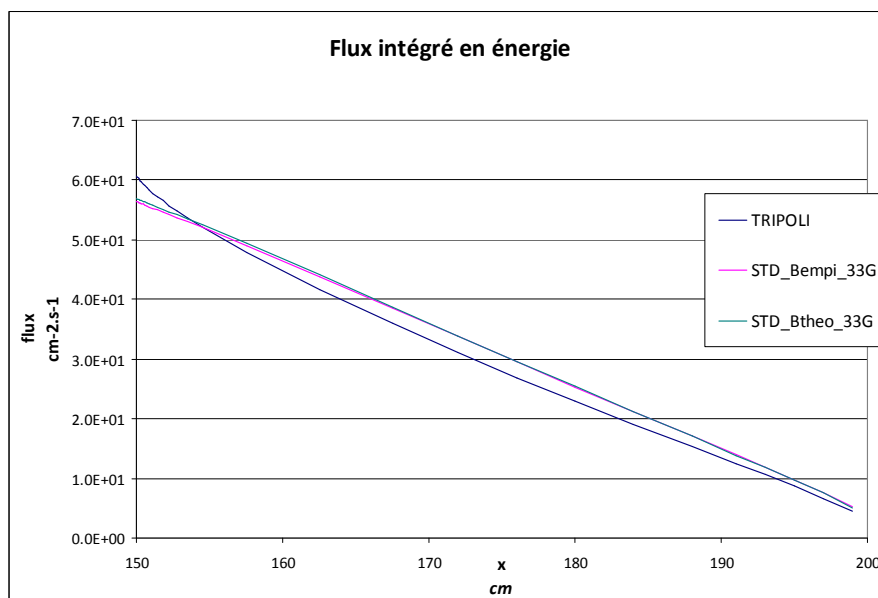
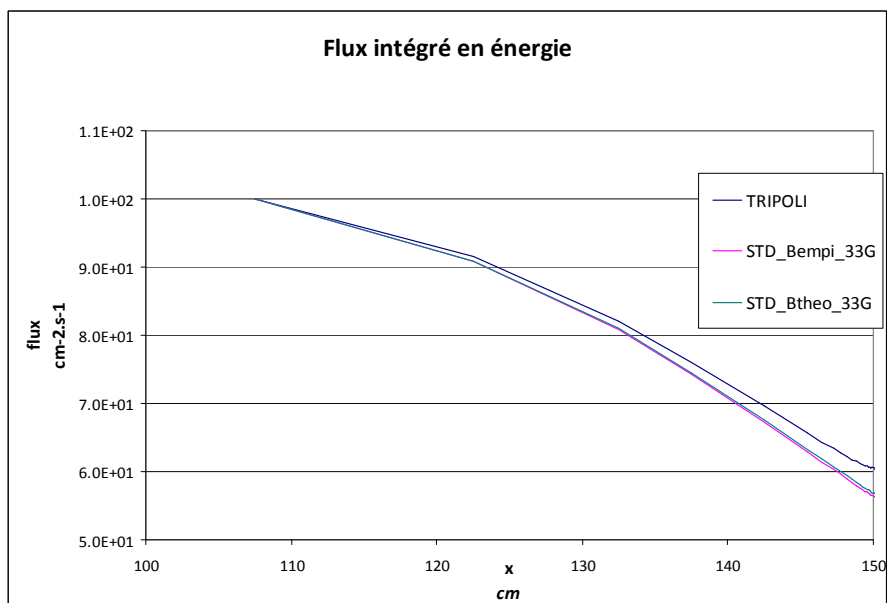


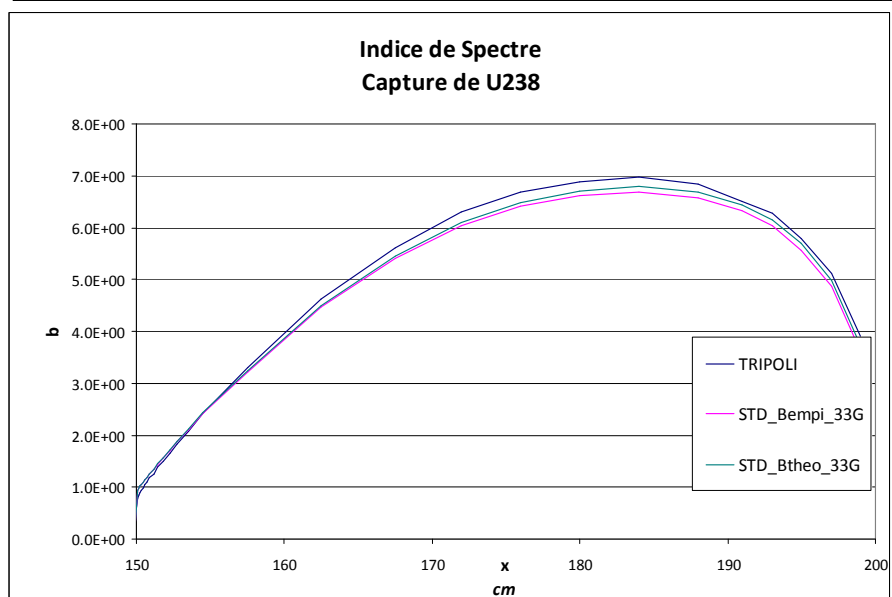
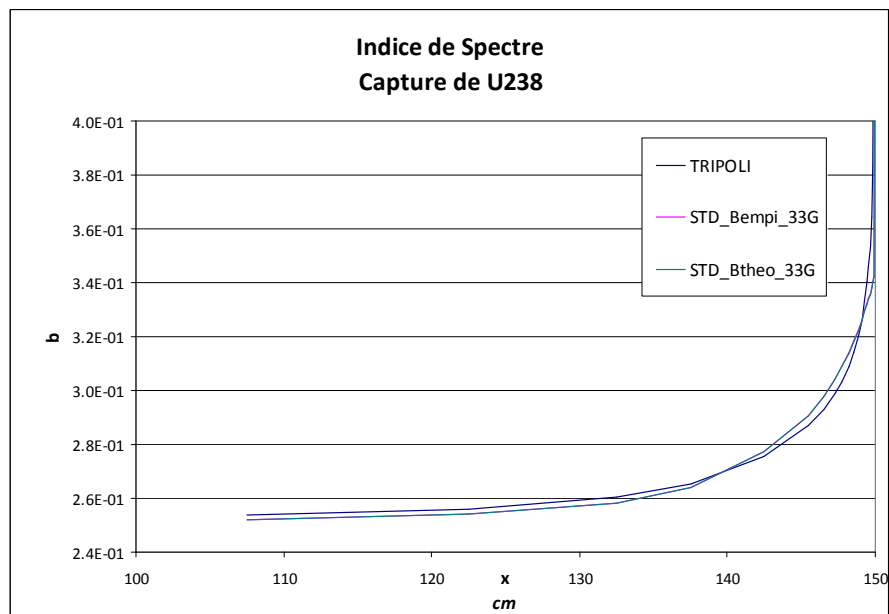
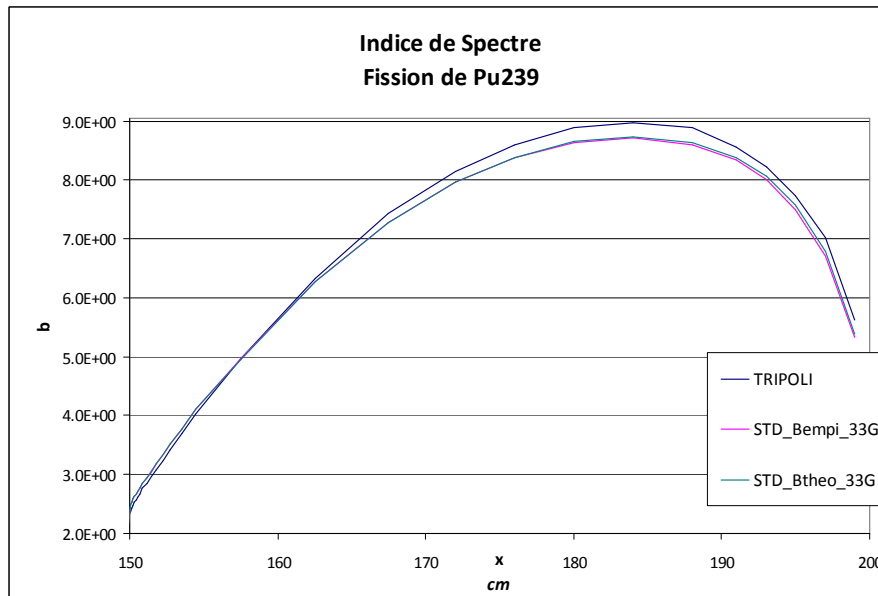


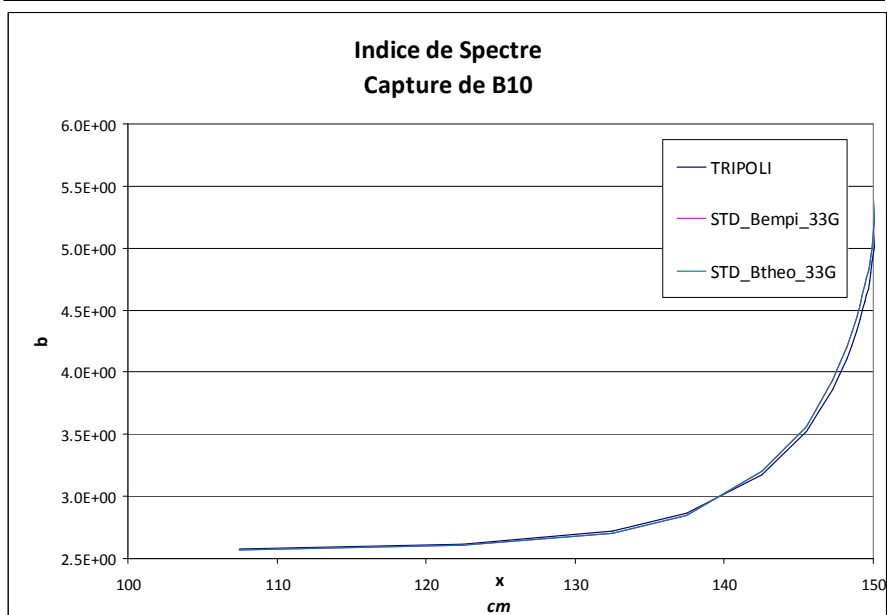
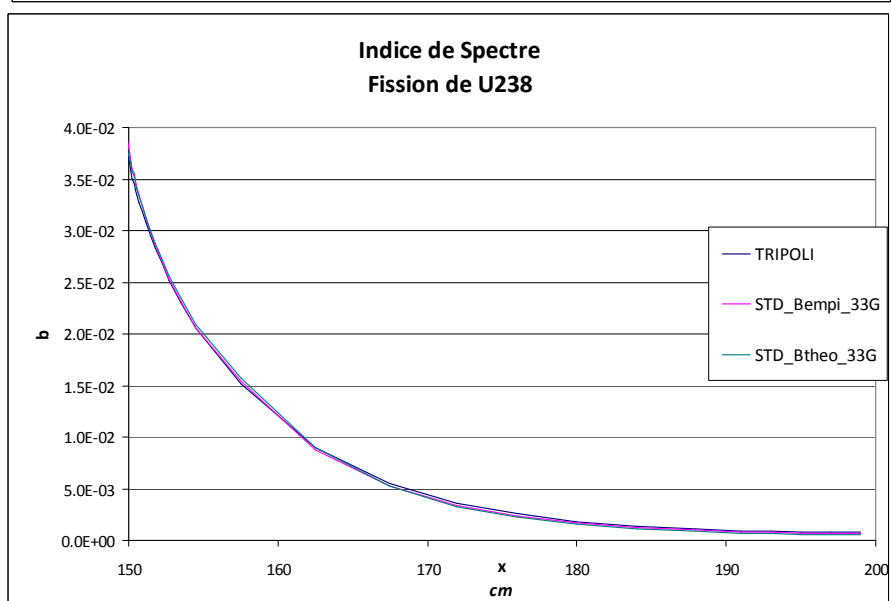
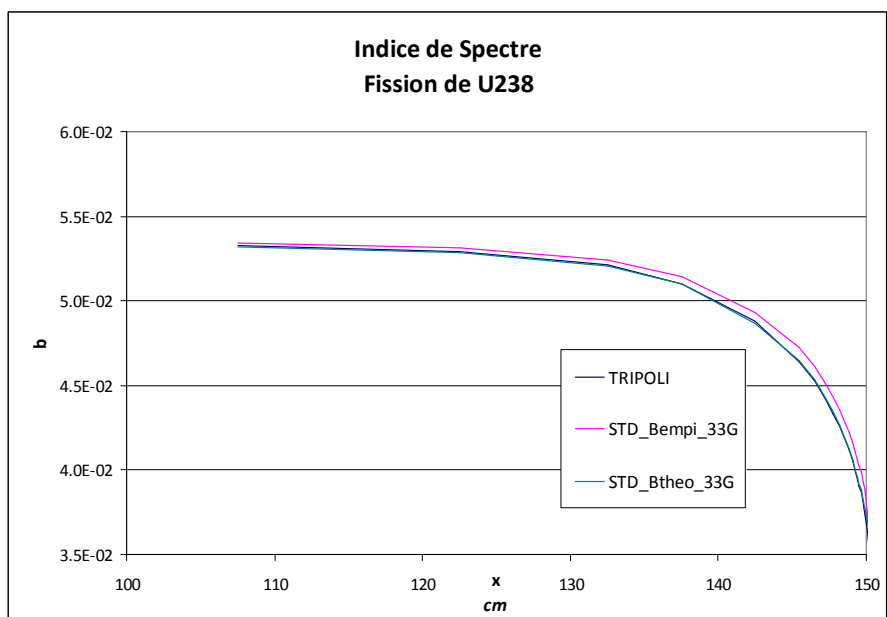


- Comparaison entre laplacien empirique et laplacien théorique pour le réflecteur (modélisation standard)

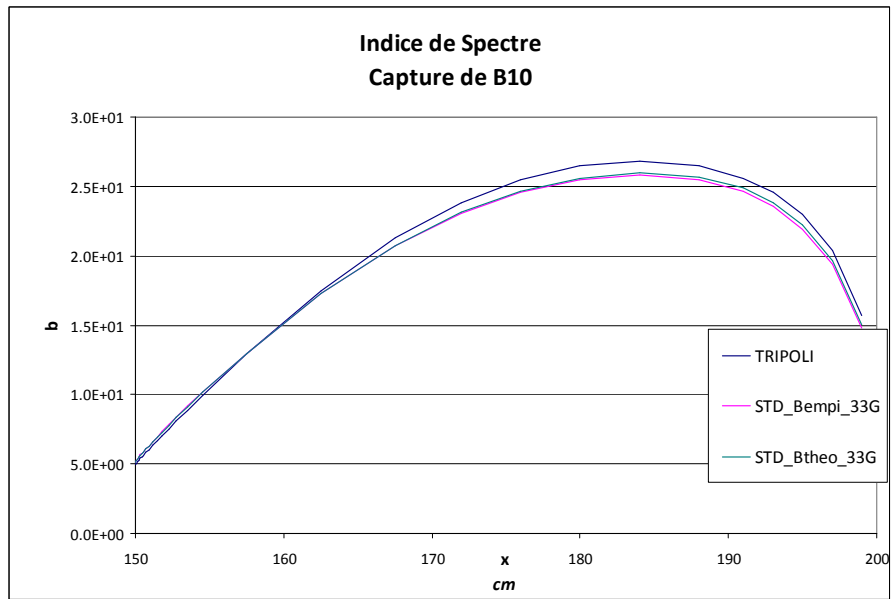
En dehors de la fission de l'Uranium 238, les écarts avec TRIPOLI sont peu sensibles au choix du laplacien sur la zone réflecteur.





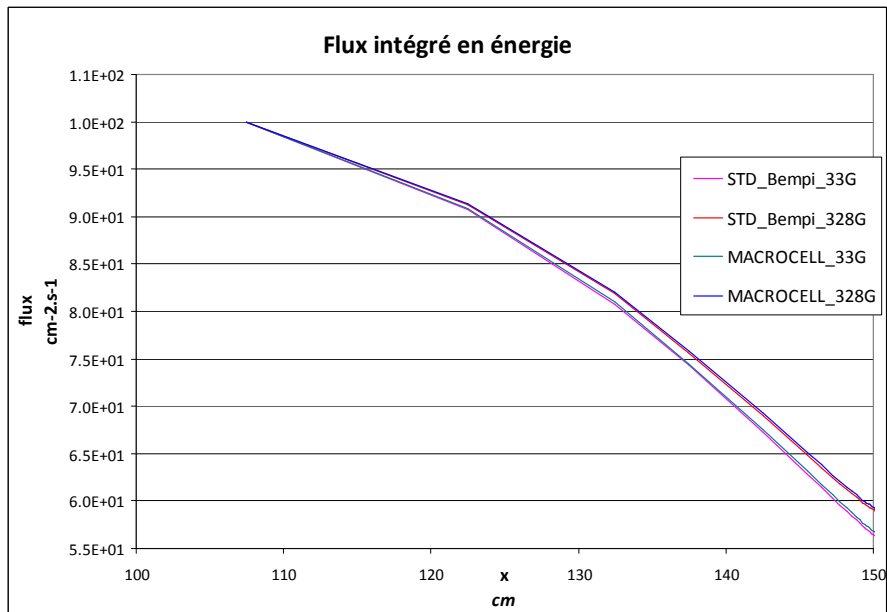


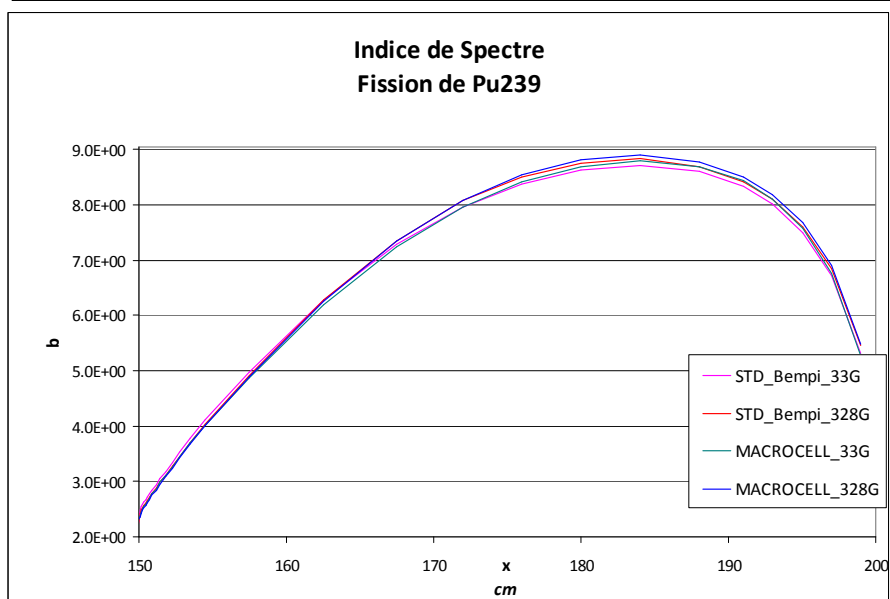
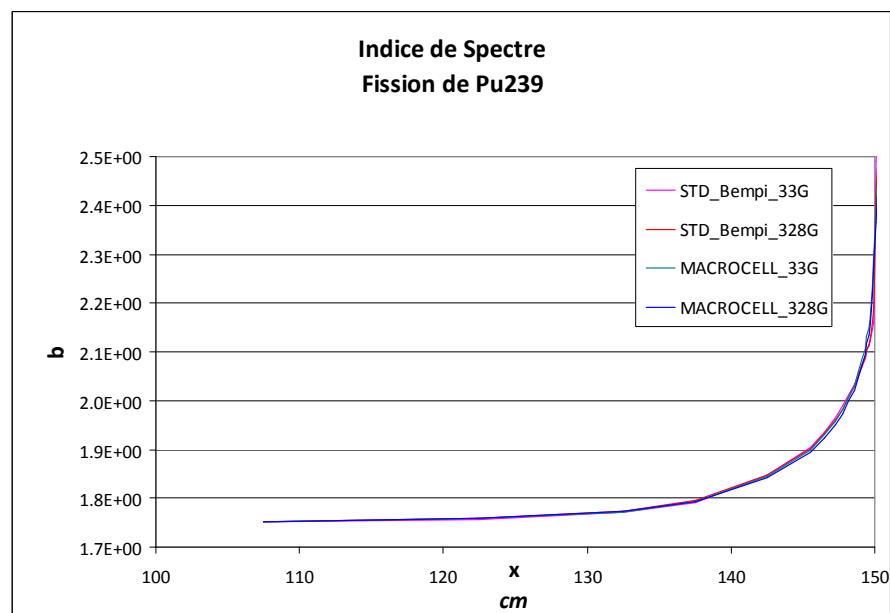
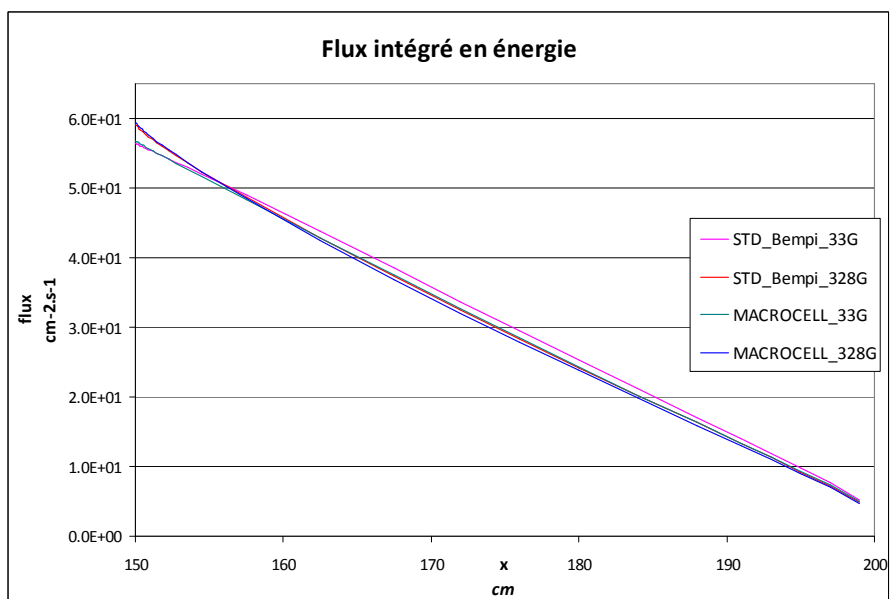


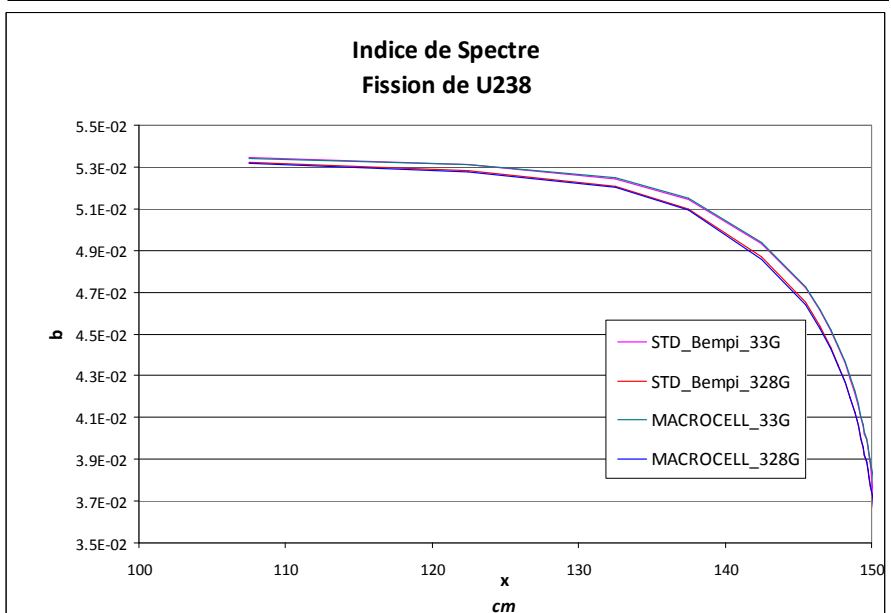
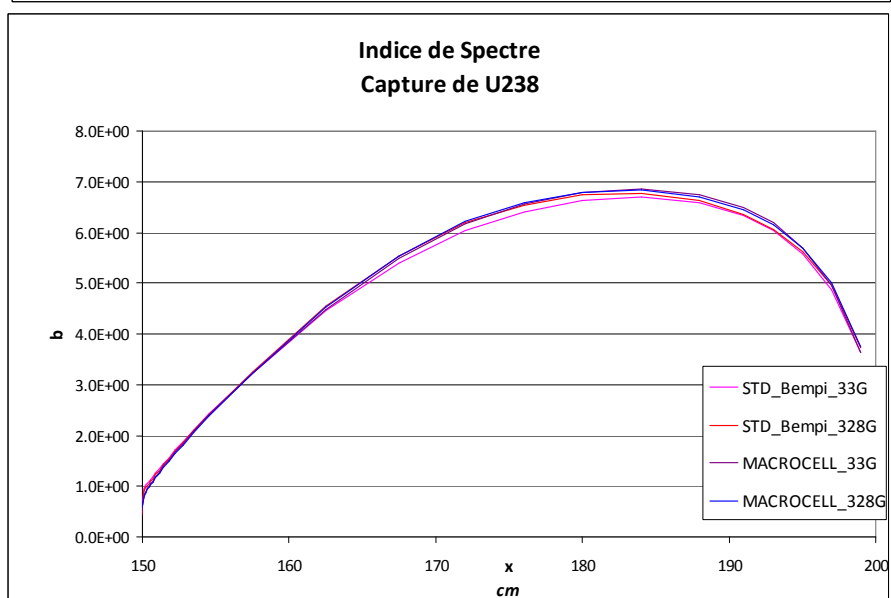
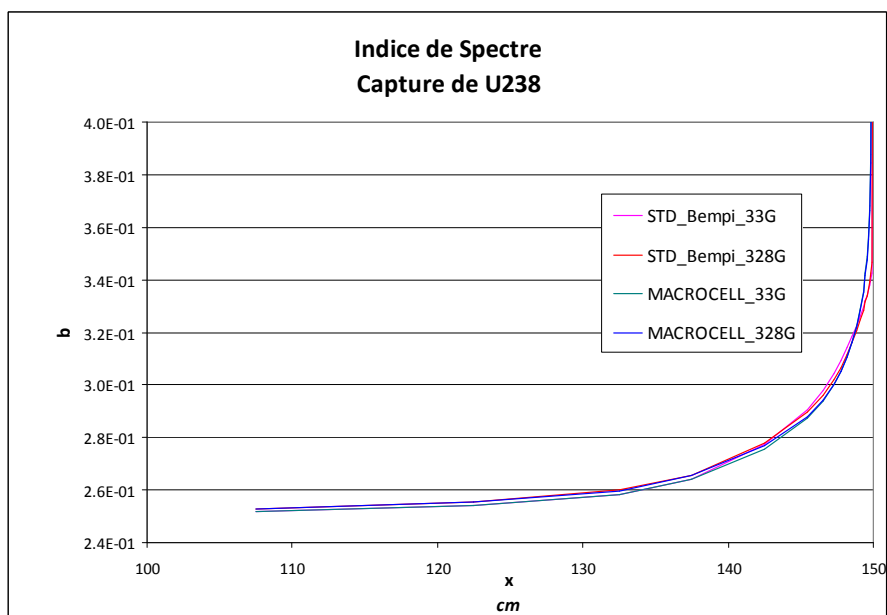


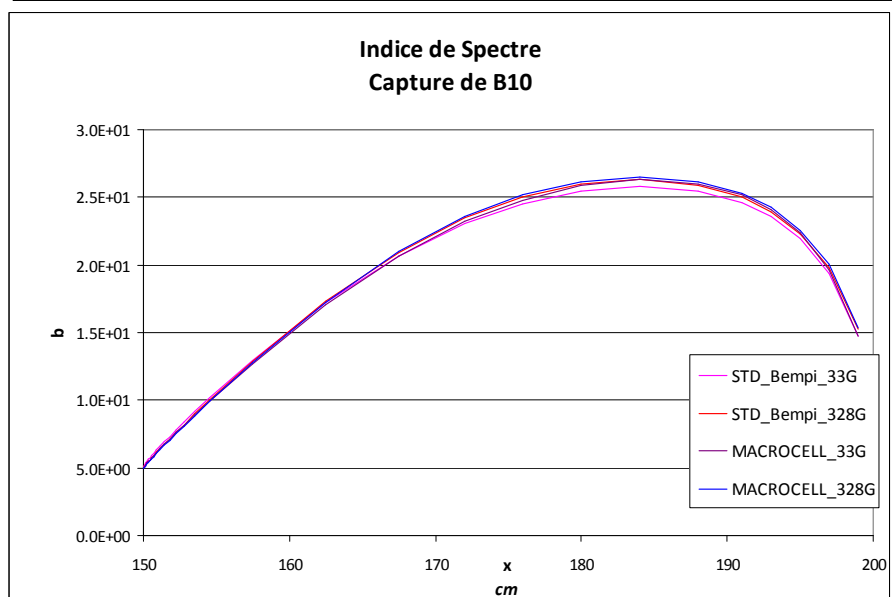
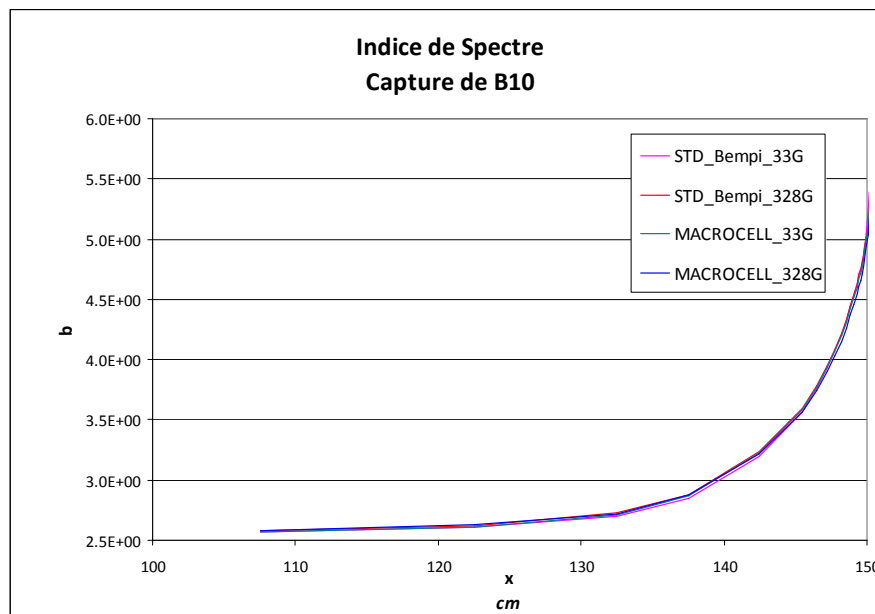
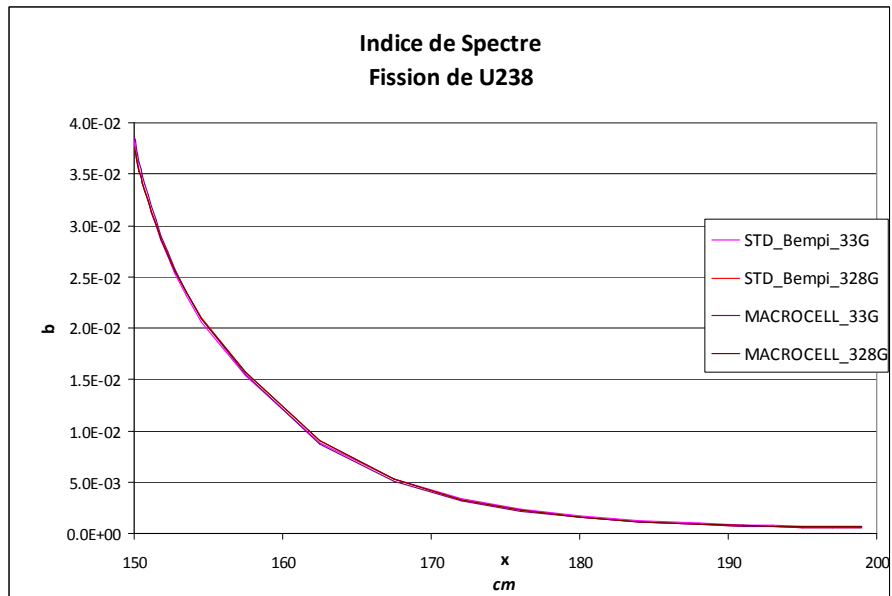
- Comparaison entre modélisation standard et modélisation MACROCELL

D'une manière générale, il n'y a pas de différence notable entre les modélisations standard et la modélisation MACROCELL à nombre de groupes égal.









### Annexe E.3 – l'approximation PN : Formulation de la source de diffusion

Dans l'équation du transport à une dimension, le terme de source de diffusion s'écrit :

$$Q_{diffusion,g}(x,\mu) = \int_{[-1,1]} \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(x, \mu' \rightarrow \mu) \phi_{g'}(x, \mu') d\mu'$$

Dans le cadre de l'approximation PN, la section de diffusion est projetée sur la base des polynômes de Legendre jusqu'à l'ordre N :

$$\begin{aligned} \Sigma_{s,l,g \rightarrow g'}(x) &= \int_{[-1,1]} \Sigma_{s,g \rightarrow g'}(x, \mu) P_l(\mu) d\mu \\ \Sigma_{s,g \rightarrow g'}(x, \mu) &= \sum_{l=0}^N \frac{2l+1}{2} \Sigma_{s,l,g \rightarrow g'}(x) P_l(\mu) \end{aligned}$$

De même, on projette sur cette base le flux angulaire, jusqu'à l'ordre N :

$$\begin{aligned} \phi_{l,g}(x) &= \int_{[-1,1]} \phi_g(x, \mu) P_l(\mu) d\mu \\ \phi_g(x, \mu) &= \sum_{l=0}^N \frac{2l+1}{2} \phi_{l,g}(x) P_l(\mu) \end{aligned}$$

On peut alors écrire la source de diffusion sous une forme plus simple :

$$\begin{aligned} Q_{diffusion,g}(x,\mu) &= \int_{[-1,1]} \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(x, \mu' \rightarrow \mu) \phi_{g'}(x, \mu') d\mu' \\ Q_{diffusion,g}(x,\mu) &= \frac{1}{2\pi} \int \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(x, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) \phi_{g'}(x, \vec{\Omega}' \cdot \vec{x}) d^2\Omega' \\ Q_{diffusion,g}(x,\mu) &= \frac{1}{2\pi} \int \sum_{g'} \sum_{l=0}^N \frac{2l+1}{2} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(x) P_l(\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) \sum_{l'=0}^N \frac{2l'+1}{2} \phi_{l',g'}(x) P_{l'}(\vec{\Omega}' \cdot \vec{x}) d^2\Omega' \end{aligned}$$

En appliquant la propriété :

$$P_l(\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) = \sum_{m=-l}^l R_l^m(\vec{\Omega}) R_l^m(\vec{\Omega}')$$

En appliquant l'orthogonalité des harmoniques sphériques :

$$\begin{aligned} \int_{4\pi} R_l^m(\vec{\Omega}) R_{l'}^{m'}(\vec{\Omega}) d^2\Omega &= 0 \quad \text{si } l \neq l' \text{ ou } m \neq m' \\ \int_{4\pi} R_l^m(\vec{\Omega}) R_{l'}^{m'}(\vec{\Omega}) d^2\Omega &= \frac{4\pi}{2l+1} \quad l = l' \text{ et } m = m' \end{aligned}$$

On peut alors écrire :

$$Q_{diffusion,g}(x,\mu) = \sum_{g'} \sum_{l=0}^N \frac{2l+1}{2} \phi_{l,g'}(x) \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(x) P_l(\mu)$$



## **PARTIE 2 : NOUVELLES MODELISATIONS DES CŒURS AVEC REFLECTEUR ACIER**





# CHAPITRE A : METHODES DE CONDENSATION

## I. Introduction

L'étude des cœurs de réacteur à l'aide de codes déterministes plutôt que stochastiques est souvent motivée par, entre autres, l'économie de ressources informatiques réalisée, en particulier en termes de temps de calcul. S'il existe plusieurs façons de traiter les variables d'espace et d'angle, la discrétisation énergétique généralement utilisée est le traitement multigroupe.

Lors de la production des bibliothèques d'application, la phase de mise en groupes réalisée par le module GROUPE de NJOY fait appel à un flux lisse de micropondération : les sections microscopiques ponctuelles sont alors pondérées par cette distribution afin d'obtenir une valeur moyenne sur chaque groupe. Dans le cas de groupes fins, en particulier dans le cas du découpage à 1968 groupes, il s'avère que la forme générale du flux de micropondération n'induit pas de variation notable sur la valeur finale des sections.

La phase cœur est une étape mobilisant une puissance de calcul considérable : il est à l'heure actuelle impossible de l'effectuer dans le cadre du découpage énergétique fin. Ainsi, une des étapes finales de la phase réseau, avec l'homogénéisation spatiale, consiste à calculer des sections macroscopiques et microscopiques définies sur un découpage en groupes larges conservant les propriétés des différents milieux : c'est la phase de condensation énergétique.

La problématique de la condensation est ancienne et elle a conduit au développement de plusieurs méthodes. Certaines méthodes sont réputées adaptées à la conservation des taux de réactions, d'autres permettent a priori la conservation des courants neutroniques, et il existe des méthodes basées sur les théories des perturbations permettant la conservation d'effets en réactivité particulier (conservation du coefficient de vidange sodium par exemple<sup>1</sup>). On présentera certaines de ces méthodes et on s'intéressera aussi à des modèles de condensation strictement conservatifs. Enfin, on effectuera une comparaison des performances de différentes méthodes sur différents cas simplifiés.

---

<sup>1</sup> C'est le cas d'application de la méthode développée dans [SALVATORES]

## II. Les méthodes de condensation utilisées

La problématique de la condensation énergétique est la détermination des différents paramètres de l'équation du transport en groupes larges G :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,G}(\vec{r}) \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int \sum_{4\pi} \sum_{G' \rightarrow G} (\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_{G'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2 \Omega' + \frac{\chi_G(\vec{r})}{4\pi k_{eff}} Q_{f,tot}(\vec{r})$$

$$\text{avec } Q_{f,tot}(\vec{r}) = \sum_{G'} v \Sigma_{f,G'}(\vec{r}) \phi_{G'}(\vec{r})$$

$$\text{et avec : } \phi_{G'}(\vec{r}) = \int \phi_{G'}(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2 \Omega$$

Une méthode de condensation (ou une méthode de mise en groupe) doit déterminer les paramètres suivants :

- $\Sigma_{t,G}(\vec{r})$ ,
- $\Sigma_{s,G' \rightarrow G}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$ ,
- $\chi_G(\vec{r})$  et,
- $v \Sigma_{f,G}(\vec{r})$

Parmi les différentes méthodes existantes, certaines ont démontré une robustesse suffisante pour être adoptées au sein des codes de calcul. En effet, les méthodes itératives usuelles de résolution de l'équation du transport multigroupe<sup>1</sup> ne convergent pas lorsqu'en un point  $\vec{r}$  :

- $\Sigma_{t,g}(\vec{r}) < \Sigma_{f,g}(\vec{r}) + \Sigma_{s,0,g}(\vec{r})$ , la section de capture devient alors négative, en définissant  $\Sigma_{s,0,g}(\vec{r}) = \sum_{g'} \Sigma_{s,0,g \rightarrow g'}(\vec{r})$
- $\Sigma_{s,g \rightarrow g'}(\vec{r}, \mu) < 0$ , la section de diffusion peut être négative pour un angle de déviation  $\mu$  donné. Cela se traduit le plus souvent par  $\Sigma_{s,0,g \rightarrow g'}(\vec{r}) < |3 \Sigma_{s,1,g \rightarrow g'}(\vec{r})|$  compte tenu de la prépondérance de la composante d'ordre 1

Ainsi, le calcul des différentes sections macroscopiques multigroupes doit respecter certaines conditions. En pratique, certaines méthodes de condensation ne permettent pas toujours de les satisfaire : il est alors délicat de définir des corrections cohérentes. Dans les codes de calcul, on préfère généralement utiliser des méthodes simples garantissant la production de sections condensées opérationnelles.

---

<sup>1</sup> Avec une expansion en polynôme de Legendre des matrices de diffusion.

1) Méthodes pragmatiques

a) Conservation des taux de réactions

La méthode de condensation mise en place dans le code APOLLO-2<sup>1</sup> s'attache à la conservation des taux de réactions<sup>2</sup> : les taux de réactions intégrés sur l'intervalle d'énergie du groupe large G obtenus lors du calcul en groupes fins (taux de référence) doivent être égaux à ceux obtenus lors du calcul en groupes larges.

Le taux de réaction  $y$  calculé dans en groupes fins vaut :  $T_{y,g}(\vec{r}) = \Sigma_{y,g}(\vec{r})\phi_g(\vec{r})$

Après intégration sur le groupe large G, on a :  $T_{y,G}(\vec{r}) = \sum_{g \in G} \Sigma_{y,g}(\vec{r})\phi_g(\vec{r})$

On peut donc définir intuitivement :  $\Sigma_{y,G}(\vec{r}) = \frac{T_{y,G}(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r})} = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{y,g}(\vec{r})\phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r})}$

Ce qui se traduit par les règles de condensation suivantes :

$\Sigma_{t,G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(\vec{r})\phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r})}$	$\Sigma_{s,l,G \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r})\phi_{g'}(\vec{r})}{\sum_{g' \in G'} \phi_{g'}(\vec{r})}$
$\chi_G(\vec{r}) = \sum_{g \in G} \chi_g(\vec{r})$	$v\Sigma_{f,G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} v\Sigma_{f,g}(\vec{r})\phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r})}$

Une telle condensation est simple à mettre en œuvre et conduit à des sections réalistes garantissant la convergence du calcul cœur. Cependant, en pratique, leur utilisation aboutit à un flux en groupes larges différent du flux de référence :

$$\phi_G(\vec{r}) \neq \sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r})$$

Ce qui ne permet donc pas de conserver les taux de réactions :

$$\Sigma_{y,G}(\vec{r})\phi_G(\vec{r}) \neq \sum_{g \in G} \Sigma_{y,g}(\vec{r})\phi_g(\vec{r})$$

Il est donc nécessaire de mettre en place une procédure d'équivalence multigroupe permettant de corriger les sections calculées. Cette opération est parfois délicate.

<sup>1</sup> [COSTE]

<sup>2</sup> Les taux de réactions sont les seuls grandeurs possédant un réel sens physique : ce sont des grandeurs mesurables.

b) Conservation des courants de fuites

Dans le cadre des études de développement pour le réacteur MONJU, le code de cœur de transport déterministe NSHEX<sup>1</sup> a été employé afin de réaliser des calculs à 18 et à 7 groupes larges<sup>2</sup>. Les sections condensées qu'il utilise sont générées par le code JOINT. On fournit à ce dernier des sections à 70 groupes fins (produites par le code réseau SLAROM) et un flux de pondération calculé par le code CITATION (code cœur résolvant l'équation de la diffusion en géométrie RZ à 70 groupes).

Les résultats de l'étude [TODOROVA1] ont montré que la phase de condensation introduisait des biais importants, qui n'étaient pas observés lorsque le code de cœur utilisé résolvait l'équation de la diffusion. Ainsi, plusieurs méthodes de condensation ont été confrontées dans le cadre de la modélisation du cœur du réacteur MONJU : [TODOROVA2].

L'équation résolue par NSHEX découle de l'hypothèse d'une source de diffusion isotrope. Afin de prendre en compte l'effet transport, on applique une correction : c'est l'approximation P0 corrigée.

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{tr,G}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{G'} \Sigma_{s,G' \rightarrow G}(\vec{r}) \phi_{G'}(\vec{r}) + \frac{\chi_G(\vec{r})}{4\pi k_{eff}} Q_{f,tot}(\vec{r})$$

Où la section de transport et la section de diffusion sont calculés par :

$$\Sigma_{tr,G}(\vec{r}) = \Sigma_{t,G}(\vec{r}) - \sum_{G'} \Sigma_{s,1,G \rightarrow G'}(\vec{r})$$

$$\Sigma_{s,G \rightarrow G'}(\vec{r}) = \Sigma_{s,0,G \rightarrow G'}(\vec{r}) - \delta_{G,G'} \Sigma_{s,1,G \rightarrow G'}(\vec{r})$$

Pour toutes les grandeurs en dehors de la section de transport, la pondération est effectuée à l'aide du flux scalaire. La section de transport est pondérée par une fonction  $F_g(\vec{r})$ .

$\Sigma_{tr,G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} \Sigma_{tr,g}(\vec{r}) F_g(\vec{r})}{\sum_{g \subset G} F_g(\vec{r})}$	$\Sigma_{s,G' \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \subset G'} \sum_{g \subset G} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{g'}(\vec{r})}{\sum_{g' \subset G'} \phi_{g'}(\vec{r})}$
$\chi_G(\vec{r}) = \sum_{g \in G} \chi_g(\vec{r})$	$v \Sigma_{f,G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} v \Sigma_{f,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \subset G} \phi_g(\vec{r})}$

Les différents modèles de condensation proposés par [TODOROVA2] portent sur le choix de  $F_g(\vec{r})$  pour la condensation de la section de transport.

- Le choix d'une pondération par le flux scalaire :  $F_g(\vec{r}) = \phi_g(\vec{r})$  dans l'optique d'une conservation des taux de réactions conduit à d'importantes sur-estimations de la réactivité.

<sup>1</sup> [IKEDA]

<sup>2</sup> [TODOROVA1]

- Une pondération par le courant neutronique permet a priori de conserver de manière plus précise le taux de fuites neutroniques. En pratique, elle apporte quelques améliorations, bien que la réactivité se trouve alors sous-estimée :

$$F_g(\vec{r}) = J_g(\vec{r}) = D_g(\vec{r}) \vec{\nabla} \phi_g(\vec{r})$$

Ne disposant pas du courant neutronique ou du gradient, il est fait alors la supposition que le gradient du flux présente le même spectre que le flux lui-même :

$$F_g(\vec{r}) = D_g(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})$$

$$\text{Avec } D_g(\vec{r}) = \frac{1}{3\Sigma_{trG}(\vec{r})}$$

On obtient finalement la fonction de pondération :

$$F_g(\vec{r}) = \frac{\phi_g(\vec{r})}{\Sigma_{trG}(\vec{r})}$$

Et ainsi :

$$\Sigma_{trG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \frac{\phi_g(\vec{r})}{\Sigma_{trg}(\vec{r})}}$$

Cette condensation conduit parfois à des incohérences<sup>1</sup> entre les différentes sections et réclament alors des corrections sur les sections de diffusion qui sont bien maîtrisées dans NSHEX.

- Il est alors possible de proposer une méthode alternative :

$$F_g(\vec{r}) = (\Sigma_{trG}(\vec{r}))^\gamma \phi_g(\vec{r})$$

La méthode de pondération par le flux est obtenue avec  $\gamma=0$ , celle par le courant avec  $\gamma=-1$ . La méthode CCM<sup>2</sup> est obtenue avec  $\gamma=-1/2$  :

$$\Sigma_{trG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r}) \sqrt{\Sigma_{trg}(\vec{r})}}{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r}) / \sqrt{\Sigma_{trg}(\vec{r})}}$$

Les résultats de cette méthode sur la modélisation du réacteur MONJU sont meilleurs qu'avec les deux précédentes, mais cette condensation reste néanmoins assez spécifique au cas d'étude, et plus particulière à l'usage du code NSHEX.

### 2) Méthode développée dans ECCO

Au sein du code ECCO, le flux et la section de diffusion est développée sur la base des polynômes de Legendre à l'ordre L (la dépendance angulaire du flux se rapporte à l'angle  $(\vec{\Omega}, \vec{B})$ , où  $\vec{B}$  désigne la direction préférentielle des fuites neutroniques dans le cadre de l'hypothèse du mode fondamental définie et caractérisée dans [REUSS]).

---

<sup>1</sup> Telles que celles décrites en début de cette partie.

<sup>2</sup> Combined Collapsing Method

La méthode du code ECCO telle qu'elle est présentée dans [RIMPAULT3] est la suivante :

$$\begin{array}{|l|l|} \hline \Sigma_{t,G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_{1,g}(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_{1,g}(\vec{r})} & \Sigma_{s,l,G \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{l,g'}(\vec{r})}{\sum_{g' \in G'} \phi_{l,g'}(\vec{r})} \\ \hline \chi_G(\vec{r}) = \sum_{g \in G} \chi_g(\vec{r}) & v\Sigma_{f,G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} v\Sigma_{f,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r})} \\ \hline \end{array}$$

Pour les cas particulier de la diagonale des matrices de diffusion  $\Sigma_{s,l,G \rightarrow G}(x)$ , on définit :

$$\Sigma_{s,l,G \rightarrow G}(x) = \frac{\sum_{g' \in G} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(x) \phi_{l,g'}(x)}{\sum_{g' \in G} \phi_{l,g'}(x)} + (2l+1) \left( \Sigma_{t,G}(x) - \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_{1,g}(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_{1,g}(\vec{r})} \right)$$

Le coefficient  $(2l+1)$  appliqué sur le terme de différence de sections totales condensées est une commodité numérique : les coefficients des matrices de diffusion sont définie de telle sorte que :

$$\Sigma_{s,g \rightarrow g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) = \sum_l \Sigma_{s,l,g \rightarrow g'}(\vec{r}) P_l(\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega})$$

Cette méthode est présentée comme étant conservative. Néanmoins, on a vu auparavant<sup>1</sup> que les hypothèses et la méthode de calcul de flux ne permettaient pas de vérifier cette caractéristique.

### 3) Les sections microscopiques partielles

Le calcul des taux de réactions permettant de caractériser le spectre du flux produit par le code de cœur fait intervenir les sections microscopiques en groupes larges. Les sections totales, de diffusion (élastiques, inélastiques et de réactions n,xn) et de fission sont généralement condensées de la même manière que leurs homologues macroscopiques.

Pour les sections partielles, la méthode de condensation généralement utilisée dans les codes est une pondération par le flux scalaire de référence. Si la section totale est pondérée autrement, il n'existe alors plus de lien entre sections totales condensées et sections partielles condensées.

<sup>1</sup> Partie I - Chapitre E : VALIDATION DES METHODES DE CONDENSATION – CAS DES COEURS AVEC REFLECTEUR ACIER

### III. Les méthodes dérivées de la théorie des perturbations

Les méthodes décrites précédemment s'appliquent à obtenir une conservation de certaines grandeurs, de manière pragmatique, mais sans garantie de réussite. Les théories des perturbations<sup>1</sup> permettent quant à elles de calculer exactement ou au premier ordre les variations de valeurs caractéristiques ( $k_{\text{eff}}$ , ratio de taux de réactions, etc) induites par des variations de paramètres divers (en général, les sections). On peut donc penser en déduire des méthodes plus polyvalentes.

En effet, en assimilant les sections multigroupes à des fonctions constantes par morceaux, on peut assimiler le processus de condensation à une perturbation sur les différentes sections. Il est alors possible de considérer une grandeur particulière et rechercher à annuler l'effet de cette perturbation sur cette grandeur, pour chaque groupe large.

On trouve plusieurs références anciennes à ces méthodes : [PITTERLE], [LITTLE] et [SALVATORES] par ex.

#### 1) Méthode de pondération bilinéaire par le produit flux - flux adjoint

Une application directe de la théorie standard des perturbations est le calcul des effets en réactivité.

En mettant l'équation du transport sous une forme plus pratique :

$$\left( \mathbf{A} - \frac{\mathbf{F}}{k} \right) \phi = 0$$

Les opérateurs  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{F}$  appliqués sur  $\phi$  s'expriment ainsi :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\phi) &= \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \phi_g(\vec{r}, \bar{\Omega}) + \sum_{t \rightarrow g} \Sigma_t(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}, \bar{\Omega}) - \int \sum_{4\pi} \sum_{g' \rightarrow g} \Sigma_{s \rightarrow g}(\vec{r}, \bar{\Omega}' \rightarrow \bar{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}, \bar{\Omega}') d^2 \Omega' \\ \mathbf{F}(\phi) &= \frac{\chi_g(\vec{r})}{4\pi} \int \sum_{4\pi} \sum_{g'} v \Sigma_{f \rightarrow g'}(\vec{r}) \phi_{g'}(\vec{r}, \bar{\Omega}') d^2 \Omega' \end{aligned}$$

On peut écrire la variation de réactivité au premier ordre induite par la variation des paramètres :

$$d\rho = - \frac{\left\langle \phi^+, \left( d\mathbf{A} - \frac{d\mathbf{F}}{k} \right) \phi \right\rangle}{\left\langle \phi^+, \mathbf{F}\phi \right\rangle}$$

---

<sup>1</sup> Une présentation extensive de la théorie des perturbations et des méthodes associées sont présentées dans [TOMMASI3]

$\phi = \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$  est le flux angulaire

$\phi^+ = \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega})$  est le flux angulaire adjoint, solution de l'équation du transport adjointe<sup>1</sup>

Avec le produit scalaire défini :  $\langle X, Y \rangle = \int_V d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega \sum_{g=1}^{\infty} X_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) Y_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$

On peut alors chercher à définir les différentes sections condensées sur NG groupes larges permettant d'annuler  $d\rho$ . Toutefois, en remarquant que les NG degrés de liberté permettent de fixer NG contraintes, on peut définir  $(d\rho)_G$  la variation de réactivité introduite par les variations de sections relatives au groupe G :

$$(d\rho)_G = - \frac{\left\langle \phi^+, \left( d\mathbf{A} - \frac{d\mathbf{F}}{k} \right) \phi \right\rangle_G}{\langle \phi^+, \mathbf{F} \phi \rangle}$$

Avec  $\langle X, Y \rangle_G = \int_V d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega \sum_{g \in G} X_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) Y_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$

On assimile alors les sections en groupes larges comme des sections décrites en groupes fins, constantes sur l'intervalle de cet assemblage de groupes fins. On traite alors ce nouveau jeu de sections en le considérant comme une perturbation. Pour chaque microgroupe g inclus dans le macrogroupe G :

$$d\mathbf{A}(\phi) = d\Sigma_t(\phi) - d\Sigma_s(\phi)$$

$$d\mathbf{F}(\phi) = \frac{\chi_g(\vec{r})}{4\pi} d\nu\Sigma_f(\phi)$$

Avec :

$$d\Sigma_t(\phi) = (\Sigma_{tG}(\vec{r}) - \Sigma_{tg}(\vec{r}))\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

$$d\Sigma_s(\phi) = \int \sum_{4\pi} \sum_{G'} \sum_{g' \in G'} \left( \frac{\Delta u_g}{\Delta u_G} \Sigma_{sG' \rightarrow G}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) - \Sigma_{sg' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \right) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega'$$

$$d\nu\Sigma_f(\phi) = \int \sum_{4\pi} \sum_{G'} \sum_{g' \in G'} (\nu\Sigma_{fG'}(\vec{r}) - \nu\Sigma_{fg'}(\vec{r})) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega'$$

<sup>1</sup> Que l'on peut noter  $\left( \mathbf{A}^+ - \frac{\mathbf{F}^+}{k} \right) \phi^+ = 0$ , avec les opérateurs adjoints

$$\mathbf{A}^+(\phi^+) = -\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{tg}(\vec{r}) \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \int \sum_{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{sg \rightarrow g'}(\vec{r}, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') \phi_{g'}^+(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega'$$

$$\mathbf{F}^+(\phi^+) = \frac{\nu\Sigma_{fg}(\vec{r})}{4\pi} \int \sum_{4\pi} \sum_{g'} \chi_{g'}(\vec{r}) \phi_{g'}^+(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega'$$



On remarque qu'il n'y a pas de perturbation sur le spectre de fission  $\chi_g(\vec{r})$ . En effet, pour respecter la condition de normalisation de ce dernier, ainsi que son sens physique, on le traite ultérieurement de manière classique.

L'expression  $\Delta u_g / \Delta u_G \Sigma_{sG' \rightarrow G}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$  découle du fait que  $\Sigma_s(\vec{r}, u', u, \vec{\Omega}', \vec{\Omega})$  est une distribution vis-à-vis de la léthargie  $u$ . Dans l'expression de la perturbation du terme de diffusion, on cherche à faire apparaître une section de diffusion en groupes fins  $\tilde{\Sigma}_{sG' \rightarrow Gg}$ , relative à une distribution  $A$  constante sur le groupe large  $G$  intégrée sur le groupe fin  $g$ . On explicite cette distribution :

$$\tilde{\Sigma}_{sG' \rightarrow Gg}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = A \Delta u_g$$

De même :

$$\Sigma_{sG' \rightarrow G}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = A \Delta u_G$$

On a donc :

$$\tilde{\Sigma}_{sG' \rightarrow Gg}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \Sigma_{sG' \rightarrow G}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \frac{\Delta u_g}{\Delta u_G}$$

On peut donc décomposer l'effet en réactivité ainsi :

$$(d\rho)_G = (d\rho)_{t,G} + (d\rho)_{s,G} + (d\rho)_{f,G}$$

En posant  $K = -\frac{1}{\langle \phi^+, \mathbf{F}\phi \rangle}$ , chacun de ces termes s'écrivent :

$$(d\rho)_{t,G} = K \int_V d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega \sum_{g \in G} (\Sigma_{tG}(\vec{r}) - \Sigma_{t_g}(\vec{r})) \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

$$(d\rho)_{s,G} = K \int_V d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega \sum_{g \in G} \left( \int_{4\pi} \sum_{G'=1}^{\infty} \sum_{g' \in G'} \left( \frac{\Delta u_g}{\Delta u_G} \Sigma_{sG' \rightarrow G}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) - \Sigma_{s_{g' \rightarrow g}}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \right) \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' \right)$$

$$(d\rho)_{f,G} = K \int_V d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega \sum_{g \in G} \left( \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \frac{\chi_g(\vec{r})}{4\pi k} \int_{4\pi} \sum_{G'=1}^{\infty} \sum_{g' \in G'} (v \Sigma_{f_{G'}}(\vec{r}) - v \Sigma_{f_{g'}}(\vec{r})) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' \right)$$

On cherche à obtenir une condensation conservant la réactivité. Pour cela, on s'applique à annuler chacune des composantes de  $d\rho$ , sur chacun des sous-domaines de définition. On obtient donc les règles de condensation suivantes :

$$\begin{aligned} 0 &= \int \sum_{4\pi g \in G} (\Sigma_{tG}(\vec{r}) - \Sigma_{t_g}(\vec{r})) \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega \\ &\rightarrow \Sigma_{tG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t_g}(\vec{r}) \times \int_{4\pi} \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega}{\sum_{g \in G} \int_{4\pi} \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0 &= \int_{4\pi} d^2\Omega \sum_{g \subset G} \left( \int_{4\pi} \sum_{g' \subset G'} \left( \frac{\Delta u_g}{\Delta u_G} \Sigma_{sG' \rightarrow G}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) - \Sigma_{s g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \right) \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' \right) \\
 &\rightarrow \Sigma_{sG' \rightarrow G}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \frac{\int \int \sum_{g \subset G} \sum_{g' \subset G'} \Sigma_{s g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' d^2\Omega}{\int \int \sum_{g \subset G} \sum_{g' \subset G'} \frac{\Delta u_g}{\Delta u_G} \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' d^2\Omega}
 \end{aligned}$$

Qui serait alors angulairement invariant : ce serait une perte d'information.

$$\begin{aligned}
 0 &= \int_{4\pi} \sum_{g' \subset G'} (v \Sigma_{fG'}(\vec{r}) - v \Sigma_{f g'}(\vec{r})) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' \\
 &\rightarrow v \Sigma_{fG'}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \subset G'} v \Sigma_{f g'}(\vec{r}) \int_{4\pi} \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega'}{\sum_{g' \subset G'} \int_{4\pi} \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega'}
 \end{aligned}$$

En considérant que le flux et le flux adjoint sont projetés sur la base des harmoniques sphériques réelles, et la section de diffusion projetée sur la base des polynômes de Legendre :

$$\begin{aligned}
 f_l^m(\vec{r}) &= \int_{4\pi} f_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) R_l^m(\vec{\Omega}) d^2\Omega \\
 \Sigma_{s,l,g \rightarrow g'}(\vec{r}) &= \int_{[-1,1]} \Sigma_{s,g \rightarrow g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) P_l(\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) d\mu = \int_{4\pi} \int_{4\pi} \Sigma_{s,g \rightarrow g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \sum_{m=-l}^l R_l^m(\vec{\Omega}) R_l^m(\vec{\Omega}') d^2\Omega d^2\Omega'
 \end{aligned}$$

On peut écrire, par orthogonalité des harmoniques sphériques :

$$\int_{4\pi} \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \phi_l^{m+}(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r})$$

En considérant que le spectre de chaque harmonique du flux (respectivement du flux adjoint) est suffisamment proche de celui du flux scalaire  $\phi_g(\vec{r}) = \phi_{0g}^0(\vec{r})$  (respectivement du flux adjoint scalaire  $\phi_g^+(\vec{r}) = \phi_{0g}^{0+}(\vec{r})$ ), et en considérant que le produit  $\phi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})$  est prépondérant sur tous les produits  $\phi_l^{m+}(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r})$ , on peut écrire la règle de condensation pour la section totale suivante :

$$\Sigma_{tG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} \Sigma_{tg}(\vec{r}) \phi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \subset G} \phi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}$$

Toujours par orthogonalité des harmoniques sphériques :

$$\int_{4\pi} \int_{4\pi} \Sigma_{s g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' d^2\Omega = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \Sigma_{s,l g' \rightarrow g}(\vec{r}) \sum_{m=-l}^l \phi_l^{m+}(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r})$$

$(d\rho)_{s,G}$  s'annule alors pour :

$$\Sigma_{s,l G' \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} \sum_{g' \subset G'} \Sigma_{s,l g' \rightarrow g}(\vec{r}) \sum_{m=-l}^l \phi_l^{m+}(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r})}{\sum_{m=-l}^l \left( \sum_{g \subset G} \frac{\Delta u_g}{\Delta u_G} \phi_l^{m+}(\vec{r}) \sum_{g' \subset G'} \phi_l^m(\vec{r}) \right)}$$

On peut récapituler les règles de condensation suivantes :

$\Sigma_{tG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} \Sigma_{t g}(\vec{r}) \phi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \subset G} \phi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}$	$\Sigma_{s,l G' \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} \sum_{g' \subset G'} \Sigma_{s,l g' \rightarrow g}(\vec{r}) \sum_{m=-l}^l \phi_l^{m+}(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r})}{\sum_{m=-l}^l \left( \sum_{g \subset G} \frac{\Delta u_g}{\Delta u_G} \phi_l^{m+}(\vec{r}) \sum_{g' \subset G'} \phi_l^m(\vec{r}) \right)}$
$\chi_G(\vec{r}) = \sum_{g \subset G} \chi_g(\vec{r})$	$v\sigma_{f G'}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \subset G'} v\sigma_{f g'}(\vec{r}) \phi_{g'}(\vec{r})}{\sum_{g' \subset G'} \phi_{g'}(\vec{r})}$

Les sections microscopiques sont condensées de façon identique.

Une méthode de condensation comparable a été confrontée avec la méthode de condensation par flux scalaire dans [LITTLE]. Les résultats montrent une amélioration des calculs des effets en réactivité des perturbations (vidange sodium par exemple), mais une nette dégradation des grandeurs globales (réactivité, flux et taux de réactions).

D'autre part, on est placé ici dans le cadre de la théorie standard des perturbations développée au premier ordre. Lever cette approximation et traiter les perturbations de manière exacte nécessite d'effectuer des itérations : le flux employé dans les méthodes de condensation est alors le flux perturbé, obtenu par résolution de l'équation du transport avec les sections constantes sur les groupes larges. Le risque de générer des sections incohérentes rendant impossible le calcul de la situation perturbée est présent.

## 2) Méthode de condensation généralisée

En utilisant la méthode généralisée des perturbations, on cherche alors à assurer la conservation de ratio de taux de réactions, d'effets en réactivité (vidange sodium par exemple), ou de n'importe quelle autre grandeur<sup>1</sup>. Dans le cadre de notre problème, on procèdera comme précédemment : on considèrera la condensation des sections comme une perturbation, et on déduira la formulation des sections condensées permettant d'annuler la variation de la grandeur d'intérêt.

<sup>1</sup> Se comportant comme une fonction homogène de degré nul

La méthode étant plutôt générale, on peut l'utiliser sur un cas particulier : la conservation d'un ratio de taux de réactions.

On cherche donc à conserver le ratio taux de capture du noyau A sur taux de fission du noyau B :

$$R = \frac{T_{capt,A}}{T_{fiss,B}} = \frac{\langle \Sigma_{c,A} \phi \rangle}{\langle \Sigma_{f,B} \phi \rangle}, \text{ avec } \langle X \rangle = \langle \omega, X \rangle \text{ où } \omega \text{ est la fonction unité}$$

D'après la méthode des perturbations, on écrit, avec la fonction d'importance adjointe  $\Psi^+$  définie comme fixe :

$$\ln(R) = \ln\left(\frac{\langle \Sigma_{c,A} \phi \rangle}{\langle \Sigma_{f,B} \phi \rangle}\right) - \left\langle \Psi^+, \left(\mathbf{A} - \frac{\mathbf{F}}{k}\right) \phi \right\rangle$$

On différencie :

$$\frac{dR}{R} = \frac{\langle d\Sigma_{c,A} \phi \rangle + \langle \Sigma_{c,A} d\phi \rangle}{\langle \Sigma_{c,A} \phi \rangle} - \frac{\langle d\Sigma_{f,B} \phi \rangle + \langle \Sigma_{f,B} d\phi \rangle}{\langle \Sigma_{f,B} \phi \rangle} - \left\langle \Psi^+, \left(\mathbf{A} - \frac{\mathbf{F}}{k}\right) d\phi \right\rangle - \left\langle \Psi^+, \left(d\mathbf{A} - \frac{d\mathbf{F}}{k}\right) \phi \right\rangle - \frac{dk}{k^2} \langle \Psi^+, \mathbf{F} \phi \rangle$$

On pose a et b :  $a = \langle \Sigma_{c,A} \phi \rangle$ ,  $b = \langle \Sigma_{f,B} \phi \rangle$

On rassemble alors les termes de même nature :

$$\frac{dR}{R} = \frac{\langle d\Sigma_{c,A} \phi \rangle}{a} - \frac{\langle d\Sigma_{f,B} \phi \rangle}{b} - \left\langle \Psi^+, \left(d\mathbf{A} - \frac{d\mathbf{F}}{k}\right) \phi \right\rangle - \left\langle \left(\mathbf{A}^+ - \frac{\mathbf{F}^+}{k}\right) \Psi^+ - \frac{\Sigma_{c,A} \mathbf{v}}{a} + \frac{\Sigma_{f,B} \mathbf{v}}{b}, d\phi \right\rangle - \frac{dk}{k^2} \langle \Psi^+, \mathbf{F} \phi \rangle$$

Afin d'éliminer les termes inconnus ( $d\phi$  et  $dk$ ), on choisit de décomposer  $\Psi^+$  ainsi :

$$\Psi^+ = \Psi_0^+ - \lambda \phi^+$$

$$\left\langle \left(\mathbf{A}^+ - \frac{\mathbf{F}^+}{k}\right) \Psi^+ - \frac{\Sigma_{c,A} \mathbf{v}}{a} + \frac{\Sigma_{f,B} \mathbf{v}}{b}, d\phi \right\rangle = 0 \Leftrightarrow \left\langle \left(\mathbf{A}^+ - \frac{\mathbf{F}^+}{k}\right) \Psi_0^+ - \frac{\Sigma_{c,A} \mathbf{v}}{a} + \frac{\Sigma_{f,B} \mathbf{v}}{b}, d\phi \right\rangle = 0$$

Qui permet de définir  $\Psi_0^+$  par la résolution<sup>1</sup> de :  $\left(\mathbf{A}^+ - \frac{\mathbf{F}^+}{k}\right) \Psi_0^+ = \frac{\Sigma_{c,A} \mathbf{v}}{a} - \frac{\Sigma_{f,B} \mathbf{v}}{b}$

Afin d'annuler  $\langle \Psi^+, \mathbf{F} \phi \rangle$ , on définit :  $\lambda = \frac{\langle \Psi_0^+, \mathbf{F} \phi \rangle}{\langle \phi^+, \mathbf{F} \phi \rangle}$

On obtient alors :

$$\frac{dR}{R} = \frac{\langle d\Sigma_{c,A} \phi \rangle}{a} - \frac{\langle d\Sigma_{f,B} \phi \rangle}{b} - \left\langle \Psi^+, \left(d\mathbf{A} - \frac{d\mathbf{F}}{k}\right) \phi \right\rangle$$

On remarque que le troisième terme est finalement identique à la relation apparue avec la théorie standard des perturbations à ceci près que  $\Psi^+$  remplace  $\phi^+$ . On établit donc les relations de condensation d'une manière similaire.

On commence par exprimer la perturbation correspondant à la condensation des sections efficaces :

$$\begin{aligned} d\Sigma_{c,A} &= \Sigma_{c,A,G}(\vec{r}) - \Sigma_{c,A,g}(\vec{r}) \\ d\Sigma_{f,B} &= \Sigma_{f,B,G}(\vec{r}) - \Sigma_{f,B,g}(\vec{r}) \end{aligned}$$

<sup>1</sup> C'est un problème à source qui peut se résoudre par itérations : [TOMMASI3]

Ainsi, pour tous les noyaux X, excepté A et B, on peut définir les sections microscopiques condensées :

$\sigma_{tG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} \sigma_{tg}(\vec{r}) \Psi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \subset G} \Psi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}$	$\sigma_{s,lG' \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} \sum_{g' \subset G'} \sigma_{s,lg' \rightarrow g}(\vec{r}) \sum_{m=-l}^l \Psi_l^{m+}(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r})}{\sum_{m=-l}^l \left( \sum_{g \subset G} \frac{\Delta u_g}{\Delta u_G} \Psi_l^{m+}(\vec{r}) \sum_{g' \subset G'} \phi_l^m(\vec{r}) \right)}$
$\chi_G(\vec{r}) = \sum_{g \subset G} \chi_g(\vec{r})$	$v\sigma_{fG'}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \subset G'} v\sigma_{fg'}(\vec{r}) \phi_{g'}(\vec{r})}{\sum_{g' \subset G'} \phi_{g'}(\vec{r})}$

Pour A et B, des relations particulières prennent en compte les effets sur le ratio R :

$$0 = \int_{4\pi} (\sigma_{c,A,G}(\vec{r}) - \sigma_{c,A,g}(\vec{r})) \frac{\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}{a} d^2\Omega - \int_{4\pi} (\sigma_{t,A,G}(\vec{r}) - \sigma_{t,A,g}(\vec{r})) \times \Psi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega$$

Que l'on peut décomposer ainsi :

$$0 = \int_{4\pi} (\sigma_{c,A,G}(\vec{r}) - \sigma_{c,A,g}(\vec{r})) \left( \frac{\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}{a} - \Psi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \right) d^2\Omega$$

$$0 = \int_{4\pi} ((\sigma_{t,A,G}(\vec{r}) - \sigma_{c,A,G}(\vec{r})) - (\sigma_{t,A,g}(\vec{r}) - \sigma_{c,A,g}(\vec{r}))) \times \Psi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega$$

$(\sigma_{t,A,G}(\vec{r}) - \sigma_{c,A,G}(\vec{r}))$  est donc soumis aux règles de mises en groupes et de condensation précédemment définie pour les sections totales.

Les règles particulières pour A sont donc :

$$\sigma_{c,AG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} \sigma_{c,Ag}(\vec{r}) \left( \frac{\phi_g(\vec{r})}{a} - \Psi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) \right)}{\sum_{g \subset G} \frac{\phi_g(\vec{r})}{a} - \Psi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}$$

$$\sigma_{t,AG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} (\sigma_{t,Ag}(\vec{r}) - \sigma_{c,AG}(\vec{r})) \Psi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \subset G} \Psi_g^+(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})} + \sigma_{c,AG}(\vec{r})$$

De manière analogue, on exprime les règles particulières pour B :

$$v\sigma_{f,BG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} v\sigma_{f,Bg}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \subset G} \phi_g(\vec{r})}$$

## IV. Les méthodes de condensation conservatives

Il est possible de générer des sections condensées assurant la conservation de toutes les grandeurs intégrées sur les groupes larges, mais ces sections adoptent un comportement angulaire non conventionnel.

### 1) Condensation par flux angulaire

#### a) Théorie

Il convient dans un premier temps de considérer l'expression de la formulation multigroupe de l'équation du transport : la mise en groupe des sections efficaces est équivalente au processus de condensation.

L'équation du transport sous sa forme ponctuelle intégro-différentielle dans le cadre d'une expansion de la section de diffusion sur la base des polynômes de Legendre est la suivante:

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{sl}(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi_l^m(\vec{r}, E') R_l^m(\vec{\Omega}) dE' + \frac{\chi(\vec{r}, E)}{4\pi k_{eff}} Q_{f\ tot}(\vec{r})$$

$$\text{avec } Q_{f\ tot}(\vec{r}) = \int \int_{4\pi\infty} v \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') d^2\Omega' dE'$$

Où  $\phi_l^m(\vec{r}, E)$  est le moment (l,m) du flux angulaire projeté sur la bases des harmoniques sphériques réelles :  $R_l^m(\vec{\Omega})$

On l'intègre sur un groupe  $g=[E_{g,min}, E_{g,max}]$ . Pour chaque terme on obtient :

- Entrées-sorties :  $\int_g \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE = \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \int_g \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE$
- Collisions :  $\int_g \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE$
- Diffusions de moment angulaire (l,m) :  $\sum_{g'} \int_{g'} dE' \int_g dE \Sigma_{sl}(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi_l^m(\vec{r}, E')$
- Productions :  $\int_g \frac{\chi(\vec{r}, E)}{4\pi k_{eff}} Q_{f\ tot}(\vec{r}) dE = \frac{Q_{f\ tot}(\vec{r})}{4\pi k_{eff}} \int_g \chi(\vec{r}, E) dE$

On peut donc définir les règles de mise en groupes suivantes :

$\Sigma_{t,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{\int_g \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE}{\int_g \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE}$	$\Sigma_{sl, g' \rightarrow g}^m(\vec{r}) = \frac{\int_g dE \int_{g'} dE' \Sigma_{sl}(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi_l^m(\vec{r}, E')}{\int_{g'} \phi_l^m(\vec{r}, E') dE'}$
$\chi_g(\vec{r}) = \int_g \chi(\vec{r}, E) dE$	$v\Sigma_{f,g}(\vec{r}) = \frac{\int_g v\Sigma_f(\vec{r}, E) \phi_0^0(\vec{r}, E) dE}{\int_g \phi_0^0(\vec{r}, E) dE}$

Ces grandeurs permettent d'écrire l'équation aux valeurs propres d'inconnue  $\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$  :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g'} \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{sl, g' \rightarrow g}^m(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega}) + \frac{\chi_g(\vec{r})}{4\pi k_{eff}} Q_{ftot}(\vec{r})$$

On reconnaît alors l'équation ponctuelle intégrée sur le groupe g, et on en déduit que  $\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_g \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE$  et  $\overline{k_{eff}} = k_{eff}$  sont solutions.

Ces règles de mise en groupe permettent donc une conservation de toutes les grandeurs de l'équation du transport.

Une différence remarquable est la dépendance angulaire de la section totale condensée, ainsi que la forme non conventionnelle de la section de diffusion.

Une méthode de condensation exacte des groupes  $\{g, g+1, \dots, g+n\}$  vers G découle des règles de mise en groupes définies précédemment. On considère que les sections en groupes fins sont constantes d'un point de vue angulaire : cette approximation est tout à fait correcte si les groupes sont suffisamment fins.

En appliquant  $\int_{g \cup g+1 \cup \dots \cup g+n} X dE = \int_g X dE + \int_{g+1} X dE + \dots + \int_{g+n} X dE$ , on obtient directement :

$\Sigma_{t,G}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}$	$\Sigma_{sl, G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{sl, g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r})}{\sum_{g' \in G'} \phi_l^m(\vec{r})}$
$\chi_G(\vec{r}) = \sum_{g \in G} \chi_g(\vec{r})$	$v\Sigma_{f, G'}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \in G'} v\Sigma_{f, g'}(\vec{r}) \phi_0^0(\vec{r})}{\sum_{g' \in G'} \phi_0^0(\vec{r})}$

b) Cas particulier à une dimension

Dans le cas d'une géométrie unidimensionnelle, d'axe  $\vec{x}$ , la symétrie permet de simplifier la dépendance angulaire à la simple déviation  $\mu = \vec{x} \cdot \vec{\Omega}$ . Dans le terme de source de diffusion, le flux est alors projeté sur la base des polynômes de Legendre :  $\phi_{l,g}(x)$

La règle de condensation pour la section de diffusion est alors :

$$\Sigma_{s|G' \rightarrow gG}(x) = \frac{\sum_{g' \subset G'} \sum_{g \subset G} \Sigma_{s|g' \rightarrow g}(x) \phi_{l,g'}(x)}{\sum_{g' \subset G'} \phi_{l,g'}(x)}$$

Cette section conserve alors une forme conventionnelle.

La condensation de la section totale est :

$$\Sigma_{t,G}(x, \mu) = \frac{\sum_{g \subset G} \Sigma_{t,g}(x) \phi_g(x, \mu)}{\sum_{g \subset G} \phi_g(x, \mu)}$$

c) Illustration pratique de l'anisotropie du spectre du flux

Afin d'illustrer l'intérêt d'une forme anisotrope de la section totale, on observe la dépendance angulaire du spectre du flux sur un cas simple<sup>1</sup> : le cas d'un cœur à une dimension disposant d'un réflecteur acier, de caractéristiques identiques à celui présenté dans la **partie I** au paragraphe **E.I**. La géométrie représente une plaque infinie de combustible d'une épaisseur de 100cm enserrée entre deux plaques de 50cm de réflecteur. Les milieux sont homogènes, et les compositions sont rappelées dans la Figure 42.

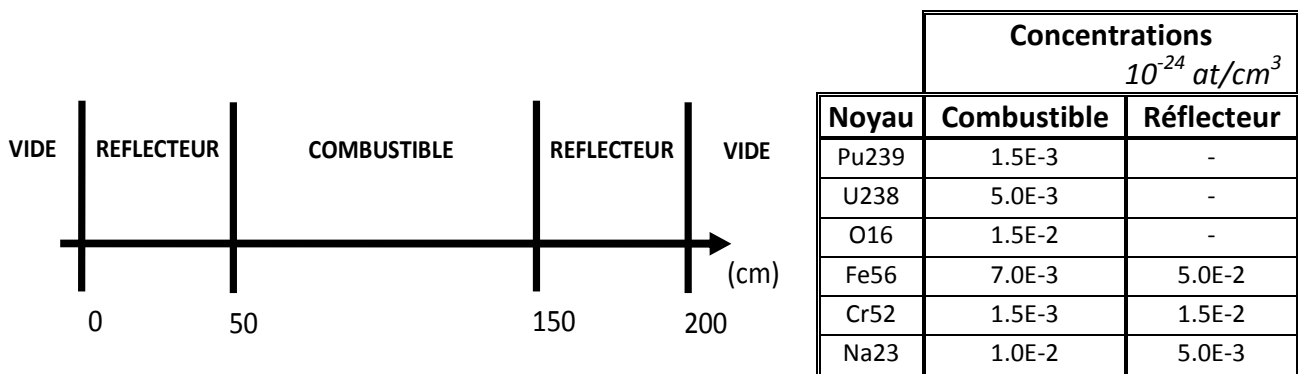


Figure 63 : Illustration du cœur simplifié avec réflecteur acier

Le calcul est effectué à 33 groupes à l'aide du solveur de flux aux ordonnées discrètes SNATCH<sup>2</sup>. On utilise les sections multigroupes à dilution infinie contenues dans les bibliothèques d'application d'ERANOS.

<sup>1</sup> Une telle dépendance a été aussi observée sur le cas d'un cœur thermique dans [TAKEDA]

<sup>2</sup> [GASTALDO]



Afin de caractériser l'anisotropie du spectre du flux, on calcule les sections de réactions condensées à 1 groupe suivantes dépendantes de l'angle de déviation  $\mu$  :

$$\sigma_{fiss}^{Pu\ 239}(x, \mu), \sigma_{capt}^{U\ 238}(x, \mu), \sigma_{fiss}^{U\ 238}(x, \mu), \sigma_{capt}^{B10}(x, \mu)$$

$$\text{Avec pour la réaction } R, \sigma_R(x, \mu) = \frac{\sum_g \sigma_{g,R}(x) \phi_g(x, \mu)}{\sum_g \phi_g(x, \mu)}$$

Les Figure 64 à Figure 75 sont des représentations en coordonnées polaires,  $\sigma_R(\theta) = \sigma_R(\cos(\theta))$

• pour  $x=100\text{cm}$

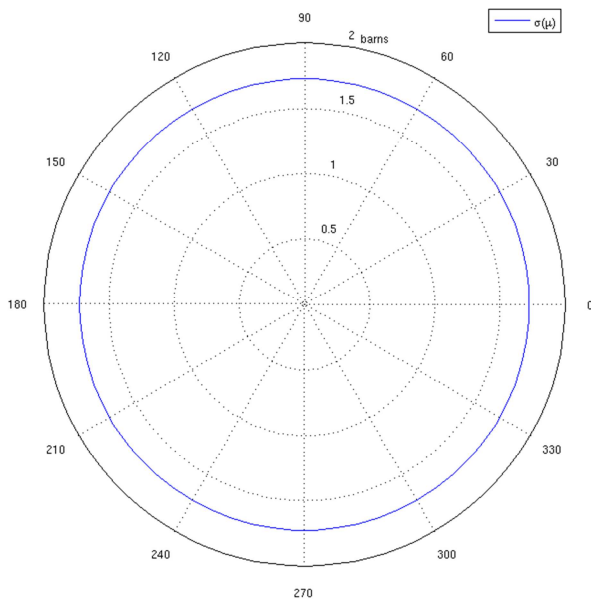


Figure 64 :  $\sigma_{fiss}^{Pu\ 239}(\mu)$  à  $x = 100\text{cm}$

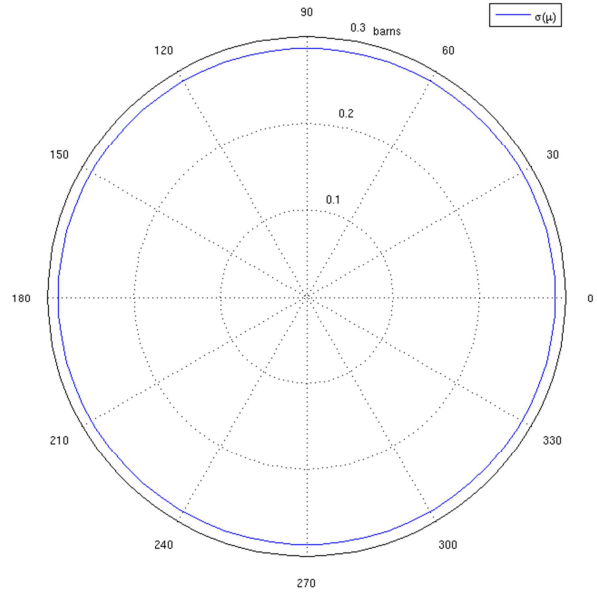


Figure 65 :  $\sigma_{capt}^{U\ 238}(\mu)$  à  $x = 100\text{cm}$

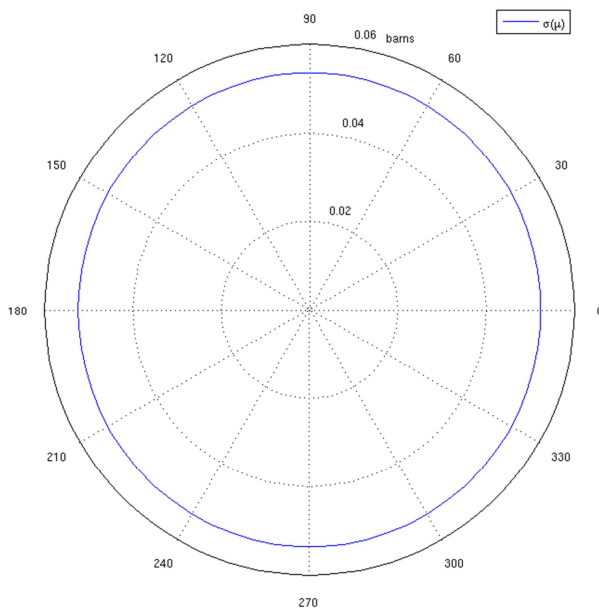


Figure 66 :  $\sigma_{fiss}^{U\ 238}(\mu)$  à  $x = 100\text{cm}$

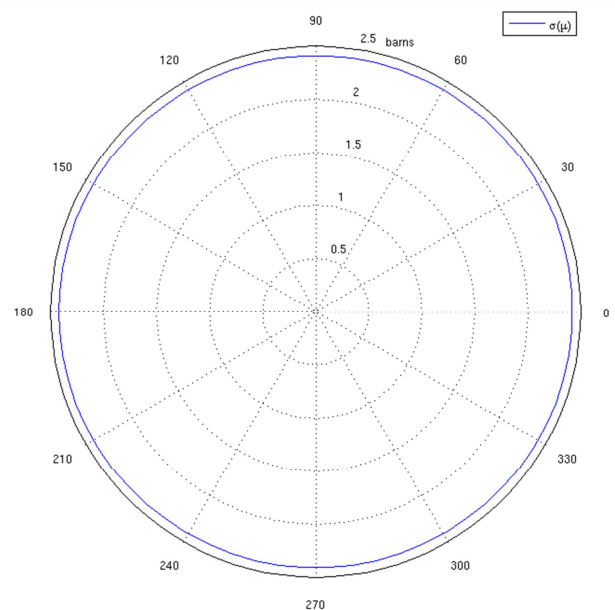


Figure 67 :  $\sigma_{capt}^{B10}(\mu)$  à  $x = 100\text{cm}$

Au centre du cœur, le flux peut être considéré comme tout à fait isotrope : son spectre est alors invariant en  $\mu$ .

• pour  $x=150\text{cm}$

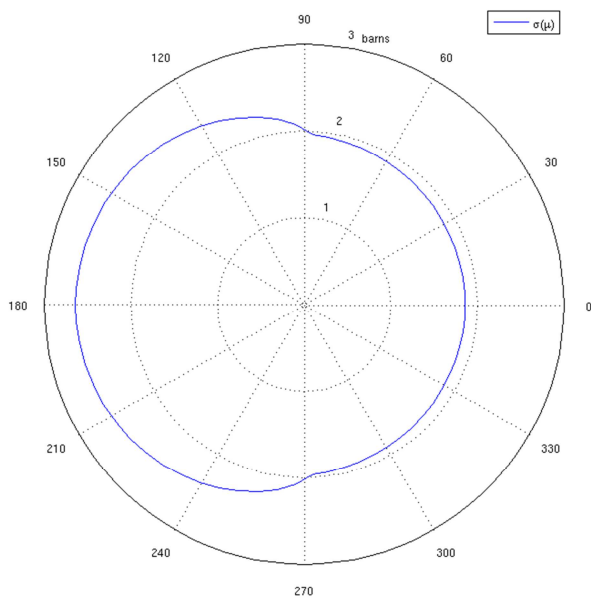


Figure 68 :  $\sigma_{fiss}^{Pu\ 239}(\mu)$  à  $x = 150\text{cm}$

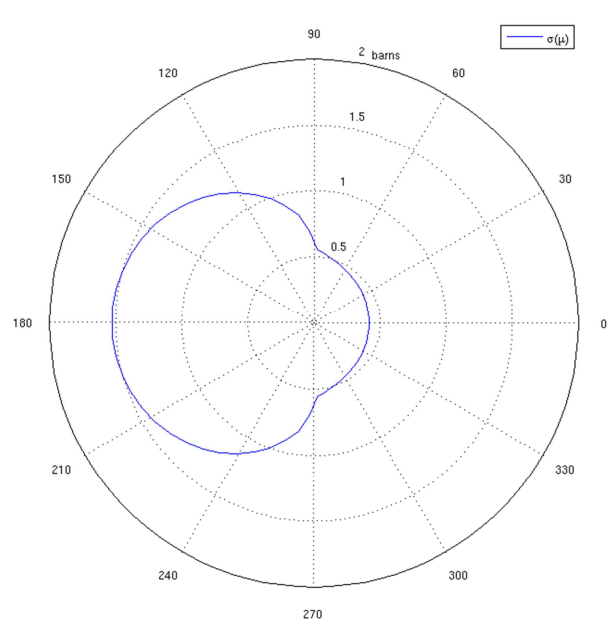


Figure 69 :  $\sigma_{capt}^{U\ 238}(\mu)$  à  $x = 150\text{cm}$

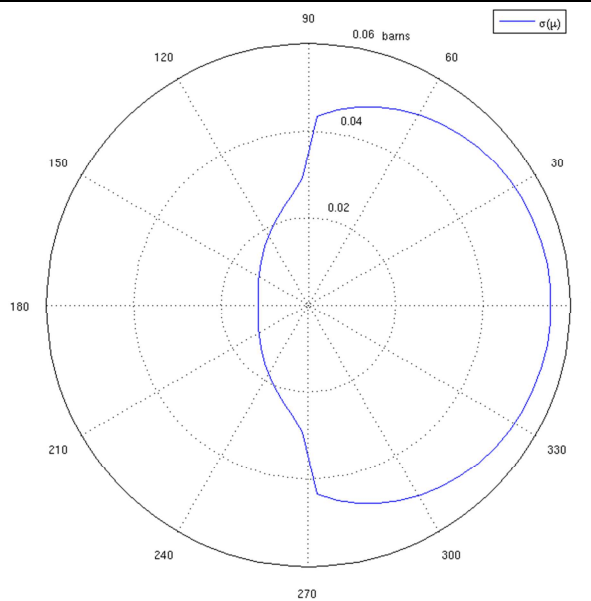


Figure 70 :  $\sigma_{capt}^{U\ 238}(\mu)$  à  $x = 150\text{cm}$

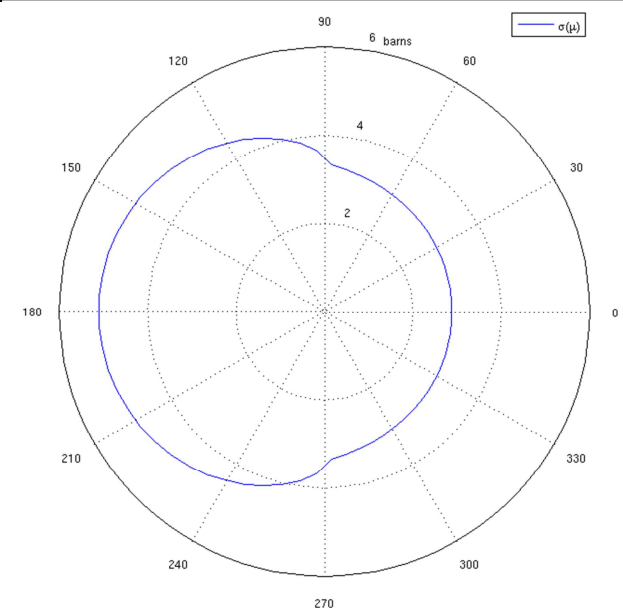


Figure 71 :  $\sigma_{capt}^{B10}(\mu)$  à  $x = 150\text{cm}$

Au niveau de l'interface combustible-réflecteur, le flux est évidemment anisotrope. Les répercussions de cette anisotropie sur le spectre sont considérables. Les indicateurs thermiques (les sections de capture de l'Uranium 238 et du Bore 10) sont plus de deux fois plus importants pour les neutrons dirigés vers le combustible que pour ceux dirigés vers le réflecteur. L'indicateur rapide (la section de fission de l'Uranium 238) est quant à lui cinq fois plus important dans la direction du réflecteur que dans la direction opposée.

Ce comportement s'explique simplement : à l'interface, les neutrons venant du réflecteur ont été nettement ralentis par le milieu.

• pour  $x=200\text{cm}$

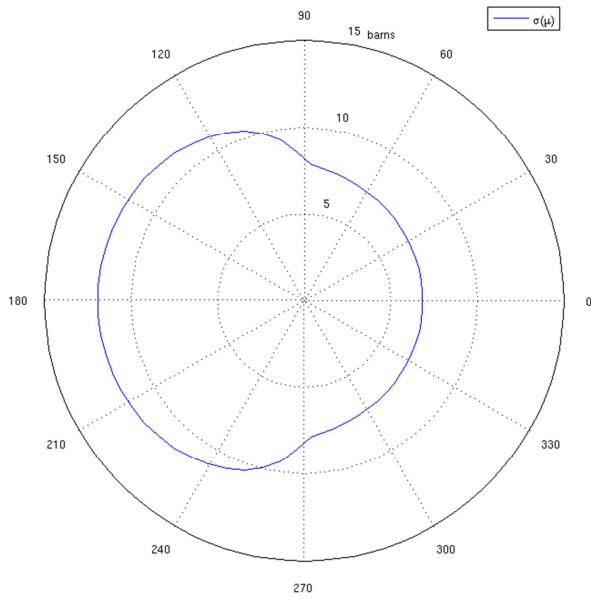


Figure 72 :  $\sigma_{fiss}^{Pu239}(\mu)$  à  $x = 200\text{cm}$

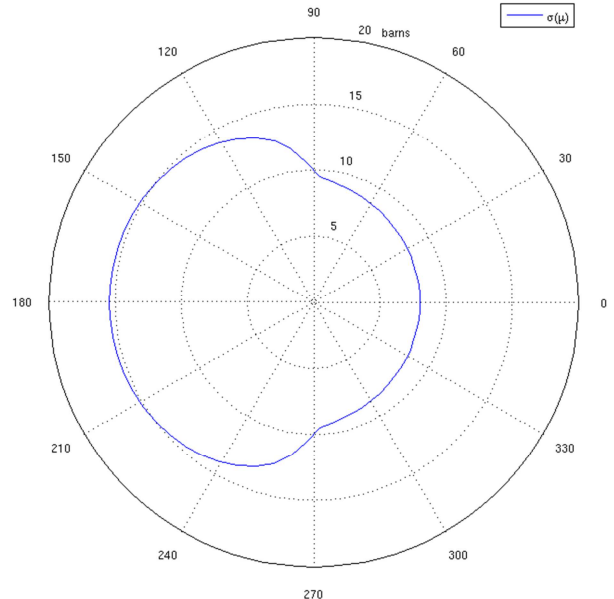


Figure 73 :  $\sigma_{capt}^{U238}(\mu)$  à  $x = 200\text{cm}$

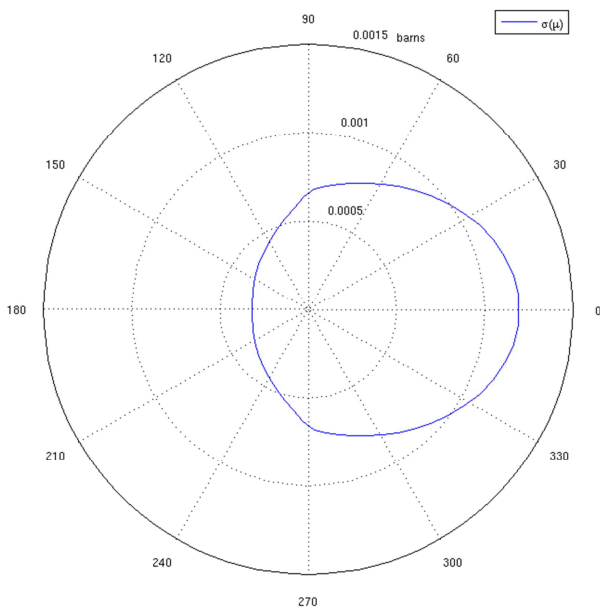


Figure 74 :  $\sigma_{fiss}^{U238}(\mu)$  à  $x = 200\text{cm}$

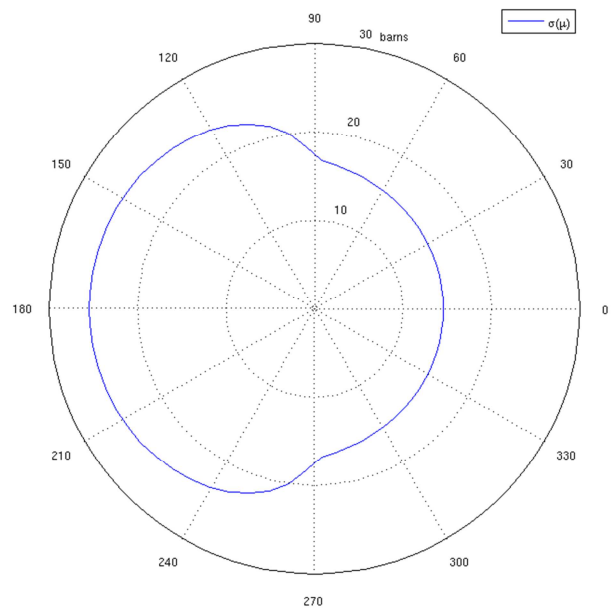


Figure 75 :  $\sigma_{capt}^{B10}(\mu)$  à  $x = 200\text{cm}$

En périphérie du réflecteur, l'anisotropie du spectre est encore plus prononcée pour la partie rapide du spectre.

De manière générale, il faut retenir que si on souhaite effectuer une condensation strictement conservative, il faut parvenir à représenter le phénomène d'anisotropie qui apparaît sur la section totale à certains endroits du cœur.

On peut toutefois remarquer qu'une section totale anisotrope n'est pas simple d'usage dans le cas de la modélisation d'un cœur entier. En effet, la représentativité d'une telle section est valable lorsqu'elle « voit » un flux angulaire semblable à celui qui a été utilisé lors de la condensation. Si la phase réseau est géométriquement simplifiée (à une dimension par exemple), il s'agit alors d'effectuer des rotations de cette section afin d'assurer une certaine cohérence.

## 2) Condensation par moments du flux

Il est possible de proposer une méthode plus simple d'usage.

### a) Théorie

En considérant le flux projeté sur la base des harmoniques sphériques réelles, le terme de taux de collisions de l'équation du transport intégral-différentielle intégré sur le groupe g s'écrit :

$$\int_g \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) dE = \int_g \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi_l^m(\vec{r}, E) R_l^m(\vec{\Omega}) dE$$

Il est alors possible de conserver strictement le terme de collision en définissant la règle de condensation :

$$\Sigma_{t, G}^m(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t, g}(\vec{r}) \phi_{l, g}^m(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_{l, g}^m(\vec{r})}$$

Une telle section totale ne correspond pas à une probabilité de collision traditionnelle, elle conduit à un terme de collision non conventionnel dans l'équation du transport en groupes larges:

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{t, G}^m(\vec{r}) \phi_{l, G}^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega}) = \sum_{G'} \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{s, G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) \phi_{l, G'}^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega}) + \frac{\chi_G(\vec{r})}{4\pi k_{eff}} Q_{f, tot}(\vec{r})$$

Il est possible de rendre la section totale conventionnelle en reportant ses moments de degré non nuls dans les moments de la section de diffusion intra-groupe. En effet, le terme de collision et de diffusion intragroupe de l'équation du transport en groupes larges s'écrivent alors :

$$T_{collision, G}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{t, G}^m(\vec{r}) \phi_{l, G}^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega})$$

$$T_{diffusion, G \rightarrow G}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{s, G \rightarrow G}^m(\vec{r}) \phi_{l, G}^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega})$$

Afin de proposer un terme de collision conventionnel tout en conservant l'équilibre de ces deux termes, on définit  $\Sigma_{t,G}(\vec{r})$  et  $\Sigma_{sl,G \rightarrow G}^{m*}(\vec{r})$  tel que :

$$T_{collision\ G}^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) - T_{diffusion\ G \rightarrow G}^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) = T_{collision\ G}(\vec{r}, \vec{\Omega}) - T_{diffusion\ G \rightarrow G}(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

Avec :

$$T_{collision\ G}^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \Sigma_{t,G}(\vec{r}) \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \Sigma_{t,G}(\vec{r}) \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \phi_l^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega})$$

$$T_{diffusion\ G \rightarrow G}^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{sl,G \rightarrow G}^{m*}(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega})$$

On reconnait alors une relation entre les sections efficaces :

$$\Sigma_{sl\ G \rightarrow G}^{m*}(\vec{r}) = \Sigma_{sl\ G \rightarrow G}^m + \Sigma_{t,G}(\vec{r}) - \Sigma_{tl\ G}^m(\vec{r})$$

En choisissant  $\Sigma_{t,G}(\vec{r}) = \Sigma_{t0G}^0(\vec{r})$ , les règles de condensation sont donc :

$\Sigma_{t,G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_{0g}^0(\vec{r})}{\sum_{g \subset G} \phi_{0g}^0(\vec{r})}$	$\Sigma_{sl\ G \rightarrow G}^m(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \subset G'} \sum_{g \subset G} \Sigma_{sl\ g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r})}{\sum_{g' \subset G'} \phi_l^m(\vec{r})} + \delta_{G,G'} (\Sigma_{t,G}(\vec{r}) - \Sigma_{tl\ G}^m(\vec{r}))$
$\chi_G(\vec{r}) = \sum_{g \subset G} \chi_g(\vec{r})$	$v \Sigma_{f\ G'}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \subset G'} v \Sigma_{f\ g'}(\vec{r}) \phi_{0g'}^0(\vec{r})}{\sum_{g' \subset G'} \phi_{0g'}^0(\vec{r})}$

On remarque alors que deux particularités sont à prendre en compte par rapport à l'équation multigroupe standard :

- l'ordre de projection du flux sur la base des harmoniques sphériques ne doit pas être conditionné par l'ordre des sections de diffusion, mais doit permettre une bonne représentation de l'anisotropie spectrale du flux
- la section de diffusion n'est pas conventionnelle, la source de diffusion est calculée de manière légèrement différente :

$$Q_{diffusion}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g'} \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{sl,g' \rightarrow g}^m(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega})$$

#### b) Cas particulier à une dimension

Dans le cas d'une géométrie unidimensionnelle, d'axe  $\vec{x}$ , la symétrie permet de simplifier la dépendance angulaire à la simple déviation  $\mu = \vec{x} \cdot \vec{\Omega}$ . Le flux est alors décomposé sur la base des polynômes de Legendre et les sections condensées prennent alors une forme conventionnelle :

$$\Sigma_{tl\ G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \subset G} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_l(\vec{r})}{\sum_{g \subset G} \phi_l(\vec{r})}$$

Il est alors possible de choisir, par exemple, une pondération de la totale par un degré L quelconque du flux. On obtient les règles de condensation suivantes :

$\Sigma_{t,G}(\vec{r}) = \Sigma_{tLG}(\vec{r})$	$\Sigma_{sLG \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \subset G'} \sum_{g \subset G} \Sigma_{sLg' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{Lg'}(\vec{r})}{\sum_{g' \subset G'} \phi_{Lg'}(\vec{r})} + \delta_{G,G'} (\Sigma_{t,G}(\vec{r}) - \Sigma_{tLG}(\vec{r}))$
$\chi_G(\vec{r}) = \sum_{g \subset G} \chi_g(\vec{r})$	$v\Sigma_{fG'}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \subset G'} v\Sigma_{fg'}(\vec{r}) \phi_{0g'}(\vec{r})}{\sum_{g' \subset G'} \phi_{0g'}(\vec{r})}$

En choisissant L=1, on retrouve alors la méthode de condensation spécifiée pour le code ECCO (paragraphe A.II.2).

### 3) Production de sections conventionnelles

Les phases réseau et les phases cœur sont généralement découplées : il est appréciable de pouvoir utiliser un solveur de cœur indépendant de la méthode de condensation employée. Ainsi, la production de sections conventionnelles (traitant la section totale lorsque celle-ci est anisotrope, et traitant la section de diffusion lorsque celle-ci dépend de l'ordre azimutal) est une étape de grand intérêt pratique.

#### a) Méthode perturbative de correction de la section totale anisotrope

Afin de rendre isotrope la section totale obtenue par les règles de condensation par le flux angulaire ( voir le paragraphe A.IV.1.a ), on traite cette étape comme une perturbation. Les notations sont reprises du paragraphe A.III.

Le terme de perturbation sur la section de collision sur le groupe G peut s'écrire :

$$d\Sigma_{tG}(\phi) = (\Sigma_{tG}(\vec{r}) - \Sigma_{tG}(\vec{r}, \vec{\Omega})) \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

L'effet en réactivité induit par cette perturbation s'écrit :

$$(d\rho)_{t,G} = K \int_V d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega (\Sigma_{tG}(\vec{r}) - \Sigma_{tG}(\vec{r}, \vec{\Omega})) \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

Ainsi, la définition de la section totale suivante assure la conservation de la réactivité :

$$\Sigma_{tG}(\vec{r}) = \frac{\int \Sigma_{tG}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega}{\int_{4\pi} \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega}$$

Il est important de remarquer ici que le terme de flux  $\phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega})$  correspond au flux solution de l'équation du transport avec l'opérateur perturbé : il s'agit donc d'une méthode itérative. Il est aussi possible de se placer dans le cadre de la théorie des perturbations développée au premier ordre : le flux perturbé est considéré peu différent du flux de référence :  $\phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega})$  et  $\Sigma_{tG}(\vec{r})$  est donc calculé directement sans itération.

Les différentes étapes sont les suivantes :

- Calcul<sup>1</sup> du flux  $\phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega})$  et du flux adjoint  $\phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega})$  obtenu avec l'opérateur exact  $\Sigma_{tG}(\vec{r}, \vec{\Omega})$

- Initialisation

$$\Sigma_{tG}^{(0)}(\vec{r}) = \frac{\int \Sigma_{tG}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega}{\int_{4\pi} \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega}$$

- Itération (n) jusqu'à convergence du  $k_{eff}$  (hors approximation au premier ordre) :

- Calcul du flux  $\phi_G^{(n)}(\vec{r}, \vec{\Omega})$  obtenu avec l'opérateur perturbé  $\Sigma_{tG}^{(n-1)}(\vec{r}, \vec{\Omega})$
- Calcul de la section :

$$\Sigma_{tG}^{(n)}(\vec{r}) = \frac{\int \Sigma_{tG}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G^{(n)}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega}{\int_{4\pi} \phi_G^{(n)}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega}$$

b) Homogénéisation des ordres azimutaux des sections de diffusion

On propose une méthode simple basée sur une minimisation des moindres carrés. On considère ici l'erreur sur la source de diffusion de moments (l,m) de  $G' \rightarrow G$ , pour la direction  $\vec{\Omega}$  :

$$r_{l,m,G' \rightarrow G}(\vec{\Omega})^2 = \left[ \left( \Sigma_{sl,G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) - \Sigma_{sl,G' \rightarrow G}(\vec{r}) \right) \phi_{l,G'}^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega}) \right]^2$$

On définit alors l'erreur relative au degré l:

$$\begin{aligned} U_{l,G' \rightarrow G} &= \int \sum_{4\pi m=-l}^l r_{l,m,G' \rightarrow G}(\vec{\Omega})^2 d^2\Omega \\ U_{l,G' \rightarrow G} &= \int \sum_{4\pi m=-l}^l \left[ \left( \Sigma_{sl,G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) - \Sigma_{sl,G' \rightarrow G}(\vec{r}) \right) \phi_{l,G'}^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega}) \right]^2 d^2\Omega \\ U_{l,G' \rightarrow G} &= \sum_{m=-l}^l \left[ \left( \Sigma_{sl,G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) - \Sigma_{sl,G' \rightarrow G}(\vec{r}) \right) \phi_{l,G'}^m(\vec{r}) \right]^2 \int_{4\pi} R_l^m(\vec{\Omega})^2 d^2\Omega \\ U_{l,G' \rightarrow G} &= \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^l \left[ \left( \Sigma_{sl,G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) - \Sigma_{sl,G' \rightarrow G}(\vec{r}) \right) \phi_{l,G'}^m(\vec{r}) \right]^2 \end{aligned}$$

$$\phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

---

<sup>1</sup> Ces grandeurs se déduisent directement des calculs en groupes fins :

$$\phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g \in G} \phi_g^+(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

On cherche enfin à minimiser  $U_l$  :

$$\frac{\partial U_l}{\partial \Sigma_{s l, G' \rightarrow G}^m} = 0 \Rightarrow \sum_{m=-l}^l \left( \Sigma_{s l, G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) - \Sigma_{s l, G' \rightarrow G}(\vec{r}) \right) \phi_{l G'}^m(\vec{r})^2 = 0$$

Dans le cas du degré  $l=0$ , le choix est évident :  $\Sigma_{s 0, g' \rightarrow g}(\vec{r}) = \Sigma_{s 0, g' \rightarrow g}^0(\vec{r})$

Pour chacun des degrés  $l > 0$ , on obtient la règle :  $\Sigma_{s l, G' \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{m=-l}^l \Sigma_{s l, G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) \phi_{l G'}^m(\vec{r})^2}{\sum_{m=-l}^l \phi_{l G'}^m(\vec{r})^2}$



## V. Comparaisons de différentes méthodes

On cherche ici à comparer différentes méthodes de condensation, en particulier dans leur capacité à modéliser les spécificités des cœurs avec réflecteur acier. Pour cela, on s'intéresse à différents cas représentatifs de cœurs rapides pour lesquels on effectue une condensation de 33 groupes vers un découpage à 2 groupes<sup>1</sup>. Les données de sections efficaces utilisées sont les sections à dilution infinie issues des bibliothèques d'ECCO. Les calculs sont effectués par le code SNATCH.

### 1) Protocole

#### a) Grandeurs considérées

Pour chaque cas, on réalise un calcul de référence à 33 groupes duquel on tire les caractéristiques de référence. Pour chaque méthode de condensation proposée, on observe les écarts relatifs obtenus vis-à-vis de ces caractéristiques. Les grandeurs considérées sont :

- le coefficient de multiplication effectif  $k_{eff}$
- le flux<sup>2</sup> et le courant à 1 groupe intégrés sur les différents milieux  $\{M\}$  :

$$\phi_M = \int \sum_g \phi_g(\vec{r}) d^3r \quad \text{et} \quad J_M = \int \sum_g \phi_{1g}(\vec{r}) d^3r \quad \text{en 1D}$$

$$J_M = \int \sqrt{\left( \sum_g \phi_{1g}^{-1}(\vec{r}) \right)^2 + \left( \sum_g \phi_{1g}^1(\vec{r}) \right)^2} d^3r \quad \text{en 2D}$$

- les sections à 1 groupe moyennes<sup>3</sup> sur les différents milieux  $\{M\}$  :

$$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}, \sigma_{U\ 238\ M}^{capt}, \sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}, \sigma_{B10\ M}^{capt}, \text{ avec pour la réaction } R \quad \sigma_{RM} = \frac{\int \sum_g \sigma_{g,R}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) d^3r}{\int \sum_g \phi_g(\vec{r}) d^3r}$$

Pour mettre en valeur les écarts observés, on les surligne de différentes couleurs :

$k_{eff}$		écart	≤	80 pcm
	80 pcm	<	écart	≤ 240 pcm
	240 pcm	<	écart	
$\phi_M$ ou $J_M$		écart	≤	0.5%
	0.5%	<	écart	≤ 2%
	2%	<	écart	
$\sigma_{RM}$		écart	≤	0.3%
	0.3%	<	écart	≤ 1%
	1%	<	écart	

<sup>1</sup> Les découpages énergétiques sont donnés dans l'Annexe A.1

<sup>2</sup> Le flux est systématiquement normalisé de telle sorte que  $\phi_{M1} + \phi_{M2} = 100$

<sup>3</sup> Dans le cas du calcul de référence à 33 groupes, les sections  $\sigma_{g,R}(\vec{r})$  sont issues de la bibliothèque 33 groupes d'ECCO. Dans le cas du calcul en groupes larges, les sections  $\sigma_{G,R}(\vec{r})$  sont obtenues par condensation par le flux scalaire : avec ECCO, on n'obtient qu'un jeu de sections microscopiques par milieu  $M$ .

b) Méthodes de condensation considérées

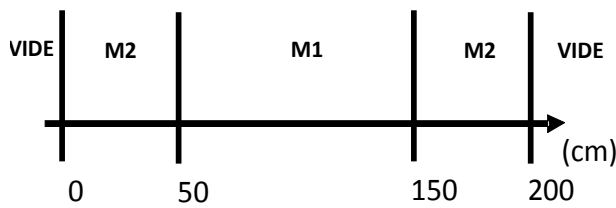
On rappelle que les condensations sont effectuées en dehors de toute problématique d'homogénéisation, elles sont opérées sur chaque maille spatiale. Les méthodes de condensation confrontées sont les suivantes :

Acronyme	Méthode	Règle
<b>F</b>	condensation par le flux scalaire <i>II.1).a)</i>	$\Sigma_{tG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r})} \quad \Sigma_{s,l,G' \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{g'}(\vec{r})}{\sum_{g' \in G'} \phi_{g'}(\vec{r})}$
<b>FC</b>	condensation par le flux et le courant (uniquement en 1D)	$\Sigma_{tG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r})} \quad \Sigma_{s,l,G' \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{l,g'}(\vec{r})}{\sum_{g' \in G'} \phi_{l,g'}(\vec{r})}$
<b>FA</b>	condensation par le flux angulaire <i>IV.1).a)</i>	$\Sigma_{t,G}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\sum_{g \in G} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})} \quad \Sigma_{s,l,G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{l,g'}^m(\vec{r})}{\sum_{g' \in G'} \phi_{l,g'}^m(\vec{r})}$
<b>MF</b>	condensation par les moments angulaires du flux <i>IV.2).a)</i>	$\Sigma_{tG}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_{0,g}^0(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi_{0,g}^0(\vec{r})}$ $\Sigma_{s,l,G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{l,g'}^m(\vec{r})}{\sum_{g' \in G'} \phi_{l,g'}^m(\vec{r})} + \delta_{G,G'} (\Sigma_{t,G}(\vec{r}) - \Sigma_{t,l,G}^m(\vec{r}))$
<b>PERT</b>	correction de la section totale par méthode des perturbations exacte <i>IV.3).a)</i>	$\Sigma_{t,G}(\vec{r}) = \frac{\int \Sigma_{t,G}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega}{\int \phi_G(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_G^+(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega}$
<b>MMC</b>	correction de la section de diffusion par la minimisation des moindres carrés (inutile en 1D) <i>IV.3).b)</i>	$\Sigma_{s,l,G' \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{m=-l}^l \Sigma_{s,l,G' \rightarrow G}^m(\vec{r}) \phi_{l,G'}^m(\vec{r})^2}{\sum_{m=-l}^l \phi_{l,G'}^m(\vec{r})^2}$
	Dans tous les cas, on définit :	$\chi_G(\vec{r}) = \sum_{g \in G} \chi_g(\vec{r}) \quad v_{\Sigma_{f,G'}}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \in G'} v_{\Sigma_{f,g'}}(\vec{r}) \phi_{0,g'}(\vec{r})}{\sum_{g' \in G'} \phi_{0,g'}(\vec{r})}$

Les méthodes **PERT** et **MMC** (en 2D) sont des corrections que l'on pourra combiner avec les méthodes **FA** et **MF**. Dans le cadre de la méthode **MF**, on introduit une approximation en limitant à l'ordre 3 l'expansion des sections de diffusion. D'autre part, afin de contrer les aberrations introduites par la condensation par des moments de flux numériquement petits, un système de correction automatique<sup>1</sup> est mis en place : il est une source importante d'approximation.

<sup>1</sup> Correction si  $\Sigma_{t,g}(\vec{r}, \mu) < \alpha \sum_{g'} \Sigma_{s,0,g \rightarrow g'}(\vec{r})$  ou  $\Sigma_{s,0,g \rightarrow g'}(\vec{r}) < \beta(2l+1) \Sigma_{s,l,g \rightarrow g'}(\vec{r})$ , avec  $\alpha$  et  $\beta$  ajustés aux cas par cas aux alentours de 1.

2) Cas 'cœur à une dimension'



En reprenant la géométrie illustrée par la Figure 42, on modélise un cœur à une dimension cartésienne. La plaque de combustible  $M1$  de longueur infinie et d'épaisseur de 100cm est bordée de plaques de 50cm de matériau  $M2$ , pouvant être du réflecteur (de composition décrite précédemment) ou bien une couverture fertile (contenant principalement de l'Uranium 238). Les compositions sont données en Annexe A.2

Les calculs de flux sont réalisés par une méthode aux différences finies et avec un ordre de quadrature élevé (supérieur ou égal à S16). Le maillage spatial est identique à celui présenté dans le paragraphe E.I.1).d) de la partie I.

On comparera aussi les méthodes de condensation codées au sein de la plateforme PARIS<sup>1</sup> avec les résultats obtenus dans le cadre d'une modélisation standard avec ERANOS (la phase réseau modélisant des cellules infinies avec laplacien ajusté au  $k_{eff}$  de référence pour la cellule de combustible et avec laplacien empirique pour la cellule de matériau  $M2$ ).

- Cas avec couverture fertile

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.48505

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
F	1160.2
FC	933.2
FA	-0.3
FA+PERT	-0.8
MF	-8.3
ERANOS	495.6

$M = \text{COMBUSTIBLE}$							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	80.68	2.11	1.734E+0	2.922E-1	5.298E-2	2.456E+0
Ecart Relatifs %	F	1.16	-6.44	0.01	0.10	-0.13	0.10
	FC	0.91	-5.27	0.01	0.11	-0.14	0.11
	FA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	FA+PERT	2.37	1.46	-0.03	-0.22	0.24	-0.22
	MF	-0.02	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00
	ERANOS	0.35	-3.09	0.35	-3.09	-0.43	-1.43

<sup>1</sup> La plateforme PARIS constitue l'environnement de développement de SNATCH, voir [GASTALDO]

<i>M = COUVERTURE FERTILE</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	19.32	1.72	1.929E+0	4.675E-1	2.143E-2	3.841E+0
Ecart Relatifs %	F	-4.85	-10.57	0.03	0.21	-0.05	0.21
	FC	-3.80	-8.84	0.01	0.13	0.01	0.13
	FA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00
	FA+PERT	-9.91	-10.88	-0.29	-1.02	2.42	-0.98
	MF	0.08	-0.01	0.00	-0.01	0.03	-0.01
	ERANOS	-1.45	-3.29	-1.45	-3.29	0.09	0.40

Il faut noter que les méthodes conservatives **FA** et **MF** sont les seules qui permettent d'assurer une excellente conservation de toutes les grandeurs caractéristiques des milieux *M*.

On constate aussi que la méthode de condensation par le flux scalaire **F** est la méthode la moins performante du point de vue de la réactivité : plus de 1100pcm d'écart avec la référence.

Le fait de prendre en compte avec **FC** les moments angulaire du flux dans la condensation de la section de diffusion permet d'améliorer légèrement les résultats mais les écarts observés restent conséquents : on en conclut que la condensation de la section totale par le flux scalaire est la source principale de biais.

La méthode de correction **PERT** permet d'assurer la conservation de la réactivité tout en produisant une section totale isotrope, néanmoins elle conduit à des erreurs sur le courant ainsi que sur la distribution et le spectre du flux bien plus importantes que la méthode **F** : on en conclut que la problématique de l'anisotropie de la section totale condensée ne doit pas être évitée.

Les écarts obtenus sur le flux et sur le courant permettent d'expliquer les écarts sur la réactivité : la condensation de la section totale par le flux scalaire conduit à une nette sous-estimation des fuites, et à une surestimation du flux dans la zone combustible.

Quel que soit la méthode utilisée, on peut voir que le spectre du flux dans la zone combustible est correctement calculé. Dans la zone couverture, seule la méthode **FA+PERT** présente de forts écarts.

Les écarts obtenus avec **ERANOS** sont importants mais restent au moins deux fois moindres que ceux de la méthode **F** : la réactivité est surestimée de près de 500pcm. Le flux est surestimé de 0.35% dans la zone combustible et de 1.45% dans la zone de couverture. Le courant est sous-estimé d'environ 3%. Les écarts observés sur les sections microscopiques à 1 groupe sont importants : nous verrons qu'ils sont peu significatifs.

- Cas avec réflecteur acier

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.45135

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
F	1317.3
FC	1104.2
FA	0.5
FA+PERT	0.8
MF	73.1
ERANOS	962.2

$M = \text{COMBUSTIBLE}$							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	74.18	1.44	1.746E+0	3.037E-1	5.126E-2	2.524E+0
Ecart Relatifs %	F	1.40	-10.19	0.05	0.39	-0.45	0.38
	FC	1.00	-8.92	0.05	0.44	-0.49	0.43
	FA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	FA+PERT	4.66	4.03	-0.05	-0.28	0.24	-0.23
	MF	0.21	-0.58	0.01	0.08	-0.09	0.08
	ERANOS	1.18	-7.52	-0.88	-2.89	0.07	-1.66

$M = \text{REFLECTEUR ACIER}$							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	25.82	1.46	5.989E+0	6.602E+0	1.003E-2	1.236E+1
Ecart Relatifs %	F	-4.03	-18.09	-0.71	-1.02	0.39	-0.62
	FC	-2.87	-16.46	-0.67	-0.96	0.02	-0.61
	FA	-0.01	0.00	-0.01	-0.01	0.02	-0.01
	FA+PERT	-13.40	-16.37	-7.37	-10.03	12.22	-8.29
	MF	-0.61	-0.63	-0.25	-0.34	0.84	-0.32
	ERANOS	-3.38	-4.70	11.91	16.83	-7.43	11.58

Dans le cas de l'utilisation d'un réflecteur en acier, seule la méthode **FA** permet une conservation exacte. La méthode **MF** est bien plus performante que la méthode **F** mais n'est pas parfaitement conservative. En effet, par le jeu des erreurs numériques, certains moments du flux (en particulier dans les zones peu importantes dans lesquelles le flux est très faible, donc potentiellement mal convergé) ne peuvent pas être employés pour

effectuer une condensation sous peine de produire des sections aberrantes. Les méthodes de discrimination des sections incorrectes mises en place permettent d'éviter toute aberration mais elles inhibent aussi parfois les effets recherchés de la prise en compte de ces moments.

Vis-à-vis de la méthode **F**, on observe le même comportement des méthodes **FC** et **FA+PERT** que dans le cas du cœur avec couverture fertile : aucune de ces trois méthodes ne permet de produire des sections condensées représentatives des milieux.

Les écarts obtenus sur le flux et sur le courant sont parfois plus importants que ceux relevés dans le cas du cœur avec couverture.

Le spectre du flux calculé avec les méthodes **F** ou **FC** est visiblement moins dur que le spectre de référence dans la zone combustible, et clairement plus rapide dans la zone réflecteur.

Les écarts obtenus avec **ERANOS** sont proches de ceux de la méthode **F** : la réactivité est surestimée de plus de 950pcm. Le flux est surestimé de 1.2% dans la zone combustible et de 3.4% dans la zone de réflecteur. Le courant est sous-estimé d'environ 7.5% dans la zone combustible. Les écarts observés sur les sections microscopiques à 1 groupe sont importants.

### • Conclusion

Dans un premier temps, il faut considérer la nécessité de la prise en compte du phénomène d'anisotropie de la section totale introduit par la condensation énergétique. Les méthodes **FC** et **PERT** n'apportent pas d'amélioration notable à la méthode **F** : elles sont inadaptées aux milieux présentant des fuites et a fortiori ne peuvent pas être employées pour la modélisation des cœurs avec réflecteur acier. Elles ne seront pas appliquées aux problèmes à deux dimensions. Seules les méthodes **FA** et **MF** permettent d'obtenir des résultats satisfaisants.

On remarque aussi que le problème avec réflecteur présente des écarts plus importants que le problème avec couverture pour la méthode **F** et surtout pour **ERANOS** où ils sont deux fois plus grands. En effet, on peut comprendre que les neutrons réfléchis des couvertures ont un spectre plus proche de ceux issus du combustible que les neutrons réfléchis par le réflecteur (composé de noyaux bien plus légers) : le spectre du flux est plus anisotrope dans le cas du réflecteur, ce qui augmente les effets d'anisotropie sur la section totale condensée.

Le cas avec réflecteur est donc un problème maximisant les biais du modèle de fuite et de la méthode de condensation d'**ERANOS**. D'autre part, les écarts observés avec **ERANOS** s'expliquent aussi par la non prise en compte de l'effet du milieu *M2* sur le milieu *M1* : les cellules sont modélisées quasi-indépendamment par ECCO<sup>1</sup> et un seul jeu de sections macroscopiques condensées est produit par milieu. Ce dernier point explique les importants écarts observés sur les sections microscopiques à un groupe : la condensation des sections microscopiques par ECCO introduit des biais supplémentaires.

---

<sup>1</sup> ECCO effectue des condensations sur la base de calculs sur des cellules homogènes infinies disposant d'un simple modèle de fuites par laplacien ajusté, alors que les condensations effectuées au sein de PARIS traitent les sections de chaque maille spatiale du problème.

3) Cas 'cœur à deux dimensions'

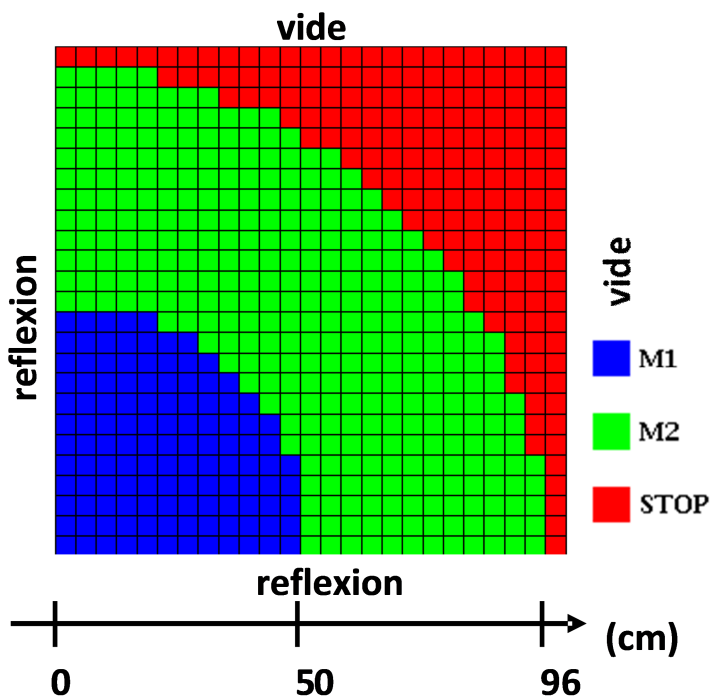


Figure 76 : Illustration du cas test 2D

En gardant les mêmes grandeurs caractéristiques que le cas à une dimension, on propose un cas de cœur à deux dimensions en géométrie cartésienne.

On modélise une zone combustible *M1* de hauteur infinie et de rayon de 50cm. Au-delà du combustible, on place le matériau *M2* (couverture fertile ou réflecteur acier) d'une épaisseur de 46cm. Autour de ce cœur, on place un matériau *STOP* très absorbant.

On ne modélise qu'un quart du cœur en appliquant des réflexions en  $x=0$  et  $y=0$  et une condition de vide en  $x=100$  et  $y=100$ .

Les calculs de flux sont réalisés par une méthode aux différences finies dans le cas d'ERANOS et par une méthode aux éléments finis dans le cas de SNATCH. L'ordre de quadrature est supérieur ou égal à S8. Le maillage est régulier : chaque maille de calcul est de dimension 4cm×4cm.

On s'intéresse aux performances des méthodes conservatives **FA** et **MF** par rapport à la méthode **F**, et plus particulièrement à l'impact de la correction **MMC**.

- Cas avec couverture fertile

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.16973

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
F	2506.8
FA	-3.9
FA+MMC	-4.1
MF	4.1
MF+MMC	4.1
ERANOS	885.9

<i>M = COMBUSTIBLE</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	64.29	2.91	1.728E+0	2.786E-1	5.814E-2	2.337E+0
Ecart Relatifs %	F	2.05	-5.94	0.02	0.28	-0.33	0.29
	FA	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	FA+MMC	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	MF	0.00	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
	MF+MMC	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	ERANOS	0.84	-2.05	-0.96	-4.62	2.16	-4.38

<i>M = COUVERTURE FERTILE</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	35.71	3.80	1.903E+0	4.465E-1	2.339E-2	3.676E+0
Ecart Relatifs %	F	-3.69	-9.79	0.08	0.44	-0.44	0.43
	FA	-0.03	0.01	0.00	-0.01	0.00	-0.01
	FA+MMC	-0.03	0.01	0.00	-0.01	0.00	-0.01
	MF	-0.01	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.00
	MF+MMC	-0.01	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.00
	ERANOS	-1.51	-3.10	-0.26	-1.37	0.14	-1.38

On peut dans un premier temps constater les différences entre le cas 1D et le cas 2D : le courant et le flux sur la zone *M2* sont deux fois plus importants par rapport au cas 1D. Ceci s'explique simplement : le cœur à 2 dimensions modélise une zone *M1* occupant 1 quart du domaine, alors que le cœur à 1 dimension modélise une zone *M1* occupant seulement la moitié du domaine.

Les écarts obtenus sur la réactivité avec la méthode **F** et avec **ERANOS** sont environ deux fois plus importants que dans le cas 1D : plus de 2500pcm et près de 900pcm. Pour ces mêmes méthodes, on constate que les écarts sur le courant sont semblables à ceux du cas 1D, les écarts sur le flux dans la zone combustible et sur les sections microscopiques sont doublés.

Les méthodes **FA** et **MF** permettent de conserver toutes les grandeurs du problème. On observe aussi que la méthode de correction **MMC** n'introduit aucun biais supplémentaire notable.



- Cas avec réflecteur acier

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.24165

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
F	3065.7
FA	-12.2
FA+MMC	-12.9
MF	85.6
MF+MMC	86.4
ERANOS	1761.5

<i>M = COMBUSTIBLE</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	56.45	1.92	1.750E+0	2.997E-1	5.457E-2	2.461E+0
Ecart Relatifs %	F	1.84	-10.94	0.13	1.11	-1.18	1.07
	FA	0.02	-0.03	0.00	-0.01	0.02	-0.02
	FA+MMC	0.02	-0.03	0.00	-0.01	0.02	-0.02
	MF	0.18	-0.32	0.01	0.09	-0.09	0.08
	MF+MMC	0.19	-0.29	0.01	0.10	-0.09	0.09
	ERANOS	2.31	-4.70	-1.83	-7.83	3.43	-5.59

<i>M = REFLECTEUR ACIER</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	43.55	3.08	5.500E+0	5.879E+0	1.082E-2	1.125E+1
Ecart Relatifs %	F	-2.38	-17.23	0.12	0.09	-1.50	0.40
	FA	-0.02	0.02	-0.04	-0.06	0.00	-0.05
	FA+MMC	-0.02	0.02	-0.04	-0.06	-0.01	-0.05
	MF	-0.23	-0.25	-0.11	-0.14	0.30	-0.14
	MF+MMC	-0.24	-0.24	-0.11	-0.15	0.32	-0.14
	ERANOS	-3.00	-4.00	13.82	20.14	-0.13	13.17

Les écarts obtenus sur la réactivité avec la méthode **F** et avec **ERANOS** sont environ deux fois plus importants que dans le cas 1D : plus de 3000pcm et plus de 1700pcm. On constate des écarts importants sur la plupart des grandeurs observées.

Les méthodes **FA** et **MF** permettent de conserver correctement la plupart des grandeurs du problème, et plus particulièrement le courant. Pour les mêmes raisons évoquées dans le cas 1D, la méthode **MF** est légèrement plus difficile à maîtriser et donc légèrement moins performante que la méthode **FA** sur la zone réflecteur.

On remarque que la méthode de correction **MMC** n'introduit aucun biais supplémentaire notable.

- Conclusion

Par rapport au cœur à une dimension, on a constaté des écarts nettement plus importants avec l'utilisation de la méthode **F** de condensation par le flux scalaire. On peut en conclure que les effets d'anisotropie des sections condensées sont exacerbés dans le cadre du cœur à deux dimensions étudié, plus réaliste.

On observe aussi un effet similaire au cœur à une dimension : le problème avec réflecteur acier présente des écarts plus importants que le problème avec couverture pour la méthode **F**. Les méthodes conservatives **FA** et **MF** permettent d'assurer une condensation qui respecte les propriétés des milieux.

Enfin, une remarque importante concerne la correction **MMC** : son utilisation n'introduit quasiment aucun biais. On peut en déduire<sup>1</sup> que le spectre du courant change peu en fonction de l'ordre azimutal  $m$ . Ainsi, la méthode **MF+MMC** permet d'effectuer une condensation très performante, conservant les propriétés d'anisotropie des sections condensées sans imposer un formalisme non conventionnel des sections de transfert.

#### 4) Cas à deux dimensions hétérogènes

Les cas traités précédemment traitent les effets d'anisotropie rencontrés dans le contexte de cœur constitués de milieux homogènes. Dans un contexte réaliste, les hétérogénéités ont aussi un impact sur l'anisotropie du spectre du flux.

On s'intéresse donc aux performances des différentes méthodes de condensation sur des cas hétérogènes typiques. On distingue deux types de problèmes : ceux sans fuite (les courants neutroniques sont induits par les milieux modélisés), et ceux avec fuites macroscopiques similaires aux cas de cœur à une dimension présentés auparavant (on applique une condition limite de vide).

Les grandeurs caractéristiques définies auparavant sont valables ici aussi : les domaines  $M1$  (resp.  $M2$ ) sont les réunions des sous domaines notés  $M1_k$  (resp.  $M2_k$ ).

Les calculs de flux sont réalisés par une méthode d'éléments finis avec le solveur SNATCH avec un ordre de quadrature S4. Le maillage de calcul est calqué sur le maillage descriptif des sous domaines.

---

<sup>1</sup> Voir Annexe A.3

## a) Sans fuite

On s'intéresse à des cas pour lesquels l'anisotropie du spectre du flux n'est pas induite par des conditions limites de vide mais par un milieu  $M2$  de nature différente des assemblages combustibles voisins  $M1$ .

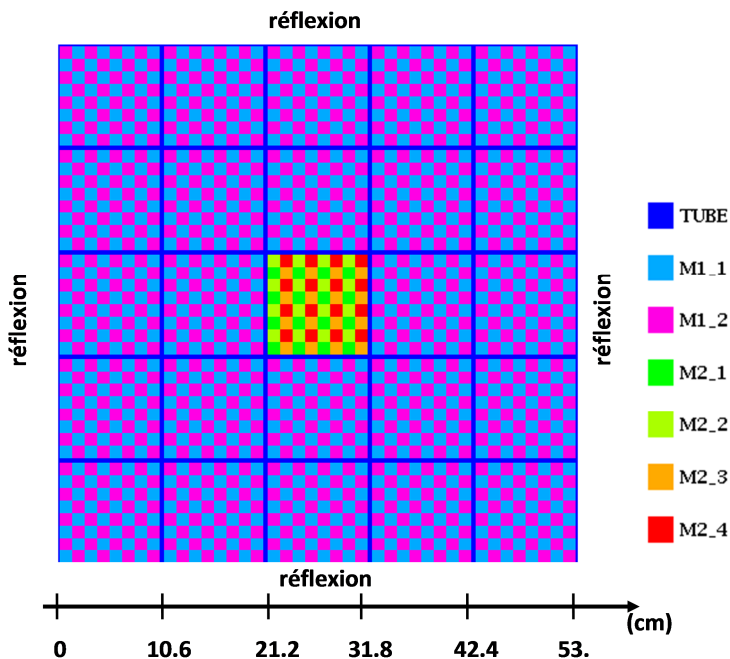


Figure 77 : Illustration du cas test 2D Hétérogène sans fuite

La condensation des sections efficaces doit alors conserver les propriétés des assemblages combustibles mais elle doit aussi conserver les propriétés spécifiques du milieu  $M2$  (capacités d'absorption et de modération angulairement dépendantes).

On modélise donc un assemblage  $M2$  au centre d'un réseau  $5 \times 5$  d'assemblages combustibles  $M1$ . Ces assemblages sont de dimensions similaires à celles des assemblages MASURCA rappelées en Annexe A.2. Une condition de réflexion est appliquée à la frontière du réseau.

$M1\_1$  est ici un milieu représentatif d'une réglette combustible.

$M1\_2$  représente du Sodium.

Dans les cas étudiés, l'assemblage  $M2$  est soit une barre absorbante contenant du Bore 10, soit un milieu diluant en acier.

- Cas d'une barre absorbante

Dans ce cas, on choisit  $M2\_2$  et  $M2\_3$  représentant du Sodium,  $M2\_1$  représentant de l'Acier et  $M2\_4$  représentant du Carbure de Bore enrichi à 50% en Bore 10. Les compositions sont données dans l'Annexe A.2.

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.15745

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
F	162.1
FA	20.4
FA+MMC	18.5
MF	22.5
MF+MMC	18.3

<i>M = COMBUSTIBLE</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	97.08	1.08	1.745E+0	3.120E-1	4.160E-2	2.613E+0
Ecart Relatifs %	F	0.03	-1.07	0.01	0.06	-0.08	0.06
	FA	0.00	-0.06	0.00	0.01	-0.01	0.01
	FA+MMC	0.00	-0.04	0.00	0.01	-0.01	0.01
	MF	0.00	-0.09	0.00	0.01	-0.01	0.01
	MF+MMC	0.00	-0.16	0.00	0.01	-0.02	0.01

<i>M = BARRE ABSORBANTE</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	2.92	0.14	1.669E+0	2.577E-1	4.127E-2	2.187E+0
Ecart Relatifs %	F	-1.09	-1.11	0.00	-0.04	0.05	-0.04
	FA	-0.08	0.08	0.00	-0.01	0.02	-0.01
	FA+MMC	-0.06	0.09	0.00	-0.01	0.02	-0.02
	MF	-0.07	0.07	0.00	-0.01	0.01	-0.01
	MF+MMC	-0.03	0.10	0.00	-0.02	0.03	-0.02

On remarque que les écarts sont globalement infimes. Seule la méthode **F** de condensation par le flux scalaire conduit à un écart sur la réactivité de plus de 150pcm.

- Cas d'un assemblage diluant

Dans ce cas, on choisit *M2\_1* représentant du Sodium, *M2\_2*, *M2\_3* et *M2\_4* représentant de l'Acier. Les compositions sont données dans l'Annexe A.2.

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.29572

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
F	20.2
FA	14.3
FA+MMC	14.3
MF	14.0
MF+MMC	13.8

<i>M = COMBUSTIBLE</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	95.96	0.07	1.782E+0	3.449E-1	3.715E-2	2.873E+0
Ecart Relatifs %	F	0.05	-0.18	0.00	-0.02	0.03	-0.02
	FA	0.00	-0.46	0.00	0.00	0.00	0.00
	FA+MMC	0.00	-0.43	0.00	0.00	0.00	0.00
	MF	0.00	-0.35	0.00	0.00	0.00	0.00
	MF+MMC	0.00	-0.25	0.00	0.00	0.00	0.00

<i>M = DILUANT ACIER</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	4.04	0.01	1.876E+0	4.215E-1	2.615E-2	3.229E+0
Ecart Relatifs %	F	-1.11	-0.38	0.05	0.24	-0.36	0.23
	FA	-0.04	0.02	0.01	0.02	-0.04	0.02
	FA+MMC	-0.03	0.05	0.00	0.02	-0.04	0.02
	MF	-0.03	-0.22	0.01	0.03	-0.04	0.03
	MF+MMC	-0.02	0.05	0.01	0.03	-0.05	0.03

Les observations du cas avec barre absorbante sont valables ici aussi : l'absence de courant implique une isotropie du spectre du flux, toutes les méthodes de condensation sont donc quasiment équivalentes d'un point de vue global.

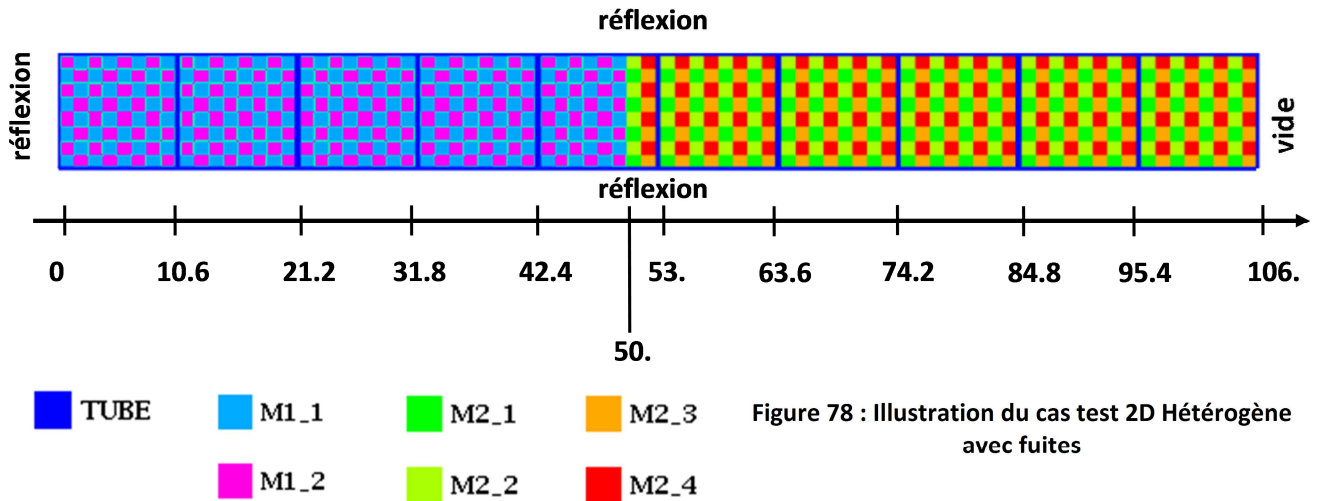
• Conclusion

D'une manière générale, les cas étudiés présentent un courant faible par rapport aux cas étudiés précédemment. Ainsi, la faible anisotropie du spectre qui en résulte rend d'autant plus valide la méthode de condensation par le flux scalaire. On constate en effet que la méthode **F** est moins performante dans le cas de la barre absorbante parce que le courant dans ce cas est plus important que dans le cas avec assemblage diluant.

L'aspect hétérogène des milieux modélisés n'introduit pas de problème particulier.

## b) Avec fuites

On s'intéresse ici aux performances des méthodes de condensation dans le cas de géométries hétérogènes, en présence de fuites macroscopiques. Les cas étudiés sont similaires aux cas à une dimension, mais les assemblages combustibles, de réflecteur acier ou de couverture fertile sont finement décrits de manière réaliste.



$M1\_1$  est ici un milieu représentatif d'une réglette combustible.

$M1\_2$  représente du Sodium.

Les compositions en Annexe A.2 montrent que le milieu combustible n'est pas semblable avec celui des milieux homogènes. Le cas proposé est néanmoins géométriquement semblable avec celui du cœur à une dimension : au moyen d'une condition limite de réflexion en  $x=0$ , on modélise une plaque hétérogène de combustible de 100.48cm d'épaisseur et d'hauteur infinie bordée de part et d'autre d'un milieu hétérogène  $M2$  d'une épaisseur 55.76cm et d'hauteur infinie. Les conditions limites en périphérie de ce cœur représentent du vide. Le milieu  $M2$  peut être du réflecteur ou bien une couverture fertile.

### • Cas avec couverture fertile

Dans ce cas, on choisit  $M2\_2$  et  $M2\_3$  représentant du Sodium,  $M2\_1$  et  $M2\_4$  représentant une réglette de couverture d'Uranium 238. Les compositions sont données dans l'Annexe A.2.

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.10531

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
F	1268.4
FA	11.9
FA+MMC	-8.4
MF	13.0
MF+MMC	-71.0

<b><i>M = COMBUSTIBLE</i></b>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	80.30	2.07	1.765E+0	3.246E-1	4.204E-2	2.708E+0
Ecart Relatifs %	F	1.09	-6.06	0.02	0.20	-0.27	0.20
	FA	0.01	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
	FA+MMC	-0.02	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
	MF	0.00	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
	MF+MMC	-0.09	0.00	0.00	0.01	-0.02	0.01

<b><i>M = COUVERTURE FERTILE</i></b>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	19.70	1.69	1.968E+0	4.998E-1	1.493E-2	4.081E+0
Ecart Relatifs %	F	-4.44	-10.33	-0.02	0.03	0.44	0.04
	FA	-0.03	-0.01	0.00	0.00	-0.01	0.00
	FA+MMC	0.06	0.08	0.00	-0.01	0.01	-0.01
	MF	0.00	-0.01	0.00	0.01	-0.04	0.01
	MF+MMC	0.38	0.37	-0.01	-0.04	0.08	-0.04

On remarque tout d'abord que le flux et le courant calculés sont très proches de ceux calculés dans le cas du cœur à une dimension, contrairement aux sections microscopiques à 1 groupe et à la réactivité.

Les différents écarts des méthodes **F**, **FA** et **MF** sont à peine plus élevés que dans le cas à une dimension. On remarque que la correction **MMC** n'introduit aucun écart supplémentaire dans le cas **FA+MMC**, alors que dans le cas **MF+MMC** les écarts sont légèrement creusés. On en déduit que l'application de cette correction sur les sections de diffusion condensées a peu d'impact, alors qu'elle en a sur la section totale condensée.

On retient qu'en dehors de la méthode **F**, les écarts observés restent négligeables.

• Cas avec réflecteur acier

Dans ce cas, on choisit *M2\_1* représentant du Sodium, *M2\_2*, *M2\_3* et *M2\_4* représentant de l'Acier. Les compositions sont données dans l'Annexe A.2.

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.14688

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
F	1481.2
FA	10.4
FA+MMC	-6.9
MF	73.9
MF+MMC	78.8

<i>M = COMBUSTIBLE</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	74.09	1.41	1.785E+0	3.411E-1	4.057E-2	2.798E+0
Ecart Relatifs %	F	1.51	-9.77	0.08	0.51	-0.64	0.49
	FA	0.00	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
	FA+MMC	-0.03	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
	MF	0.13	-1.08	0.03	0.16	-0.19	0.15
	MF+MMC	0.18	-1.09	0.03	0.16	-0.19	0.15

<i>M = REFLECTEUR ACIER</i>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$\sigma_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{capt}$	$\sigma_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$\sigma_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 33 groupes	25.91	1.38	6.842E+0	7.865E+0	7.723E-3	1.431E+1
Ecart Relatifs %	F	-4.32	-18.71	-1.70	-2.26	1.70	-1.70
	FA	0.01	0.03	0.01	0.01	-0.05	0.01
	FA+MMC	0.10	0.12	0.01	0.01	-0.03	0.01
	MF	-0.38	-1.12	-0.10	-0.13	0.47	-0.13
	MF+MMC	-0.51	-0.69	-0.35	-0.45	1.30	-0.43

Les observations faites dans le cas avec couverture sont totalement valables ici. Les écarts des différentes méthodes sont proches de ceux obtenus dans le même cas à une dimension. On remarque que la correction **MMC** conduit à des écarts non négligeables dans la méthode **MF+MMC**.

• Conclusion

On peut considérer que globalement, les cas étudiés ici sont très proches des cas de cœurs à une dimension étudiés auparavant du point de vue de la problématique de la condensation : les différents écarts obtenus avec les méthodes **F**, **FA** et **MF** sont similaires.

On remarque que la correction **MMC** dans la méthode **MF+MMC** qui n'introduisait aucun biais auparavant conduit à des écarts perceptibles dans le cas du réflecteur acier, mais limités à la zone du réflecteur. Sur la zone combustible ou sur la réactivité, cette correction n'a pas d'impact notable.



### VI. Conclusion

La puissance de calcul nécessaire à la résolution de la phase cœur impose l'allègement des données de calcul : c'est l'opération condensation énergétique. Cette étape a pour objectif de produire des sections macroscopiques et microscopiques en groupes larges conservant les propriétés neutroniques des différents milieux. Il existe plusieurs façons de procéder.

Après avoir présenté les méthodes utilisées dans les différents codes de calcul, on s'est intéressé à des méthodes alternatives. Celles dérivées des théories des perturbations permettent la conservation d'une grandeur telle que la réactivité ou un rapport de taux de réaction (ou plus généralement un ratio de fonction bilinéaire vis-à-vis du flux et du flux adjoint). On a aussi présenté des méthodes dites « conservatives » permettant la conservation de toutes les grandeurs du problème moyennant des aménagements quant aux formalismes des sections efficaces : section totale anisotrope et sections de diffusion dépendantes d'un ordre azimutal. Enfin, on a présenté les méthodes de « correction » possibles à combiner avec les méthodes conservatives afin de produire des sections condensées représentatives et conventionnelles.

Enfin, différentes méthodes de condensation ont été confrontées sur différents cas simplifiés, en particulier des cas de cœur disposant de réflecteur acier, dans le cadre d'une condensation de 33 à 2 groupes.

Les cas présentant de faibles courant neutroniques, et donc des spectres de flux relativement isotropes, ne présentent pas d'intérêt particulier pour des méthodes de condensation améliorées : une simple pondération par le flux scalaire permet une bonne conservation des propriétés des différents milieux.

Dans les autres cas, en particulier pour les cas représentant un réflecteur acier, la condensation par le flux scalaire est incorrecte : il est nécessaire d'utiliser une méthode conservative. Enfin, l'utilisation de la correction par méthode des moindres carrées a montré un réel intérêt pour la production de sections condensées simples d'usage.

On retiendra surtout que la méthode **MF+MMC** de condensation par les moments du flux corrigée par méthode des moindres carrés permet, tout du moins dans le cadre d'une condensation de 33 groupes à 2 groupes, de résoudre simplement le principal problème de la modélisation du cœur rapide avec réflecteur acier dans le cas simplifié d'un cœur à une dimension. Ceci ouvre une perspective intéressante pour la modélisation de cœurs expérimentaux tels que ZONA2B<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> [LEBRAT]



## CHAPITRE B : METHODES D'HOMOGENEISATION

### I. Introduction

Dans le chapitre précédent, on a exposé les méthodes de condensation énergétique permettant d'alléger le poids numérique des sections efficaces utilisées dans la phase de calcul cœur. En pratique, passer d'un découpage fin à 1968 groupes à un découpage à 33 groupes d'énergie n'est pas suffisant pour les besoins des études de développement des cœurs de réacteur. On cherche donc à alléger les sections efficaces en ne décrivant pas finement chaque milieu constitutif des assemblages (pastille, gaine, caloporteur, tube assemblage, etc) mais en produisant un seul jeu de sections représentatif de l'assemblage entier dans un contexte de cœur. On dit que l'on procède à une homogénéisation des sections efficaces en définissant un milieu homogène représentant un assemblage.

Tout comme la problématique de la condensation, celle de l'homogénéisation est ancienne et les problèmes qu'elle engendre sont historiquement traités par des méthodes dites d'équivalence. Dans ce chapitre, on présentera la méthode d'homogénéisation d'ECCO, une méthode d'homogénéisation partielle possible et une méthode d'équivalence SPH. Enfin, on s'intéressera aux performances de ces deux dernières méthodes sur différents cas, et en particulier un cas représentatif des cœurs à spectre rapide avec réflecteur acier.

## II. Les méthodes d'homogénéisation

Dans le code ECCO, l'homogénéisation spatiale est traitée en même temps que la condensation énergétique. Compte tenu de la disponibilité de méthodes de condensation conservatives, on effectue l'homogénéisation de manière indépendante. Ainsi, la méthode d'équivalence proposée ne porte pas sur le changement de maillage énergétique. Aussi, on considère que les sections efficaces à homogénéiser sont de formes conventionnelles.

### 1) Méthode d'homogénéisation directe : « Flux-Volume »

Dans la phase réseau, l'étape d'homogénéisation prend place après la résolution de l'équation du transport (multigroupe dans notre cas) dont la solution est  $\phi_g^*(\vec{r}, \vec{\Omega})$  et  $k_{eff}^*$ , le flux et le coefficient de multiplication de référence :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_g^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g'} \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{s l, g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{l,g'}^{m*}(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega}) + \frac{\sum_{g'} \chi \nu \Sigma_{f, g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{0,g'}^{0*}(\vec{r})}{4\pi k_{eff}^*}$$

$$\text{Avec } \chi \nu \Sigma_{f, g' \rightarrow g}(\vec{r}) = \chi_g(\vec{r}) \nu \Sigma_{f, g'}(\vec{r})$$

Où  $\phi_{l,g}^{m*}(\vec{r})$  est le moment (l,m) du flux angulaire projeté sur la bases des harmoniques sphériques réelles :  $\phi_{l,g}^{m*}(\vec{r}) = \int_{4\pi} \phi_g^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) R_l^m(\vec{\Omega}) d^2\Omega$

La phase d'homogénéisation vise à produire des sections efficaces spatialement constantes sur des régions  $\{I\}$ . Ces sections sont utilisées dans l'équation du transport de solution  $\tilde{\phi}_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$  et  $\tilde{k}_{eff}$ , le flux et le coefficient de multiplication de la situation homogénéisée :

pour  $\vec{r} \in I$ ,

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \tilde{\phi}_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t, I, g} \tilde{\phi}_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g'} \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{s l, I, g' \rightarrow g} \tilde{\phi}_{l, g'}^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega}) + \frac{\sum_{g'} \chi \nu \Sigma_{f, I, g' \rightarrow g} \tilde{\phi}_{0, g'}^0(\vec{r})}{4\pi \tilde{k}_{eff}}$$

a) Dans le code ECCO

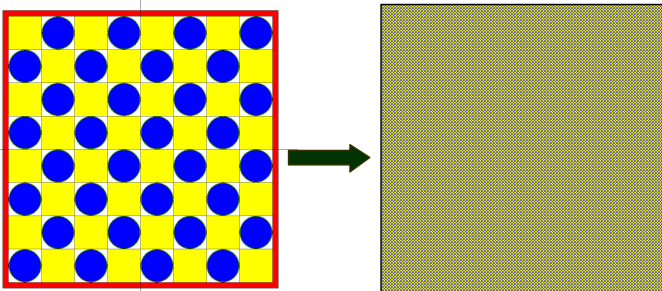


Figure 79 : Homogénéisation de l'assemblage ZONA2

La méthode développée dans le code ECCO est très simple et consiste à homogénéiser l'intégralité du domaine modélisé. Cette façon de procéder est applicable à l'homogénéisation d'assemblages isolés, cependant il n'est pas possible de tirer profit de la modélisation d'un système de plusieurs assemblages différents.

Les sections efficaces homogénéisées sont calculées par pondération par le flux scalaire. C'est la méthode d'homogénéisation directe « Flux-Volume » d'ECCO<sup>1</sup> :

$$\begin{array}{|l|l|} \hline \Sigma_{t,g}^* = \frac{\int_V \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g^*(\vec{r}) d^3r}{\int_V \phi_g^*(\vec{r}) d^3r} & \Sigma_{s0,g' \rightarrow g}^* = \frac{\int_V \Sigma_{s0,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{g'}^*(\vec{r}) d^3r}{\int_V \phi_{g'}^*(\vec{r}) d^3r} \\ \hline \chi \nu \Sigma_{f,g' \rightarrow g}^* = \frac{\int_V \chi \nu \Sigma_{f,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{g'}^*(\vec{r}) d^3r}{\int_V \phi_{g'}^*(\vec{r}) d^3r} & \\ \hline \end{array}$$

En pratique, l'homogénéisation de la section totale et de la section de diffusion d'ordre 1 est effectuée par pondération par le courant. Cela est justifié par le fait que, par défaut, ces sections proviennent d'une condensation par le courant :

$$\Sigma_{t,g}^* = \Sigma_{t1,g}^* = \frac{\int_V \Sigma_{t1,g}(\vec{r}) J_g^*(\vec{r}) d^3r}{\int_V J_g^*(\vec{r}) d^3r} \quad \text{et} \quad \Sigma_{s1,g' \rightarrow g}^* = \frac{\int_V \Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(\vec{r}) J_{g'}^*(\vec{r}) d^3r}{\int_V J_{g'}^*(\vec{r}) d^3r}$$

$J_g^*(\vec{r})$  est un courant de fuites calculé par le modèle d'ECCO.

Cette homogénéisation est annoncée comme conservative.

### b) Homogénéisation Partielle

Dans le cadre de la modélisation d'un système d'assemblages lors de la phase réseau, il faut déterminer une méthode d'homogénéisation partielle : le domaine est subdivisé en plusieurs régions  $\{I\}$ .

Pour chaque région  $I$ , on définit les règles suivantes<sup>2</sup>:

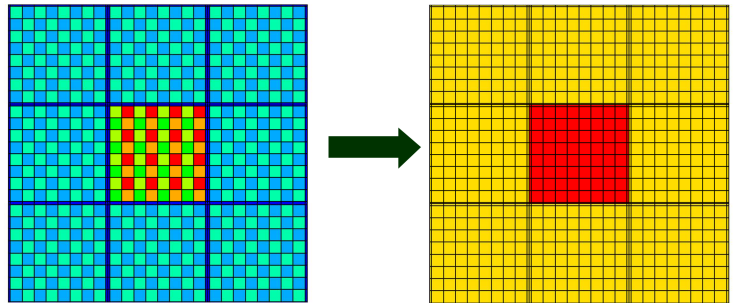


Figure 80 : Homogénéisation par région d'un système d'assemblages

$$\begin{array}{|l|l|} \hline \Sigma_{t,I,g}^* = \frac{\int_I \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g^*(\vec{r}) d^3r}{\int_I \phi_g^*(\vec{r}) d^3r} & \Sigma_{s1,I,g' \rightarrow g}^* = \frac{\int_I \Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{g'}^*(\vec{r}) d^3r}{\int_I \phi_{g'}^*(\vec{r}) d^3r} \\ \hline \chi \nu \Sigma_{f,I,g' \rightarrow g}^* = \frac{\int_I \chi \nu \Sigma_{f,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{g'}^*(\vec{r}) d^3r}{\int_I \phi_{g'}^*(\vec{r}) d^3r} & \\ \hline \end{array}$$

<sup>1</sup> [RIMPAULT3]

<sup>2</sup> c'est aussi la méthode employée dans le code APOLLO 2 hors équivalence : [COSTE]

c) Non conservation des taux de réactions

On peut définir le flux et le taux de réaction  $R$  intégrés sur la zone  $I$  :

$$\phi_{I,g} = \int_I \phi_g(\vec{r}) d^3r$$

$$T_{R,I,g} = \int_I \Sigma_{R,g}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) d^3r$$

En règle générale, avec une simple homogénéisation par méthode flux-volume, ces grandeurs ne sont pas conservées :

$$\phi_{I,g}^* \neq \tilde{\phi}_{I,g} \quad \text{et} \quad T_{R,I,g}^* \neq \tilde{T}_{R,I,g}$$

Afin d'illustrer cette non conservation, on s'intéresse à un exemple simple : le cas d'une barre absorbante (milieu  $M2$ ) entourée d'assemblages combustibles (milieu  $M1$ ). Une condition de réflexion est fixée aux limites, le calcul est effectué à 33 groupes.

Les milieux sont identiques à ceux décrits dans le chapitre A de cette partie. En respectant la même nomenclature, on choisit :

- $M1\_1$  représentant une réglette combustible
  - $M1\_2$ ,  $M2\_2$  et  $M2\_3$  représentant du Sodium,
  - $M2\_1$  représentant de l'Acier,
  - $M2\_4$  représentant du  $B_4C$  à 50% de Bore 10.
- Les compositions sont données dans l'Annexe A.2.

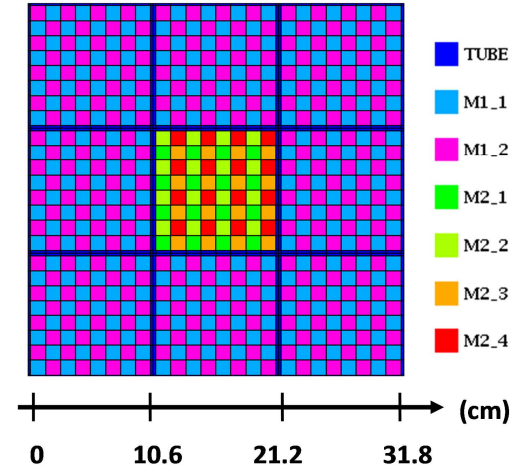


Figure 81 : Illustration de la non conservation des taux de réactions

De manière analogue au chapitre A, on s'intéresse aux grandeurs suivantes:

- le coefficient de multiplication effectif :  $k_{eff}$
- le flux<sup>1</sup> et le courant à 1 groupe intégrés sur les zones  $M \in \{M1, M2, M1 \cup M2\}$  :

$$\phi_M = \int_M \sum_g \phi_g(\vec{r}) d^3r \quad \text{et} \quad J_M = \int_M \sqrt{\left( \sum_g \phi_{1,g}^{-1}(\vec{r}) \right)^2 + \left( \sum_g \phi_{1,g}^1(\vec{r}) \right)^2} d^3r$$

- les taux à 1 groupe intégrés<sup>2</sup> sur les différentes zones  $M \in \{M1, M2, M1 \cup M2\}$  :

$$T_{Pu239_M}^{fiss}, T_{U238_M}^{capt}, T_{U238_M}^{fiss}, T_{B10_M}^{capt}, \text{ avec pour la réaction } R : T_{RM} = \int_M \sum_g \sigma_{g,R}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) d^3r$$

On s'intéresse à différentes méthodes :

- **A** : une homogénéisation totale où le domaine entier est homogénéisé,
- **B** : une homogénéisation par milieux illustrée par la Figure 80 (toute la zone relative à  $M1$  est homogénéisée séparément de la zone relative à  $M2$ ),
- **C** : une homogénéisation par assemblage : chaque assemblage est homogénéisé séparément, il y a donc 9 régions  $I$ .

<sup>1</sup> Le flux est systématiquement normalisé de telle sorte que  $\phi_{M1} + \phi_{M2} = 100$

<sup>2</sup> Les sections  $\sigma_{g,R}(\vec{r})$  sont issues de la bibliothèque 33 groupes d'ECCO.  $T_{RM}$  correspond donc au calcul du taux de réaction  $R$  intégré sur la zone  $M$ , en supposant que le noyau en jeu est présent à une concentration de  $10^{24}$  at/cm<sup>3</sup> constante sur tout le domaine.

Le  $k_{eff}$  de référence est 0.91933

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
<b>A</b>	1.7
<b>B</b>	-247.2
<b>C</b>	-247.3

$M = M1$							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239\ M}$	$T_{capt}^{U\ 238\ M}$	$T_{fiss}^{U\ 238\ M}$	$T_{capt}^{B10\ M}$
Valeurs	Référence hétérogène	90.99	1.50	154.76	24.38	4.41	205.01
Ecart Relatif %	<b>A</b>	-2.31	-99.99	-2.55	-3.40	-2.61	-3.34
	<b>B</b>	-0.07	-0.24	-0.12	-0.34	0.03	-0.32
	<b>C</b>	-0.07	-0.25	-0.12	-0.34	0.03	-0.32
$M = M2$							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239\ M}$	$T_{capt}^{U\ 238\ M}$	$T_{fiss}^{U\ 238\ M}$	$T_{capt}^{B10\ M}$
Valeurs	Référence hétérogène	9.01	0.41	14.91	2.12	0.42	17.93
Ecart Relatif %	<b>A</b>	23.32	-99.99	26.46	39.16	27.29	38.15
	<b>B</b>	0.67	-10.41	0.72	0.80	1.15	0.79
	<b>C</b>	0.68	-10.41	0.72	0.80	1.15	0.79
$M = M1 \cup M2$							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239\ M}$	$T_{capt}^{U\ 238\ M}$	$T_{fiss}^{U\ 238\ M}$	$T_{capt}^{B10\ M}$
Valeurs	Référence hétérogène	100.00	1.91	169.66	26.49	4.83	222.94
Ecart Relatif %	<b>A</b>	0.00	-99.99	0.00	0.00	0.00	0.00
	<b>B</b>	0.00	-2.42	-0.05	-0.25	0.13	-0.23
	<b>C</b>	0.00	-2.43	-0.05	-0.25	0.13	-0.23

La méthode d'homogénéisation totale **A** est évidemment mise en défaut sur les grandeurs locales puisqu'elle conduit à la modélisation d'un milieu homogène infini. Les grandeurs globales observées, le  $k_{eff}$  et les grandeurs définies sur  $M1 \cup M2$  en dehors du courant, sont quant à elles parfaitement conservées.

Les méthodes d'homogénéisation partielles **B** et **C** se valent : les taux de réactions locaux présentent de légers écarts, inférieurs à 0.35% sur la zone combustible et proches de 0.8% sur la zone absorbante. Globalement, on constate que les taux de réactions ne sont pas conservés bien qu'ils soient assez proches des grandeurs de référence : la réactivité présente un écart de près de 250pcm.

### 2) Méthode d'équivalence SPH

#### *a) Principe de l'équivalence*

Si l'inconnue de l'équation du transport est le flux, les véritables grandeurs possédant un sens physique - c'est-à-dire celles qui peuvent être expérimentalement mesurées - sont les taux de réactions. La non-conservation de ces derniers peut donc être un problème.

Dans les codes de calcul neutronique, des méthodes dites d'équivalence ont été développées afin de corriger la plupart des effets de modélisation. Elles permettent de produire des données de sections efficaces condensées et homogénéisées, utilisées dans le cadre d'hypothèses particulières<sup>1</sup> ou non et permettant de conserver les différents taux de réactions. Dans notre cas, disposant de méthodes de condensation performantes et effectuant les calculs cœur dans le cadre de la théorie du transport, les méthodes d'équivalence porteront spécifiquement sur la correction des effets de l'homogénéisation.

On peut citer deux méthodes d'équivalence généralement utilisées : la méthode GET<sup>2</sup> et la méthode SPH<sup>3</sup>. La méthode GET introduit des facteurs de discontinuité en tant que données nucléaires supplémentaires : c'est une méthode performante mais qui peut s'avérer lourde (le solveur cœur est développé spécifiquement pour l'utilisation de ces facteurs). La méthode SPH introduit la notion de facteurs de correction SPH qui sont incorporés dans les sections efficaces : son usage est donc simple et transparent pour le solveur cœur<sup>4</sup>.

Les effets d'hétérogénéité étant plus faibles dans les cœurs rapides que dans les cœurs thermiques, il n'existe pas de processus d'équivalence dans le code ERANOS : la méthode d'homogénéisation totale est supposée permettre la modélisation de toutes les configurations de cœurs rapides. Compte tenu de la nécessité de la prise en compte du réflecteur dans la phase réseau, l'utilisation de la méthode SPH de deuxième génération<sup>5</sup> développée par [HEBERT] est envisagée pour assurer l'homogénéisation des sections des cœurs rapides avec réflecteur acier.

Avec une méthode SPH dans le cadre de la modélisation d'un domaine fermé, c'est-à-dire un domaine dont les frontières disposent de conditions aux limites de réflexion, il existe une indétermination des facteurs SPH. En effet, pour un groupe donné, en choisissant autant de facteurs SPH que de conditions de conservation de taux de réaction, il apparaît sur un tel domaine un degré de liberté supplémentaire permettant l'introduction d'une nouvelle condition : généralement une condition de normalisation. Cette condition peut être de différentes natures, et son choix peut être débattu. Usuellement, elle permet de conserver le flux intégré sur le domaine spatial pour chaque groupe. Dans le cadre d'un domaine non fermé tel qu'un cœur avec réflecteur, aucune condition de normalisation ne peut être introduite sans un aménagement particulier.

---

<sup>1</sup> hypothèse de diffusion, méthodes numériques adaptées aux calculs cœur, etc

<sup>2</sup> Generalized Equivalence Theory [SMITH]

<sup>3</sup> SuPerHomogenization, développé par [KAVENOKI]

<sup>4</sup> Une étude des différentes méthodes d'homogénéisation est proposée par [YAMAMOTO] dans des cas simplifiés de cellules thermiques à une dimension cartésienne.

<sup>5</sup> Cette génération se distingue des autres car elle ne traite pas l'approximation de la diffusion et elle s'intéresse à la conservation des taux de réaction sur les régions homogénéisées



b) Théorie de la méthode SPH

Une particularité de la méthode SPH est la non nécessité de résoudre un problème à valeur propre : dans chaque groupe la source (fissions et diffusions) intégrée sur le domaine spatial est fixée, seule sa distribution change.

En introduisant les facteurs SPH  $\{\mu_{I,g}\}$ , la situation homogénéisée est donc représentée par l'équation du transport de solution  $\tilde{\phi}_g(r, \vec{\Omega})$  et  $k_{eff}^*$  :

$$\text{pour } \vec{r} \in I, \quad \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \tilde{\phi}_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \mu_{I,g} \Sigma_{t,I,g}^* \tilde{\phi}_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \tilde{Q}_{I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

On peut décomposer le terme source  $\tilde{Q}_{I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega})$  en deux composantes : la première correspondant aux chocs isotropes et la deuxième correspondant aux chocs anisotropes

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \tilde{Q}_{isotrope I,g}(\vec{r}) + \tilde{Q}_{anisotrope I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ \tilde{Q}_{isotrope I,g}(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \mu_{I,g'} \left( \Sigma_{s0,I,g' \rightarrow g}^* + \frac{\chi v \Sigma_{f,I,g' \rightarrow g}^*}{k_{eff}^*} \right) \tilde{\phi}_{g'}(\vec{r}) \\ \tilde{Q}_{anisotrope I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \sum_{g'} \sum_{l>0} \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{sl,I,g' \rightarrow g}^* \tilde{\phi}_{l,g'}^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega}) \end{aligned}$$

En pratique, au sein des itérations de l'équivalence, on supposera que la source anisotrope du système approché est proche de la source de référence :

$$\tilde{Q}_{anisotrope I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_{anisotrope g}^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g'} \sum_{l>0} \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{sl,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{l,g'}^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega})$$

Les facteurs SPH sont calculés de telle sorte que les taux de réaction soient conservés sur chaque région  $I$  et chaque groupe :

$$\int_I \mu_{I,g} \Sigma_{t,I,g}^* \tilde{\phi}_g(\vec{r}) d^3r = \int_I \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g^*(\vec{r}) d^3r \Leftrightarrow \mu_{I,g} = \frac{\phi_{I,g}^*}{\tilde{\phi}_{I,g}}, \text{ nota}^1$$

Les sections homogénéisées équivalentes sont alors :

$\Sigma_{t,I,g} = \mu_{I,g} \Sigma_{t,I,g}^*$	Pour $l=0$ : $\Sigma_{s0,I,g' \rightarrow g} = \mu_{I,g} \Sigma_{s0,I,g' \rightarrow g}^*$
	Pour $l>0$ : $\Sigma_{sl,I,g' \rightarrow g} = \Sigma_{sl,I,g' \rightarrow g}^*$
$\chi v \Sigma_{f,I,g' \rightarrow g} = \mu_{I,g} \chi v \Sigma_{f,I,g' \rightarrow g}^*$	

Dans le cadre d'un domaine fermé, il existe pour chaque groupe un degré de liberté supplémentaire pour choisir les facteurs SPH. On peut donc théoriquement satisfaire une contrainte supplémentaire : une condition de normalisation telle que la conservation du flux sur le domaine  $\sum_I \tilde{\phi}_{I,g} = \sum_I \phi_{I,g}^*$ , ou encore la possibilité de fixer un facteur SPH.

<sup>1</sup> on verra que cette relation satisfait les conditions de conservation de taux de toutes les réactions

c) Indétermination des facteurs SPH

Afin d'expliquer l'indétermination des facteurs SPH, on propose d'exprimer le problème de l'équivalence sous l'aspect de ses contraintes et de ses degrés de liberté.

On cherche à déterminer  $\{\mu_{I,g}\}_{g \in [1,G], I \in [1,N]}$ , soit  $G \times N$  facteurs, de telle sorte que les conditions de conservation de taux de réaction suivantes soient respectées :

$$T_{R,I,g}^* = \tilde{T}_{R,I,g} \text{ pour } g \in [1,G], I \in [1,N] \text{ et pour chaque réaction } R$$

On peut assimiler les  $G \times N$  facteurs à  $G \times N$  degrés de liberté. De même, chaque équation de conservation s'assimile à une contrainte. On peut observer par ailleurs que la satisfaction de la contrainte de conservation du taux de réaction  $R$  permet de satisfaire les contraintes de conservation des taux des autres réactions.

$$\text{Si } \mu_{I,g} \int_I \tilde{\phi}_g(\vec{r}) d^3r = \int_I \phi_g^*(\vec{r}) d^3r,$$

Alors pour n'importe qu'elle réaction  $R$ , on peut écrire :

$$\int_I \mu_{I,g} \Sigma_{R,I,g}^* \tilde{\phi}_g(\vec{r}) d^3r = \Sigma_{R,I,g}^* \int_I \phi_g^*(\vec{r}) d^3r \Leftrightarrow T_{R,I,g}^* = \tilde{T}_{R,I,g}$$

De même pour les réactions de diffusion/production par fission :

$$\int_I \mu_{I,g} \Sigma_{W,I,g \rightarrow g'}^* \tilde{\phi}_g(\vec{r}) d^3r = \Sigma_{W,I,g \rightarrow g'}^* \int_I \phi_g^*(\vec{r}) d^3r \Leftrightarrow T_{W,I,g \rightarrow g'}^* = \tilde{T}_{W,I,g \rightarrow g'}$$

On peut donc considérer qu'il y a  $G \times N$  contraintes : les conservations des taux de collision.

A ce stade, aucune indétermination ne parait possible.

- cas particulier de l'homogénéisation totale

Afin d'expliquer pourquoi l'homogénéisation totale du code ECCO est conservative, et justifier l'affirmation selon laquelle les facteurs SPH seraient même indéterminés (en effet n'importe quelles valeurs de facteurs SPH permettent d'assurer une conservation des taux de réactions), on considère l'équation du bilan neutronique du problème hétérogène, pour le groupe  $g$  :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_g^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_g^*(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g' \in [1,G]} \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \Sigma_{sl,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_l^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega}) + \frac{\sum_{g'} \chi \nu \Sigma_{f,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{0,g'}^*(\vec{r})}{4\pi k_{eff}^*}$$

Après intégration sur tout le domaine et sur toutes les directions, on obtient :

$$J_{g,out}^* - J_{g,in}^* + T_{total,g}^* = \sum_{g' \in [1,G]} (T_{scattering,g' \rightarrow g}^* + T_{fission,g' \rightarrow g}^*)$$

Où  $J_{g,in/out}^*$  est le courant neutronique entrant ou sortant par la surface du domaine.

Dans le cas d'un domaine borné par des réflexions,  $J_{g,out}^* = J_{g,in}^*$ , on a :

$$T_{total,g}^* = \sum_{g' \in [1,G]} (T_{scattering,g' \rightarrow g}^* + T_{fission,g' \rightarrow g}^*)$$

$$\Sigma_{t,g}^* \phi_g^* = \sum_{g' \in [1,G]} \left( \Sigma_{s,g' \rightarrow g}^* \phi_{g'}^* + \frac{\chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}^*}{k_{eff}^*} \phi_{g'}^* \right)$$

$\Sigma_{t,g}^*$ ,  $\Sigma_{s,g' \rightarrow g}^* = \Sigma_{s0,g' \rightarrow g}^*$  et  $\chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}^*$  constitue alors un problème à valeur propre pour lequel le  $k_{eff}^*$  et les  $\{\phi_g^*\}_{g \in [1,G]}$  constituent une solution à un facteur K près :

$$\phi_g = K \phi_g^*, \text{ où } K \text{ est un facteur de normalisation}$$

Posons alors l'équation du bilan du problème équivalent avec un choix arbitraire de facteurs SPH pour un groupe g :

$$\tilde{T}_{total,g} = \sum_{g' \in [1,G]} (\tilde{T}_{scattering,g' \rightarrow g} + \tilde{T}_{fission,g' \rightarrow g})$$

$$\mu_g \Sigma_{t,g}^* \tilde{\phi}_g = \sum_{g' \in [1,G]} \left( \mu_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}^* \tilde{\phi}_{g'} + \mu_{g'} \frac{\chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}^*}{\tilde{k}_{eff}} \tilde{\phi}_{g'} \right)$$

On reconnait là le même problème à valeur propre, on peut donc en déduire que la solution du problème équivalent respectera :

$$\mu_g \tilde{\phi}_g = K \phi_g^* \text{ et } \tilde{k}_{eff} = k_{eff}^*, \text{ quel que soit } \mu_g$$

Si on considère que le facteur de normalisation K est défini par la conservation de la source de fission intégrée :

$$\frac{1}{k_{eff}^*} \sum_{g \in [1,G]} \sum_{g' \in [1,G]} \chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}^* \phi_{g'}^* = \frac{1}{\tilde{k}_{eff}} \sum_{g \in [1,G]} \sum_{g' \in [1,G]} \mu_{g'} \chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}^* \tilde{\phi}_{g'}$$

$$\sum_{g \in [1,G]} \sum_{g' \in [1,G]} \chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}^* \phi_{g'}^* = \sum_{g \in [1,G]} \sum_{g' \in [1,G]} K \chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}^* \phi_{g'}^*$$

Trivialement :

$$K = 1$$

Ainsi, quel que soit  $\mu_g$ , la solution du problème équivalent normalisé à la source sera :

$$\tilde{\phi}_g = \frac{\phi_g^*}{\mu_g}$$

Et cette relation, comme on l'a vu précédemment, garantit la conservation des taux de réaction.

Généralement, lors d'une homogénéisation sur tout le domaine, on choisit les facteurs SPH simplement :

$$\mu_g = 1$$

Ce choix revient à effectuer une homogénéisation directe flux-volume. Il permet de conserver en plus des taux, le flux intégré sur le domaine pour chaque groupe.

- cas de l'homogénéisation partielle

Dans le cas général, l'indétermination se précise : pour chaque groupe, pour N facteurs SPH, il existe N+1 degrés de liberté. Ce qui peut se traduire en pratique par la possible introduction d'une contrainte supplémentaire : un facteur SPH fixé, une grandeur conservée, etc.

Comme précédemment on écrit le bilan du problème hétérogène pour le groupe g, en considérant que le domaine est borné par des conditions de réflexion :

$$\sum_{I \in [1, N]} T_{total, I, g}^* = \sum_{g' \in [1, G]} \left( \sum_{I \in [1, N]} T_{scattering, I, g' \rightarrow g}^* + \sum_{I \in [1, N]} T_{fission, I, g' \rightarrow g}^* \right)$$

$$\sum_{I \in [1, N]} \Sigma_{t, I, g}^* \phi_{I, g}^* = \sum_{g' \in [1, G]} \left( \sum_{I \in [1, N]} \Sigma_{s, I, g' \rightarrow g}^* \phi_{I, g'}^* + \frac{1}{k_{eff}^*} \sum_{I \in [1, N]} \chi v \Sigma_{f, I, g' \rightarrow g}^* \phi_{I, g'}^* \right)$$

Ecrivons le bilan du problème équivalent, en imposant pour valeur propre  $k_{eff}^*$ .

$$\sum_{I \in [1, N]} \tilde{T}_{total, I, g} = \sum_{g' \in [1, G]} \left( \sum_{I \in [1, N]} \tilde{T}_{scattering, I, g' \rightarrow g} + \sum_{I \in [1, N]} \tilde{T}_{fission, I, g' \rightarrow g} \right)$$

$$\sum_{I \in [1, N]} \mu_{I, g} \Sigma_{t, I, g}^* \tilde{\phi}_{I, g} = \sum_{g' \in [1, G]} \left( \sum_{I \in [1, N]} \mu_{I, g'} \Sigma_{s, I, g' \rightarrow g}^* \tilde{\phi}_{I, g'} + \frac{1}{k_{eff}^*} \sum_{I \in [1, N]} \mu_{I, g'} \chi v \Sigma_{f, I, g' \rightarrow g}^* \tilde{\phi}_{I, g'} \right)$$

Supposons à présent que, pour tous les groupes, les N-1 premiers facteurs SPH satisfassent les N-1 conditions de conservation associées, et que le N<sup>ième</sup> facteur soit choisi arbitrairement :

Pour  $I \neq N$  et pour  $g \in [1, G]$  :

$$\Sigma_{t, I, g}^* \phi_{I, g}^* = \mu_{I, g} \Sigma_{t, I, g}^* \tilde{\phi}_{I, g}$$

$$\Sigma_{s, I, g' \rightarrow g}^* \phi_{I, g'}^* = \mu_{I, g'} \Sigma_{s, I, g' \rightarrow g}^* \tilde{\phi}_{I, g'}$$

$$\chi v \Sigma_{f, I, g' \rightarrow g}^* \phi_{I, g'}^* = \mu_{I, g'} \chi v \Sigma_{f, I, g' \rightarrow g}^* \tilde{\phi}_{I, g'}$$

On peut alors écrire la différence des bilans des deux problèmes après simplification :

$$\Sigma_{t, N, g}^* (\mu_{N, g} \tilde{\phi}_{N, g} - \phi_{N, g}^*) = \sum_{g' \in [1, G]} \left( \Sigma_{s, N, g' \rightarrow g}^* (\mu_{N, g'} \tilde{\phi}_{N, g'} - \phi_{N, g'}^*) + \chi v \Sigma_{f, N, g' \rightarrow g}^* (\mu_{N, g'} \tilde{\phi}_{N, g'} - \phi_{N, g'}^*) \right)$$

Or, en considérant les bilans de la région N :

$$J_{N, g}^* + \Sigma_{t, N, g}^* \phi_{N, g}^* = \sum_{g' \in [1, G]} \left( \Sigma_{s, N, g' \rightarrow g}^* \phi_{N, g'}^* + \frac{1}{k_{eff}^*} \chi v \Sigma_{f, N, g' \rightarrow g}^* \phi_{N, g'}^* \right)$$

$$\tilde{J}_{N, g} + \Sigma_{t, N, g}^* \mu_{N, g} \tilde{\phi}_{N, g} = \sum_{g' \in [1, G]} \left( \Sigma_{s, N, g' \rightarrow g}^* \mu_{N, g'} \tilde{\phi}_{N, g'} + \frac{1}{k_{eff}^*} \chi v \Sigma_{f, N, g' \rightarrow g}^* \mu_{N, g'} \tilde{\phi}_{N, g'} \right)$$

Où  $J_{I, g}$  est le bilan des échanges de neutrons de  $I$  vers les autres régions, pour le groupe g.

On constate que la différence de ces deux bilans permet d'écrire, quel que soit  $\mu_{N, g}$  :

$$J_{N, g}^* = \tilde{J}_{N, g}$$

$\{\phi_{N,g}^*\}_{g \in [1,G]}$  étant l'unique solution du problème à G équations de G inconnues  $\{f_g\}_{g \in [1,G]}$  :

$$\forall g, J_{N,g}^* + \Sigma_{t,N,g}^* f_g = \sum_{g' \in [1,G]} \left( \Sigma_{s,N,g' \rightarrow g}^* f_{g'} + \frac{1}{k_{eff}^*} \chi v \Sigma_{f,N,g' \rightarrow g}^* f_{g'} \right)$$

On peut déduire du bilan de la région N pour le problème homogénéisé des contraintes sur  $\{\tilde{\phi}_{N,g}\}_{g \in [1,G]}$  :

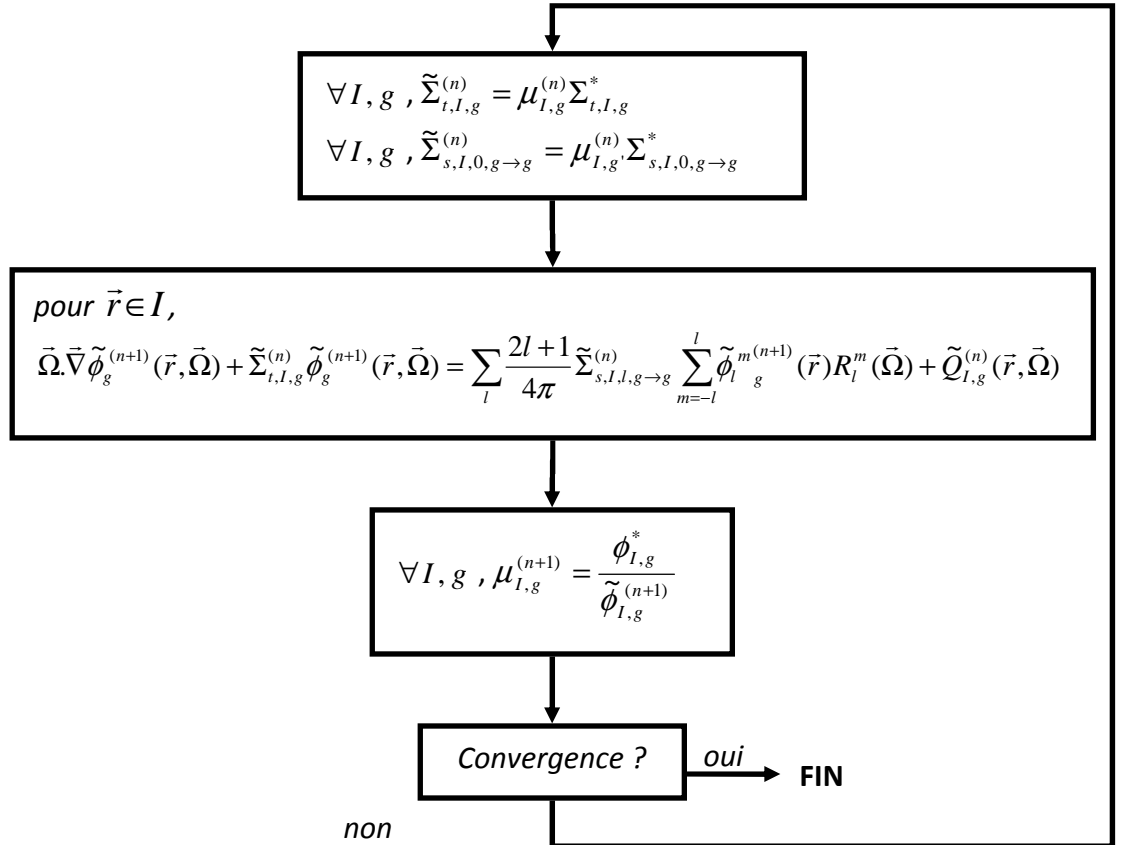
$$\text{En effet, } J_{N,g}^* + \Sigma_{t,N,g}^* \mu_{N,g} \tilde{\phi}_{N,g} = \sum_{g' \in [1,G]} \left( \Sigma_{s,N,g' \rightarrow g}^* \mu_{N,g'} \tilde{\phi}_{N,g'} + \frac{1}{k_{eff}^*} \chi v \Sigma_{f,N,g' \rightarrow g}^* \mu_{N,g'} \tilde{\phi}_{N,g'} \right)$$

$$\text{implique } \forall g, \tilde{\phi}_{N,g} = \mu_{N,g} \phi_{N,g}^*$$

Ces contraintes impliquent la conservation de tous les taux de réaction pour la région N. Dans le cas d'un domaine fermé, il est donc vérifié que la satisfaction de N-1 contraintes de conservation de taux de réaction implique la satisfaction de la N<sup>ième</sup> contrainte avec une totale liberté sur le choix du N<sup>ième</sup> facteur SPH. Pour chaque groupe, avec N facteurs SPH il existe N+1 degrés de liberté.

#### d) Méthode itérative

Afin de déterminer les facteurs SPH, une méthode itérative simple peut être utilisée :



A l'itération ( $n$ ) :

- (1) : Des sections équivalentes sont calculées.
- (2) : Elles constituent alors le problème homogénéisé équivalent dont la solution est le flux équivalent dont on déduit les  $\tilde{\phi}_{I,g}^{(n)}$ .
- (3) : De nouveaux facteurs SPH sont calculées pour l'itération ( $n+1$ ).

A l'itération  $n=1$ , tous les facteurs SPH valent 1, et  $\tilde{\phi}_{I,g}^{(1)} = \phi_{I,g}^*$

#### e) Performances

Reprenant l'exemple proposé en Figure 81 dans le paragraphe **B.II.1).c)**, on s'intéresse aux performances de l'homogénéisation par méthode d'équivalence : **SPH** vis-à-vis de la méthode d'homogénéisation directe Flux-Volume : **FVW**. On se place dans le cas de l'homogénéisation par zones (de type **B**).

Il est à noter que dans le cas du calcul des taux de réactions avec la méthode **SPH**, on utilise les sections corrigées :

pour la réaction  $R$ ,  $T_{RM} = \int \sum_{M,g} \tilde{\sigma}_{g,R}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) d^3r$ , avec pour  $\vec{r} \in I$ ,  $\tilde{\sigma}_{g,R}(\vec{r}) = \mu_{I,g} \sigma_{g,I,R}$

Le  $k_{eff}$  de référence est 0.91933

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
<b>FVW</b>	-247.2
<b>SPH</b>	1.4

<b>M = M1</b>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$T_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$T_{U\ 238\ M}^{capt}$	$T_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$T_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence hétérogène	90.99	1.50	154.76	24.38	4.41	205.01
Ecart Relatif %	<b>FVW</b>	-0.07	-0.24	-0.12	-0.34	0.03	-0.32
	<b>SPH</b>	-0.09	-1.00	0.00	0.00	0.00	0.00

<b>M = M2</b>							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$T_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$T_{U\ 238\ M}^{capt}$	$T_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$T_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence hétérogène	9.01	0.41	14.91	2.12	0.42	17.93
Ecart Relatif %	<b>FVW</b>	0.67	-10.41	0.72	0.80	1.15	0.79
	<b>SPH</b>	0.94	-10.80	0.00	0.00	-0.01	0.00

$M = M1 \cup M2$							
	Méthode	$\phi_M$	$J_M$	$T_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$T_{U\ 238\ M}^{capt}$	$T_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$T_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence hétérogène	100.00	1.91	169.66	26.49	4.83	222.94
Ecart Relatif %	FVW	0.00	-2.42	-0.05	-0.25	0.13	-0.23
	SPH	0.00	-3.10	0.00	0.00	0.00	0.00

Il est remarquable que dans cet exemple la conservation du flux intégré sur le domaine permette d'effectuer une normalisation sur le flux dans le cas de la méthode **SPH**. On peut constater que le coefficient de multiplication est conservé et que les taux de réactions sont tous conservés sur les zones  $M1$  et  $M2$  avec la méthode **SPH**.

Enfin on remarque que les écarts sur les flux et sur les courants sont plus importants que ceux de la méthode **FVW**. Il faut alors rappeler que le flux est une grandeur qui a perdu son sens physique avec la méthode **SPH**, au profit des taux de réaction.

### III. Algorithme de la méthode SPH

Pour déterminer les facteurs SPH, il est possible d'utiliser une méthode itérative simple sans garantie de convergence, semblable à celle décrite dans [COSTE] pour le code APOLLO. Pour un calcul à NG groupes, l'algorithme de cette méthode est le suivant.

L'utilisation du module *SPHEqLoop* se déroule en trois phases :

---


$$\text{call SPHEqLoop}::\text{initialize}(k_{eff}^*, \phi_{l,g}^m(\vec{r}), \Sigma_{t,g}(\vec{r}), \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}), \chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}(\vec{r}), \varepsilon, ItMax) \quad (1)$$

$$\text{call SPHEqLoop}::\text{run}() \quad (2)$$

$$\text{call SPHEqLoop}::\text{fill}(\Sigma_{t,l,g}, \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}, \chi v \Sigma_{f,l,g' \rightarrow g}) \quad (3)$$


---

1) SPHEqLoop::initialize( $k_{eff}^*, \phi_{l,g}^m(\vec{r}), \Sigma_{t,g}(\vec{r}), \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}), \chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}(\vec{r}), \varepsilon, ItMax$ )

---

$$\text{call SPHEqLoop}::\text{initializeRefFluxes}() \quad (1.a)$$

$$\text{call SPHEqLoop}::\text{initializeRefTransferSources}() \quad (1.b)$$

$$\text{call SPHEqLoop}::\text{initializeXSHomogenizedByFluxVolume}() \quad (1.c)$$


---

a) *SPHEqLoop::initializeRefFluxes()*

$$\forall I, g, \quad \phi_{l,g}^* = \int_I \phi_{0,g}^{0*}(\vec{r}) d^3 r$$

$$\forall g, \quad \phi_g^* = \sum_I \phi_{l,g}^*$$

b) *SPHEqLoop::initializeRefTransferSources()*

$$\forall l, g, g', \quad \Sigma_{w,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}) = (1 - \delta_{g'g}) \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}) + (1 - \delta_{l0}) \frac{\chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}(\vec{r})}{k_{eff}^*}$$

$$\forall l, m, g, g', \quad T_{l,g' \rightarrow g}^m(\vec{r}) = \Sigma_{w,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{l,g}^m(\vec{r})$$

$$\forall l, m, I, g, g', \quad T_{l,I,g' \rightarrow g}^m = \int_I T_{l,g' \rightarrow g}^m(\vec{r}) d^3 r$$

c) *SPHEqLoop::initializeXSHomogenizedByFluxVolume()*

$\Sigma_{t,l,g}^* = \frac{\int_I \Sigma_{t,g}(\vec{r}) \phi_{0,g}^{0*}(\vec{r}) d^3 r}{\int_I \phi_{0,g}^{0*}(\vec{r}) d^3 r}$	$\Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}^* = \frac{\int_I \Sigma_{s,l,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{0,g'}^{0*}(\vec{r}) d^3 r}{\int_I \phi_{0,g'}^{0*}(\vec{r}) d^3 r}$
$\chi v \Sigma_{f,l,g' \rightarrow g}^* = \frac{\int_I \chi v \Sigma_{f,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{0,g'}^{0*}(\vec{r}) d^3 r}{\int_I \phi_{0,g'}^{0*}(\vec{r}) d^3 r}$	



2) SPHEqLoop::run()

---

```

groupMask = {1,..., NG }
unconverge dGroups = {1,..., NG }
firstLevel ConvergedG rousps = { }
divergentS PHFactors = { }
 $\forall l, m, g, \quad \tilde{\phi}_{l,g}^m(\vec{r}) = \phi_{l,g}^{m*}(\vec{r})$ 

call SPHEqLoop::postTreatFluxes( $\tilde{\phi}_{l,g}^m(\vec{r})$ ) (2.a)

 $\forall I, g, \quad \mu_{I,g}^{(0)} = 1.$ 
call SPHEqLoop::calculateEqSource() (2.b)
call SPHEqLoop: calculateEqXS() (2.c)
firstLevel Convergence = false
convergence = false
n=0
• while (  $n < nbItMax$  et convergence == false ) do
    call SPHEqLoop::calculateFlux( groupMask ) (2.d)
    call SPHEqLoop::postTreatFluxes( $\tilde{\phi}_{l,g}^m(\vec{r})$ ) (2.a)
    call SPHEqLoop::calculateSPHFactors() (2.e)
    call SPHEqLoop::calculateEqSource() (2.b)
    Si domaine fermé : call SPHEqLoop::normalizeEqFluxesAndSPHFactors() (2.f)
    call SPHEqLoop::fixUpDivergentFactors() (2.g)
    call SPHEqLoop::calculateEqXS() (2.c)
    call SPHEqLoop::convergence() (2.h)
    convergence = (unconverge dGroups == { }) && firstLevel Convergence == true )
    firstLevel Convergence = (unconverge dGroups == { })
    • if ( firstLevel Convergence == true ) do
        firstLevel ConvergedG rousps = { }
        groupMask = {1,..., NG }
    endif
    groupMask .remove (firstLevel ConvergedG rousps )
    n++
endwhile

```

---

a) SPHEqLoop::postTreatFluxes( $\tilde{\phi}_{l,g}^m(\vec{r})$ )

$$\forall I, g, \quad \tilde{\phi}_{I,g} = \int_I \tilde{\phi}_{0,g}^0(\vec{r}) d^3r$$

$$\forall g, \quad \tilde{\phi}_g = \sum_I \tilde{\phi}_{I,g}$$

b) *SPHEqLoop::calculateEqSource()*

$$\forall I, g, \quad \tilde{Q}_{I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \tilde{Q}_{isotope\ I,g}(\vec{r}) + \tilde{Q}_{anisotrope\ I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

$$\forall I, g, \quad \tilde{Q}_{isotope\ I,g}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \mu_{I,g'}^{(n)} \left( \frac{T_{0\ I,g' \rightarrow g}^{0*}}{\phi_{0\ I,g'}^{0*}} \right) \tilde{\phi}_{0\ g'}^0(\vec{r})$$

$$\forall I, g, \quad \tilde{Q}_{anisotrope\ I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g'} \sum_{l>0} \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l T_{l\ g' \rightarrow g}^{m*}(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega})$$

c) *SPHEqLoop::calculateEqXS()*

$$\forall I, g, \quad \tilde{\Sigma}_{t,I,g} = \mu_{I,g}^{(n)} \Sigma_{t,I,g}^*$$

$$\forall I, g, \quad \tilde{\Sigma}_{s,I,0,g \rightarrow g} = \mu_{I,g}^{(n)} \Sigma_{s,I,0,g \rightarrow g}^*$$

$$\forall I, l > 0, g, \quad \tilde{\Sigma}_{s,I,l,g \rightarrow g} = \Sigma_{s,I,l,g \rightarrow g}^*$$

d) *SPHEqLoop::calculateFlux( groupMask )*

$\forall g \in groupMask$ , résolution du problème homogénéisé :

$$pour \vec{r} \in I, \quad \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \tilde{\phi}_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \tilde{\Sigma}_{t,I,g} \tilde{\phi}_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} \tilde{\Sigma}_{s,I,l,g \rightarrow g} \sum_{m=-l}^l \tilde{\phi}_l^m(\vec{r}) R_l^m(\vec{\Omega}) + \tilde{Q}_{I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

e) *SPHEqLoop::calculateSPHFactors()*

$$\forall I, g, \quad \mu_{I,g}^{(n)} = \frac{\phi_{I,g}^*}{\tilde{\phi}_{I,g}}$$

f) *SPHEqLoop::normalizeEqFluxesAndSPHFactors()*

$$\forall g, \quad k_{norm,g} = \frac{\phi_g^*}{\tilde{\phi}_g}$$

$$\forall I, g, \quad \tilde{\phi}_{I,g} = k_{norm,g}^{(n)} \tilde{\phi}_{I,g}^{(n)}$$

$$\forall g, \quad \tilde{\phi}_g = k_{norm,g} \tilde{\phi}_g$$

$$\forall I, g, \quad \mu_{I,g}^{(n)} = \frac{\mu_{I,g}^{(n)}}{k_{norm,g}}$$

g) *SPHEqLoop::fixUpDivergentFactors()*

$$\forall I, g,$$

• **if** ( $\mu_{I,g}^{(n)} > 4$  ||  $\mu_{I,g}^{(n)} < 0.25$  || *divergentSPHFactors.contains([I, g])*) **do**

$$\mu_{I,g}^{(n)} = 1.$$

• **if** (!*divergentSPHFactors.contains([I, g])*) **do**

*divergentSPHFactors.add([I, g])*

**endif**

**endif**

h) *SPHEqLoop::convergence()*

On opère le test de convergence sur les taux de collisions. En effet, pour certains groupes peu peuplés, la convergence des facteurs SPH est fastidieuse.

```

 $\forall I, g,$        $T_{I,g}^{(n)} = \mu_{I,g}^{(n)} \Sigma_{t,I,g}^* \tilde{\phi}_{I,g}$ 
 $\forall I, g,$        $T_{I,g}^{(n-1)} = \mu_{I,g}^{(n-1)} \Sigma_{t,I,g}^* \tilde{\phi}_{I,g}$ 
 $\forall g,$            $residual_g = \max_I (|T_{I,g}^{(n)} - T_{I,g}^{(n-1)}|)$ 
 $\forall g,$            $T_g = \sum_I T_{I,g}^{(n)}$ 
 $\forall g,$ 
• if  $(T_g / \sum_g T_g < \varepsilon)$  do
     $\mu_{I,g}^{(n)} = 1.$ 
     $residual_g = 0.$ 
else
     $residual_g = \frac{residual_g}{T_g}$ 
endif
unconverge dGroups = { }
 $\forall g,$ 
• if  $(residual_g < \varepsilon)$  do
    firstLevel ConvergedG rroups.add(g)
else
    unconverge dGroups.add(g)
endif
unconverge dGroups.remove(firstLevel ConvergedG rroups)
```

3) *SPHEqLoop::fill*( $\Sigma_{t,I,g}, \Sigma_{s,l,I,g' \rightarrow g}, \chi v \Sigma_{f,I,g' \rightarrow g}$ )

$\Sigma_{t,I,g} = \mu_{I,g}^{(n)} \Sigma_{t,I,g}^*$	Pour $l=0$ : $\Sigma_{s0,I,g' \rightarrow g} = \mu_{I,g}^{(n)} \Sigma_{s0,I,g' \rightarrow g}^*$
	Pour $l>0$ : $\Sigma_{sl,I,g' \rightarrow g} = \Sigma_{sl,I,g' \rightarrow g}^*$
$\chi v \Sigma_{f,I,g' \rightarrow g} = \mu_{I,g}^{(n)} \chi v \Sigma_{f,I,g' \rightarrow g}^*$	

Cette méthode est aisément adaptable à une dimension.

Le choix de la convergence sur les taux de collision s'impose pour des découpages énergétiques usuels (le découpage à 33 groupes d'ECCO par exemple). La convergence est généralement rapide puisque les facteurs sur lesquels il existe des convergences difficiles sont souvent liés à des taux de réaction peu importants. En résumé, les taux de réactions sont globalement bien conservés mais dans les groupes les moins peuplés, la conservation n'est pas assurée.

## IV. Performances sur différents cas

On cherche ici à déterminer l'intérêt de l'utilisation d'une méthode d'équivalence par rapport à une méthode directe flux-volume, en particulier dans leur capacité à modéliser les spécificités des cœurs avec réflecteur acier. On s'intéresse à différents cas représentatifs de cœurs rapides, déjà présentés dans le chapitre A. Sur chacun de ces cas, on confronte deux voies d'homogénéisation : la voie directe **FVW** par flux-volume et la voie **SPH** par équivalence. On s'intéresse aussi à l'impact des régions d'homogénéisation.

Les données de sections efficaces utilisées sont les sections à dilution infinie issues des bibliothèques d'ECCO. Les calculs sont effectués par une méthode d'éléments finis avec le solveur SNATCH avec un ordre de quadrature S4. Le maillage de calcul est calqué sur le maillage descriptif des sous domaines.

### 1) Grandeurs considérées

Pour chaque cas, on réalise un calcul hétérogène de référence à 33 groupes duquel on tire les caractéristiques de référence. Pour chaque voie d'homogénéisation proposée, on observe les écarts relatifs obtenus vis-à-vis de ces caractéristiques. Les grandeurs considérées sont :

- le coefficient de multiplication effectif  $k_{eff}$
- le taux de collision<sup>1</sup> et le courant à 1 groupe intégrés sur les différentes zones  $\{M\}$  :

$$T_M = \int \sum_g \phi_g(\vec{r}) \Sigma_{t,g}(\vec{r}) d^3r \quad \text{et} \quad J_M = \int \sqrt{\left( \sum_g \phi_{1,g}^{-1}(\vec{r}) \right)^2 + \left( \sum_g \phi_{1,g}^1(\vec{r}) \right)^2} d^3r$$

- les taux à 1 groupe intégrés<sup>2</sup> sur les différentes zones  $\{M\}$  :

$$T_{Pu239_M}^{fiss}, T_{U238_M}^{capt}, T_{U238_M}^{fiss}, T_{B10_M}^{capt}, \text{ avec pour la réaction } R : T_{RM} = \int \sum_g \sigma_{g,R}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) d^3r$$

Pour mettre en valeur les écarts observés, on les surligne de différentes couleurs :

$k_{eff}$		écart	≤	80 pcm
	80 pcm	<	écart	≤ 240 pcm
	240 pcm	<	écart	
$T_M$ ou $J_M$		écart	≤	0.5%
	0.5%	<	écart	≤ 2%
	2%	<	écart	
$T_{RM}$		écart	≤	0.3%
	0.3%	<	écart	≤ 1%
	1%	<	écart	

<sup>1</sup> Le flux n'étant plus représentatif avec la méthode **SPH**, le taux de collision est systématiquement normalisé de telle sorte que  $T_{M1} + T_{M2} = 100$

<sup>2</sup> Les sections  $\sigma_{g,R}(\vec{r})$  sont issues de la bibliothèque 33 groupes d'ECCO, corrigées si besoin par la méthode **SPH**.  $T_{RM}$  correspond donc au calcul du taux de réaction  $R$  intégré sur la zone  $M$ , en supposant que le noyau en jeu est présent à une concentration de  $10^{24}$  at/cm<sup>-3</sup> constante sur tout le domaine.

2) Cas d'une barre absorbante – Domaine Fermé

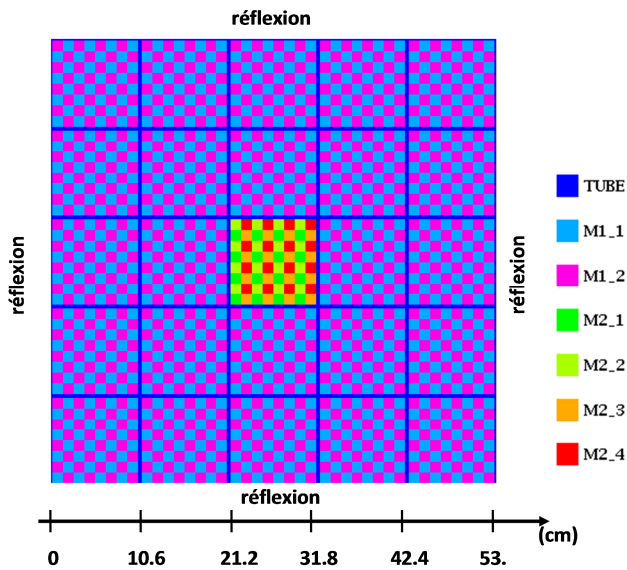


Figure 82 : Illustration du cas 'barre absorbante'

On s'intéresse au cas d'une barre absorbante placée au centre réseau 5x5 d'assemblages combustibles *M1*. C'est le cas présenté dans le chapitre A, au paragraphe **A.V.4).a)**.

Ces assemblages sont de dimensions similaires à celles des assemblages MASURCA rappelées en Annexe A.2. Une condition de réflexion est appliquée à la frontière du réseau.

*M1\_1* représente une réglette combustible,

*M1\_2* représente du Sodium,

*M2\_2* et *M2\_3* représente du Sodium,

*M2\_1* représentant de l'Acier,

*M2\_4* représentant du B<sub>4</sub>C à 50% de Bore 10.

Les compositions sont données dans l'Annexe A.2.

On s'intéresse à deux types de découpage en régions  $\{I\}$ .

a) Homogénéisation par zones

On définit deux régions *I* correspondant à *M1* et à *M2*.

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.15745

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
FVW	-77.9
SPH	-0.3

<i>M = M1</i>							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$T_{capt}^{U\ 238}_M$	$T_{fiss}^{U\ 238}_M$	$T_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence hétérogène	96.17	4.83	760.53	135.96	18.13	1138.62
Ecart Relatif %	FVW	-0.02	0.24	-0.03	-0.09	0.03	-0.09
	SPH	0.00	-0.41	0.00	0.00	0.00	0.00

<i>M = M2</i>							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$T_{capt}^{U\ 238}_M$	$T_{fiss}^{U\ 238}_M$	$T_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence hétérogène	3.83	0.64	21.88	3.38	0.54	28.67
Ecart Relatif %	FVW	0.60	-10.36	0.59	0.75	0.79	0.74
	SPH	0.00	-10.62	0.00	0.02	-0.01	0.01

b) Homogénéisation par couronnes

On définit trois régions  $I$  correspondant à deux régions combustibles :  $M1A$  et  $M1B$ , et une région absorbante  $M2$ . La région  $M1A$  correspond aux 8 assemblages au contact de  $M2$ . La région  $M1B$  correspond aux 16 assemblages en périphérie du domaine.

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.15745

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
FVW	-78.0
SPH	-2.3

$M = M1 = M1A \cup M1B$							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu239}_M$	$T_{capt}^{U238}_M$	$T_{fiss}^{U238}_M$	$T_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence hétérogène	96.17	4.83	760.53	135.96	18.13	1138.62
Ecart Relatif %	FVW	-0.02	0.23	-0.03	-0.09	0.03	-0.09
	SPH	0.00	-0.40	0.00	0.00	0.00	0.00

$M = M2$							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu239}_M$	$T_{capt}^{U238}_M$	$T_{fiss}^{U238}_M$	$T_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence hétérogène	3.83	0.64	21.88	3.38	0.54	28.67
Ecart Relatif %	FVW	0.60	-10.36	0.59	0.75	0.80	0.74
	SPH	0.02	-10.62	0.02	0.04	0.00	0.03

c) Conclusion

Les cas étant semblables, les écarts diffèrent peu de ceux relevés dans l'exemple illustré en Figure 81, donné en II.2).d). Il n'y a pas de différences notables entre une homogénéisation totale ou partielle de la zone combustible. On en conclut que la distribution spatiale du flux sur l'assemblage est plutôt homogène<sup>1</sup> dans le combustible.

On constate que la méthode **FVW** conduit à des écarts acceptables sur la réactivité et sur les taux de réactions du combustible. Localement, le courant présente des écarts relatifs importants sans conséquence<sup>2</sup> pour les deux méthodes. Les écarts de taux de réaction sont proches de 0.7% dans la barre pour la méthode **FVW**. La méthode **SPH** présente des écarts insignifiants sur tous les taux de réactions.

<sup>1</sup> Toutefois, il faut remarquer que cela n'est pas forcément le cas de la distribution spatiale du spectre du flux, et donc des sections en groupes larges lorsqu'intervient la problématique de la condensation.

<sup>2</sup> On a vu Chapitre A, paragraphe A.V.4).a) que dans ce cas, ce courant était faible par rapport au flux.

### 3) Cas Couverture fertile – Domaine Ouvert

C'est le cas présenté dans le chapitre A, au paragraphe A.V.4).b).

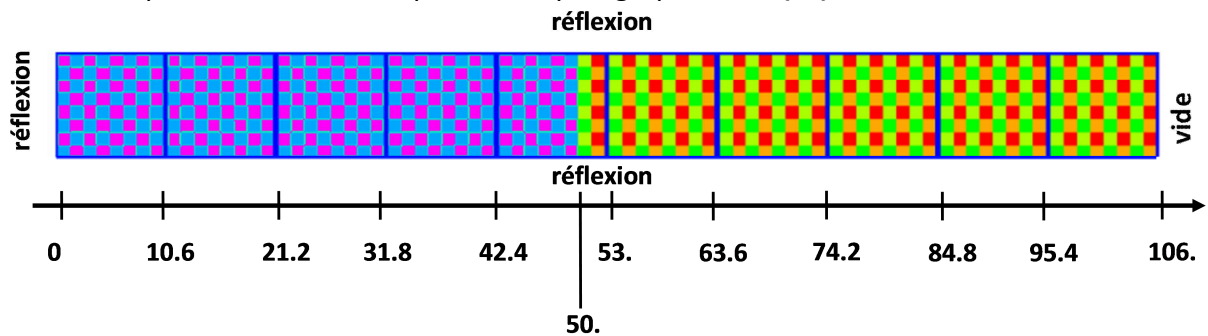


Figure 83 : Illustration du cas test 2D Hétérogène avec fuites

M1\_1 représente du combustible,  
M1\_2 représente du Sodium,  
M2\_2 et M2\_3 représente du Sodium,  
M2\_1 et M2\_4 représente de la couverture .  
Les compositions sont données dans l'Annexe A.2.

On s'intéresse à deux types de découpage en régions  $\{I\}$ .

#### a) Homogénéisation par zones

On définit deux régions  $I$  correspondant à M1 et à M2.

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.10531

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
FVW	188.0
SPH	29.0

$M = M1$							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239\ M}$	$T_{capt}^{U\ 238\ M}$	$T_{fiss}^{U\ 238\ M}$	$T_{capt}^{B10\ M}$
Valeurs	Référence hétérogène	78.62	9.13	626.31	115.18	14.92	961.01
Ecart Relatifs %	FVW	0.18	-0.52	0.17	0.18	0.16	0.19
	SPH	-0.02	-0.10	-0.02	-0.03	-0.02	-0.03

$M = M2$							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239\ M}$	$T_{capt}^{U\ 238\ M}$	$T_{fiss}^{U\ 238\ M}$	$T_{capt}^{B10\ M}$
Valeurs	Référence hétérogène	21.38	7.47	171.32	43.51	1.30	355.24
Ecart Relatifs %	FVW	-0.64	-1.87	-0.64	-0.41	-2.06	-0.49
	SPH	0.08	-0.99	0.04	0.13	-0.15	0.09

b) Homogénéisation fine

On définit 4 régions  $I$  correspondant à deux régions combustibles :  $M1A$  et  $M1B$ , et deux régions fertiles  $M2A$  et  $M2B$ .

La région  $M1A$  correspond aux 3 premiers assemblages combustibles de 0 à 31.8cm, et  $M1B$  correspond au reste du milieu combustible de 31.8 à 50.24cm. La région  $M2A$  correspond à la portion de couverture de 50.24 à 63.6cm et la région  $M2B$  correspond au reste du réflecteur de 63.6 à 106cm.

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.10531

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
FVW	171.9
SPH	14.7

$M = M1 = M1A \cup M1B$							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$T_{capt}^{U\ 238}_M$	$T_{fiss}^{U\ 238}_M$	$T_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence hétérogène	78.62	9.13	626.31	115.18	14.92	961.01
Ecart Relatif %	FVW	0.17	-0.68	0.16	0.18	0.14	0.19
	SPH	0.00	0.06	0.00	0.01	-0.02	0.01

$M = M2 = M2A \cup M2B$							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$T_{capt}^{U\ 238}_M$	$T_{fiss}^{U\ 238}_M$	$T_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence hétérogène	21.38	7.47	171.32	43.51	1.30	355.24
Ecart Relatif %	FVW	-0.61	-1.66	-0.61	-0.43	-1.74	-0.50
	SPH	0.01	-0.45	-0.02	0.04	-0.02	0.00

c) Conclusion

Dans ce cas de domaine ouvert, il n'est pas possible d'appliquer la méthode de normalisation `SPHEqLoop::normalizeEqFluxesAndSPHFactors()`. La convergence de la méthode **SPH** est alors plus difficile à obtenir dans des temps raisonnables et elle est facilitée dans le cas de l'homogénéisation fine : une convergence aboutie explique les différences observées entre « homogénéisation par zones » et « homogénéisation fine ».

La méthode **FVW** conduit à des écarts de plus de 170pcm sur la réactivité, de plus de 0.5% sur le courant dans le combustible et de plus de 1.5% sur le courant dans la couverture. Sur les taux, on observe des écarts de moins de 0.2% dans le combustible et proches de 0.5% dans le réflecteur. La méthode **SPH**, en particulier pour le cas de l'homogénéisation fine, présente des écarts insignifiants sur toutes les grandeurs.



#### 4) Cas Réflecteur – Domaine Ouvert

On reprend la géométrie précédente tirée du chapitre A, au paragraphe **A.V.4).b)**. Ici, les différents milieux sont :

- $M1\_1$  représente du combustible,
  - $M1\_2$  représente du Sodium,
  - $M2\_1$  représente du Sodium,
  - $M2\_2, M2\_3$  et  $M2\_4$  représente de l'Acier.
- Les compositions sont données dans l'Annexe A.2.

On s'intéresse à deux types de découpage en régions  $\{I\}$ .

##### a) Homogénéisation par zones

On définit deux régions  $I$  correspondant à  $M1$  et à  $M2$ .

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.14688

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
FVW	103.7
SPH	-27.9

$M = M1$							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$T_{capt}^{U\ 238}_M$	$T_{fiss}^{U\ 238}_M$	$T_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence hétérogène	60.65	5.18	485.58	92.80	11.04	761.44
Ecart Relatifs %	FVW	0.27	0.26	0.24	0.15	0.35	0.19
	SPH	-0.05	-0.21	-0.05	-0.06	-0.03	-0.06

$M = M2$							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$T_{capt}^{U\ 238}_M$	$T_{fiss}^{U\ 238}_M$	$T_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence hétérogène	39.35	5.06	651.02	748.34	0.73	1361.49
Ecart Relatifs %	FVW	-0.41	-0.74	0.80	1.25	-2.01	0.83
	SPH	0.08	-0.07	0.14	0.16	0.10	0.15

##### b) Homogénéisation fine

On définit 4 régions  $I$  correspondant à deux régions combustibles :  $M1A$  et  $M1B$  , et deux région réflecteur acier  $M2A$  et  $M2B$ . Ces régions sont définies de manière identique à celle du cas avec couverture fertile.

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.14688

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
<b>FVW</b>	79.0
<b>SPH</b>	4.5

$M = M1 = M1A \cup M1B$							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$T_{capt}^{U\ 238}_M$	$T_{fiss}^{U\ 238}_M$	$T_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence hétérogène	60.65	5.18	485.58	92.80	11.04	761.44
Ecart Relatif %	<b>FVW</b>	0.23	0.03	0.19	0.09	0.30	0.15
	<b>SPH</b>	0.01	0.28	0.00	0.01	0.00	0.01

$M = M2 = M2A \cup M2B$							
	Méthode	$T_M$	$J_M$	$T_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$T_{capt}^{U\ 238}_M$	$T_{fiss}^{U\ 238}_M$	$T_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence hétérogène	39.35	5.06	651.02	748.34	0.73	1361.49
Ecart Relatif %	<b>FVW</b>	-0.36	-0.57	0.97	1.47	-1.69	0.99
	<b>SPH</b>	-0.01	-0.39	0.01	0.02	0.01	0.01

### c) Conclusion

Pour les raisons de problème de convergence évoquée précédemment, l'homogénéisation fine permet à la méthode **SPH** de réduire ses écarts par rapport à l'homogénéisation par zones. On remarque qu'elle permet aussi d'améliorer les résultats de la méthode **FVW**.

La méthode **FVW** conduit à des écarts proches de 80pcm sur la réactivité, inférieurs à 0.5% sur le courant dans le combustible et proche de 0.5% sur le courant dans le réflecteur. Sur les taux, on observe des écarts de moins de 0.3% dans le combustible et proches de 1% dans le réflecteur (hors taux de collision). La méthode **SPH**, en particulier pour le cas de l'homogénéisation fine, présente des écarts insignifiants sur toutes les grandeurs.

Compte tenu des résultats corrects dans le combustible obtenus avec la méthode **FVW**, on peut se poser la question de l'intérêt d'une méthode **SPH** très gourmande en ressources informatiques pour la modélisation du cœur avec réflecteur. Il convient alors de rappeler que cette étude a été faite en abstraction de la problématique de condensation, dans le cas d'assemblages combustibles et d'assemblage réflecteur tous identiques. Dans un cas pratique, la phase d'homogénéisation intervient après le processus de condensation qui aura pour effet de modifier la nature et le comportement des milieux de chaque maille de calcul.

### V. Conclusion

Le processus d'homogénéisation développé dans ECCO ne permet pas d'effectuer des homogénéisations partielles. Le calcul des cœurs rapides dotés de réflecteur acier nécessite la prise en compte de l'effet du réflecteur dans le calcul réseau, ce qui rend les méthodes d'homogénéisation partielles nécessaires.

La méthode d'homogénéisation directe « flux-volume » par pondération des sections efficaces par le flux scalaire est la méthode de référence utilisée dans ECCO, appliquée à la totalité du domaine de modélisation. Dans le cadre de l'homogénéisation partielle, elle conduit à une non-conservation des taux de réaction. Ce problème est connu dans les cas à spectre thermique ; on a vu qu'il était aussi présent dans les cas à spectres rapides. Afin de corriger les sections homogénéisées, on applique usuellement une méthode d'équivalence. On s'est intéressé à la méthode d'équivalence SPH.

Après avoir explicité l'algorithme de la méthode SPH développée au sein du code PARIS, on a comparé cette méthode à la méthode directe sur différents cas. On a constaté que les biais introduits par la méthode directe sur les taux de réactions dans le combustible étaient généralement acceptables. La méthode SPH, très couteuse en temps de calcul, permet d'améliorer le calcul de la réactivité et des taux de réactions, en particulier dans les milieux non multiplicateurs sur lesquels la méthode directe pêche.

Enfin, on remarquera qu'il convient d'effectuer la même étude en introduisant la problématique de condensation qui conduit à un effet important d'inhomogénéité au sein du combustible et du réflecteur (et plus généralement des différents milieux non multiplicateurs possibles). C'est l'objet du chapitre suivant, portant sur la modélisation d'un cœur avec réflecteur réaliste : ZONA2B.



## CHAPITRE C : CAS D'APPLICATION – ZONA2B

### I. Introduction

On dispose à présent de méthodes de condensation et de méthodes d'homogénéisation capables a priori de réaliser un calcul réseau complet pour la modélisation des cœurs rapides avec réflecteur acier.

Afin de déterminer les performances de différentes voies de modélisation de ces cœurs, on s'intéresse à un problème particulier, le cœur expérimental ZONA2B réalisé dans MASURCA dans le cadre du programme CIRANO. Après avoir effectué un calcul réseau (en géométrie hétérogène, avec un découpage énergétique fin à 1968 groupes, hors autoprotection), on applique différentes méthodes de condensation et différentes voies d'homogénéisation partielles. On obtient alors un jeu de sections condensées et homogénéisées qu'il s'agit d'appliquer dans des calculs cœur représentatifs de ZONA2B. On s'intéressera à une version simplifiée à deux dimensions cartésiennes XY représentant une tranche axiale de ce cœur. Les résultats obtenus sont alors comparés à des calculs de référence TRIPOLI à 1968 groupes.

L'objectif final est de proposer une ou des voies de modélisation efficaces et générales des cœurs rapides expérimentaux ou de puissance disposant de réflecteur acier.

## II. Phase réseau : condensation + homogénéisation

La problématique de l'autoprotection n'est pas traitée : tous les calculs sont effectués avec les sections en dilution infinie à 1968 groupes disponibles dans la bibliothèque d'ERANOS.

### 1) Modélisation réseau : tranche radiale hétérogène à 1968 groupes

Les expériences basées sur le cœur ZONA2B portent particulièrement sur l'effet du remplacement des couvertures fertiles par des réflecteurs en acier. Sa géométrie est approximativement cylindrique. La partie combustible<sup>1</sup> possède un rayon moyen de 44.78cm et une hauteur de 60.96cm. La partie réflecteur possède une épaisseur moyenne radiale de 27.72cm et une épaisseur moyenne axiale de 39.84cm. Au-delà du réflecteur, on trouve un milieu écran constitué d'acier : on peut considérer que les dimensions de ce milieu peuvent être approchées avec un impact faible sur le reste du cœur.

On s'intéresse dans un premier temps à la modélisation à deux dimensions de ce cœur, dans le plan XY, sans se préoccuper des effets de fuites axiales : on n'introduit donc pas de modèle de fuites.

#### *a) L'interface combustible-réflecteur de ZONA2B*

Le problème à résoudre lors de la phase réseau doit être suffisamment représentatif du problème global. On a vu que pour effectuer une condensation correcte, il était nécessaire de prendre en compte explicitement l'interface combustible-réflecteur. Ainsi, on modélise la géométrie illustrée en Figure 84.

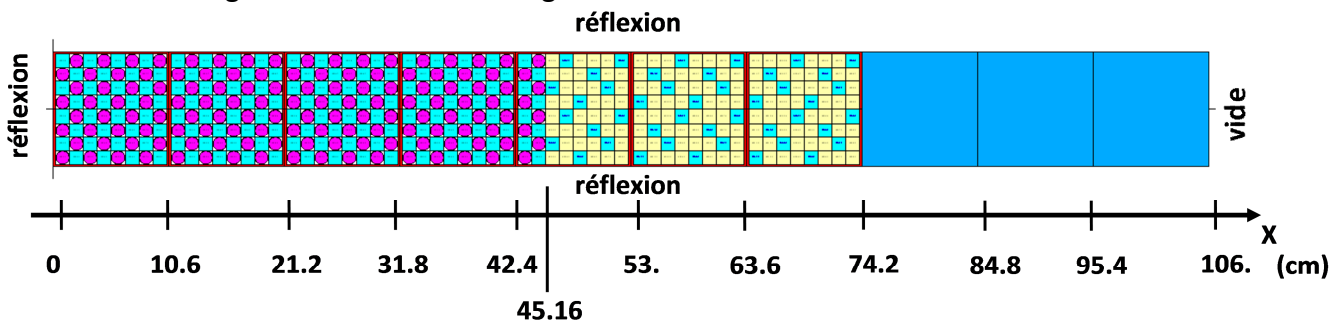


Figure 84 : Illustration du calcul réseau ZONA2B

On s'intéresse donc à une tranche radiale du cœur ZONA2B pour laquelle la zone combustible a une épaisseur de 45.16cm et la zone réflecteur a une épaisseur de 29.04cm. Le problème est décrit de manière hétérogène : les 4 premiers assemblages sont des assemblages ZONA2, le 5<sup>ème</sup> est un assemblage mixte combustible-réflecteur, et le 6<sup>ème</sup> et 7<sup>ème</sup> sont des assemblages réflecteurs. Au-delà, on modélise une trentaine de centimètres d'écran radial en acier.

On applique des conditions limites de réflexion sur les frontières du domaine, sauf sur la frontière  $y=106$  cm où on applique une condition de vide.

<sup>1</sup> Il existe deux versions du cœur ZONA2B légèrement différentes, voir [LEBRAT]

On remarque que cette géométrie n'est pas tout à fait représentative d'un cœur cylindrique vis-à-vis des fuites transversales (dirigées selon Y) : l'introduction d'un modèle de fuites permettrait a priori de corriger cette approximation.

### b) Grandeurs de référence

Dans les différents calculs, on s'intéressera aux grandeurs significatives suivantes :

- le coefficient de multiplication effectif :  $k_{eff}$
- le courant à 1 groupe moyen à l'interface combustible-réflecteur :

$$J_{Interface} = \frac{\int_{Interface} \sum_g \sqrt{\phi_{1g}^{-1}(\vec{r})^2 + \phi_{1g}^1(\vec{r})^2} d^2r}{\int_{Interface} 1 d^2r}$$

- le flux à 1 groupe intégré sur les zones M :

$$\phi_M = \int \sum_M \phi_g(\vec{r}) d^3r$$

- les taux de réactions à 1 groupe intégrés<sup>1</sup> sur les zones M :

$$T_{RM} = \int \sum_M \Sigma_{g,R}(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) d^3r$$

Dans un premier temps, on effectue une normalisation des différentes grandeurs telle que le flux condensé à 1 groupe intégré sur le domaine combustible et réflecteur vaille  $100 \text{ cm.s}^{-1}$

### c) Modélisation approchée des assemblages combustibles avec SNATCH

On a vu l'importance de l'anisotropie spectrale du flux lors de la phase de condensation. Cette information est difficile à obtenir avec le code TRIPOLI. Ainsi, on choisit d'utiliser le solveur SN SNATCH pour effectuer le calcul réseau.

Dans le code SNATCH, il n'est possible de modéliser que des géométries selon un maillage structuré.

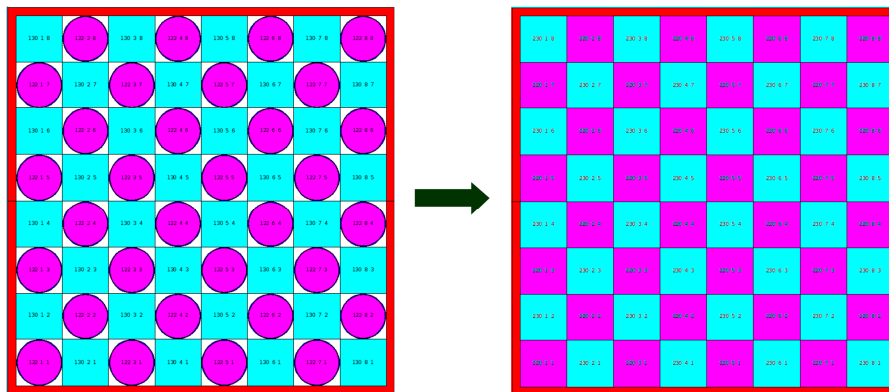


Figure 85 : Approximations de modélisation de l'assemblage combustible ZONA2

<sup>1</sup> En dehors du calcul de taux de collisions, on utilise les sections microscopiques issues de la bibliothèque 1968 groupes d'ECCO :  $\Sigma_{g,R}(\vec{r}) = 10^{24} \cdot \sigma_{g,R}(\vec{r})$

Les cellules carrées de combustibles constituées d'une réglette cylindrique contenant un mélange d'oxyde d'Uranium et de Plutonium dans une gaine d'acier, ne peuvent donc pas être modélisées sans approximation. Avec le solveur SNATCH, on choisit de modéliser des cellules combustibles carrées contenant un milieu homogénéisé de même composition que les cellules réalistes (Figure 85).

Afin de valider le calcul réseau effectué avec SNATCH, on le compare à des calculs de référence stochastique TRIPOLI.

Le calcul de référence est un calcul TRIPOLI multigroupe dans lequel la géométrie des assemblages ZONA2 n'est pas approchée. Afin d'estimer l'impact de l'homogénéisation des cellules combustibles, on effectue un calcul TRIPOLI multigroupe avec la géométrie structurée. Le calcul réalisé avec SNATCH utilise une méthode aux éléments finis discontinus (sur une base d'ordre 1), une discrétisation angulaire S4 et assure la convergence du flux, de la source et du coefficient de multiplication à  $10^{-5}$ .

Le  $k_{eff}$  de référence est 1.44768  
L'erreur statistique relative est de 13pcm

Méthode	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
TRIPOLI STRUCTUREE	-42.8
SNATCH STRUCTUREE	-95.0

On peut constater que les écarts sur la réactivité entre les différentes modélisations sont particulièrement ténus. On peut d'ores et déjà en déduire que l'effet d'hétérogénéité des cellules combustibles est globalement faible sur la source de fission, le taux d'absorption et le courant de fuite.

Chacun des domaines  $M \in \{1, 2, \dots, 7\}$  correspond au 1<sup>er</sup>, 2<sup>ème</sup>, ..., 7<sup>ème</sup> assemblage MASURCA.

Valeurs de référence TRIPOLI - NON STRUCTUREE							
	M=1	M=2	M=3	M=4	M=5	M=6	M=7
$\phi_M$	21.13	20.01	17.90	15.04	11.82	8.49	5.61
$T_{fiss}^{Pu239}_M$	36.25	34.39	30.96	27.26	39.86	57.33	52.22
$T_{capt}^{U238}_M$	5.54	5.28	4.84	4.66	21.72	45.48	44.66
$T_{fiss}^{U238}_M$	1.15	1.08	0.95	0.75	0.34	0.08	0.02
$T_{capt}^{B10}_M$	48.84	46.58	42.89	42.37	91.99	156.8	153.3

L'écart statistique sur ces grandeurs est généralement inférieur à 0.05%, il peut atteindre 0.2% pour la capture et la fission de l'Uranium 238 à l'interface combustible-réflecteur et dans le réflecteur.



	Ecart relatifs % TRIPOLI - STRUCTUREE								Ecart relatifs % SNATCH - STRUCTUREE						
	M=1	M=2	M=3	M=4	M=5	M=6	M=7		M=1	M=2	M=3	M=4	M=5	M=6	M=7
$\phi_M$	0.20	0.20	0.08	-0.15	-0.31	-0.27	-0.27	$\phi_M$	0.26	0.24	0.07	-0.24	-0.44	-0.18	-0.21
$T_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	0.10	0.07	-0.09	-0.71	-1.02	-0.56	-0.30	$T_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	0.27	0.23	0.01	-0.78	-1.03	-0.33	-0.18
$T_{capt}^{U\ 238}_M$	-0.39	-0.44	-0.85	-4.07	-2.19	-0.59	-0.30	$T_{capt}^{U\ 238}_M$	-0.43	-0.49	-1.04	-4.84	-2.58	-0.53	-0.34
$T_{fiss}^{U\ 238}_M$	0.48	0.47	0.46	0.23	0.01	0.08	-0.29	$T_{fiss}^{U\ 238}_M$	0.52	0.52	0.41	-0.29	0.56	0.55	-1.94
$T_{capt}^{B10}_M$	-0.08	-0.16	-0.43	-1.22	-1.04	-0.67	-0.36	$T_{capt}^{B10}_M$	0.33	0.24	-0.11	-1.20	-1.18	-0.58	-0.34

Les écarts observés entre les deux calculs TRIPOLI révèlent des écarts sur le flux à 1 groupe inférieurs à 0.3% dans tout le cœur. On constate que dans le cas de la géométrie approchée le gradient de flux est plus important : on peut en déduire que le courant de fuite est plus important aussi. Sur les taux de réaction à 1 groupe, les écarts sont inférieurs à 0.5% en moyenne sur les trois premiers assemblages. Ces écarts deviennent plus importants autour de l'interface sur les assemblages 4 à 6 et atteignent jusqu'à 4% pour la capture de l'Uranium 238.

On en déduit que l'approximation de modélisation de l'assemblage ZONA2 n'est pas sans conséquence. En effet, le faible écart de réactivité observé s'explique par une compensation de plusieurs effets concurrents : dans le cas approché les fuites sont augmentées, tandis que le spectre du flux est globalement plus rapide<sup>1</sup>. Il paraît donc a priori nécessaire de modéliser les cellules combustibles de façon exacte, ce qui implique le développement de solveurs de flux performants acceptant des maillages de calcul non structurés, ou encore des solveurs basés sur une méthode de probabilités de collisions directionnelles, une méthode des caractéristiques, ...

Avec la géométrie structurée, les écarts obtenus avec SNATCH sont très semblables à ceux obtenus avec TRIPOLI. En effet, les écarts sur les différentes grandeurs diffèrent seulement de moins de 0.3% dans le combustible et de quelques écarts statistiques dans le réflecteur. Le calcul réseau à 1968 groupes des assemblages ZONA2 approchés avec SNATCH est donc valide.

Pour la suite, on considèrera que le calcul à 1968 groupes en géométrie approchée effectué avec SNATCH constitue un calcul de référence au même titre que le calcul TRIPOLI.

<sup>1</sup> Défavorisant alors fortement les captures de l'Uranium 238 et dans une moindre mesure les fissions du Plutonium 239.

## 2) Méthodes de condensation

On réalise une condensation de 1968 groupes vers le découpage à 33 groupes d'ECCO.

On s'intéresse aux performances de quatre méthodes de condensation dont les dénominations sont définies exhaustivement dans le chapitre A :

- la méthode **F** de condensation par flux scalaire,
- la méthode **FA** de condensation par le flux angulaire,
- la méthode **MF** de condensation par les moments du flux à l'ordre 3,
- la méthode **MF+MMC** de condensation par les moments du flux à l'ordre 3 corrigée.

La méthode de référence est le calcul réseau à 1968 groupes réalisé avec SNATCH. On s'intéresse :

- au coefficient de multiplication effectif :  $k_{eff}$
- au courant moyen à l'interface cœur-réacteur :  $J_{Interface}$
- aux flux à 1 groupe intégré sur la zone M :  $\phi_M$
- aux indices de spectres moyens pour la zone M:

$$I_{RM} = \frac{T_{RM}}{T_{fiss}^{U235M}},$$

Les codes couleur employés sont définis dans les chapitres précédents.

	Méthode	$k_{eff}$	$J_{Interface}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	1.44630	5.983E-03
Ecart relatifs pcm / %	F	173.0	-2.66
	FA	2.7	0.08
	MF	-21.8	0.22
	MF+MMC	-22.0	0.22

<b>M = COMBUSTIBLE</b>						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{fiss}^{Pu239M}$	$I_{capt}^{U238M}$	$I_{fiss}^{U238M}$	$I_{capt}^{B10M}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	77.56	9.675E-1	1.530E-1	2.910E-2	1.382E+0
Ecart relatifs %	F	-0.62	-0.07	0.12	-0.30	0.17
	FA	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01
	MF	-0.03	0.02	-0.03	0.05	-0.03
	MF+MMC	-0.03	0.02	-0.03	0.05	-0.03

<i>M</i> = REFLECTEUR						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$I_{capt}^{U\ 238}_M$	$I_{fiss}^{U\ 238}_M$	$I_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence					
	1968 groupes	22.44	1.070E+0	8.266E-1	2.232E-3	2.915E+0
	F	2.14	-0.06	0.14	-3.24	0.06
	FA	0.01	-0.02	-0.05	0.00	-0.04
	MF	0.10	0.00	0.06	-0.39	0.05
	MF+MMC	0.10	0.00	0.06	-0.39	0.05

Les écarts observés sont bien plus faibles que ceux obtenus dans le cas de cœur avec réflecteur<sup>1</sup> lors d'un passage d'un découpage à 33 groupes à un découpage à 2 groupes. Néanmoins, entre eux, les différents modèles de condensation se comportent de manière semblable. En effet, avec la méthode **FA**, toutes les grandeurs considérées sont conservées. Les méthodes **MF** et **MMC** ne présentent pas de différences notables et permettent une très bonne conservation des grandeurs. La méthode **F** de condensation par le flux scalaire permet une conservation des indices de spectres tout à fait satisfaisante, mais le courant d'interface est sous-estimé de plus 2%, ce qui conduit à un écart sur la réactivité de 173pcm.

### 3) Méthodes d'homogénéisation

La phase de condensation, bien qu'essentielle, n'est qu'une étape dans la production de données macroscopiques légères destinées à l'utilisation dans un calcul cœur. En effet, après avoir effectué la phase de condensation, on obtient autant de jeux de sections efficaces que de mailles de calcul! En termes de poids informatique, on peut par exemple caractériser les sections efficaces vis-à-vis du nombre de valeurs réelles nécessaires pour les décrire dans le cadre du cas étudié présentement :

	Sections Fines			
	Dépendance énergétique	Dépendance angulaire	Dépendance spatiale	Nombre de valeurs réelles
$\Sigma_{t,g}(\vec{r})$	1968	1	5	$\approx 60.10^6$
$\Sigma_{s\ l,g'\rightarrow g}(\vec{r})$	1968×1968	2	5	
$\chi \nu \Sigma_{f,,g'\rightarrow g}(\vec{r})$	1968×1968	1	5	

Pour effectuer la phase réseau, il est nécessaire de réserver en mémoire vive la place de 60 millions de valeurs 'double précision'<sup>2</sup>, ce qui se traduit par près de 500 Mégaoctets sur une architecture 32 bits.

<sup>1</sup> Voir chapitre A, paragraphe **A.V.4).b)**

<sup>2</sup> Les matrices de diffusion étant quasiment triangulaires, il existe des optimisations.

	Sections après Condensation			
	Dépendance énergétique	Dépendance angulaire	Dépendance spatiale	Nombre de valeurs réelles
$\Sigma_{t,g}(\vec{r})$	33	1 à 3	1000	$\approx 5.10^6$
$\Sigma_{sl,g' \rightarrow g}(\vec{r})$	33×33	3	1000	
$\chi \nu \Sigma_{f,g' \rightarrow g}(\vec{r})$	33×33	1	1000	

Après la phase de condensation, l’empreinte mémoire des sections efficaces a été divisée par 10. Ceci n’est pas suffisant si l’on souhaite effectuer des manipulations rapides sur ces objets.

	Sections après Homogénéisation			
	Dépendance énergétique	Dépendance angulaire	Dépendance spatiale	Nombre de valeurs réelles
$\Sigma_{t,g}(\vec{r})$	33	1 à 3	3 à 5	Au plus $55.10^3$
$\Sigma_{sl,g' \rightarrow g}(\vec{r})$	33×33	3	3 à 5	
$\chi \nu \Sigma_{f,g' \rightarrow g}(\vec{r})$	33×33	1	3 à 5	

A l’issue de la phase d’homogénéisation, l’empreinte mémoire des données est devenue négligeable, elle a été divisée par 1000. La phase d’homogénéisation est donc une phase cruciale dans le processus de compaction des sections efficaces.

*a) Dans le cas de sections non conventionnelles*

Dans le chapitre B, la phase d’homogénéisation a été traitée en dehors de la problématique de la condensation. A présent, les sections condensées qu’on cherche à homogénéiser n’ont pas toujours une forme conventionnelle. Par exemple, la méthode de condensation **FA** produit une section totale dont le caractère anisotrope doit être préservé lors de l’homogénéisation.

Pour les sections non conventionnelles, on choisit les règles d’homogénéisation suivantes :

Homogénéisation Flux-Volume	
$\Sigma_{t,I,g}^*(\vec{\Omega}) = \frac{\int_I \Sigma_{t,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi_g^*(\vec{r}) d^3 r}{\int_I \phi_g^*(\vec{r}) d^3 r}$	$\Sigma_{sl\ I,g' \rightarrow g}^{*m} = \frac{\int_I \Sigma_{sl,g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_{g'}^*(\vec{r}) d^3 r}{\int_I \phi_{g'}^*(\vec{r}) d^3 r}$
Equivalence SPH	
$\Sigma_{t,I,g}(\vec{\Omega}) = \mu_{I,g} \Sigma_{t,I,g}^*(\vec{\Omega})$	<p>Pour <math>l=0</math> : <math>\Sigma_{s0I,g' \rightarrow g}^0 = \mu_{I,g} \Sigma_{s0I,g' \rightarrow g}^{*0}</math></p> <p>Pour <math>l&gt;0</math> : <math>\Sigma_{sl\ I,g' \rightarrow g}^m = \Sigma_{sl\ I,g' \rightarrow g}^{*m}</math></p>

La méthode SPH est légèrement modifiée. Le problème homogénéisé résolu est :

pour  $\vec{r} \in I$ , 
$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \tilde{\phi}_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \mu_{I,g} \Sigma_{t,I,g}^*(\vec{\Omega}) \tilde{\phi}_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \tilde{Q}_{I,g}(\vec{r}, \vec{\Omega})$$

*b) Homogénéisation selon différents jeux de régions*

Pour chaque méthode de condensation, on applique différentes méthodes d'homogénéisation : la méthode d'homogénéisation directe **FVW** et l'homogénéisation par méthode d'équivalence **SPH**<sup>1</sup>.

On définit aussi quatre jeux de régions d'homogénéisation illustrés par la Figure 86 :

- **A** : une homogénéisation par zones ; on obtient alors un jeu de sections par milieu : combustible, réflecteur et écran
- **B** : une homogénéisation raffinée à l'interface ; on obtient alors deux jeux de sections pour le milieu combustible (un pour x de 0cm à 31.8cm et un pour x de 31.8cm à 45.16cm), deux jeux de sections pour le milieu réflecteur (un pour x de 45.16cm à 53cm et un pour x de 53cm à 74.2cm) et une région pour l'écran.
- **C** : une homogénéisation fine à 7 régions; on obtient alors trois jeux de sections pour le milieu combustible, trois jeux de sections pour le milieu réflecteur et une région pour le milieu écran.
- **D** : une homogénéisation très raffinée à 18 régions; on obtient alors neuf jeux de sections pour le milieu combustible, six jeux de sections pour le milieu réflecteur et trois régions pour le milieu écran.

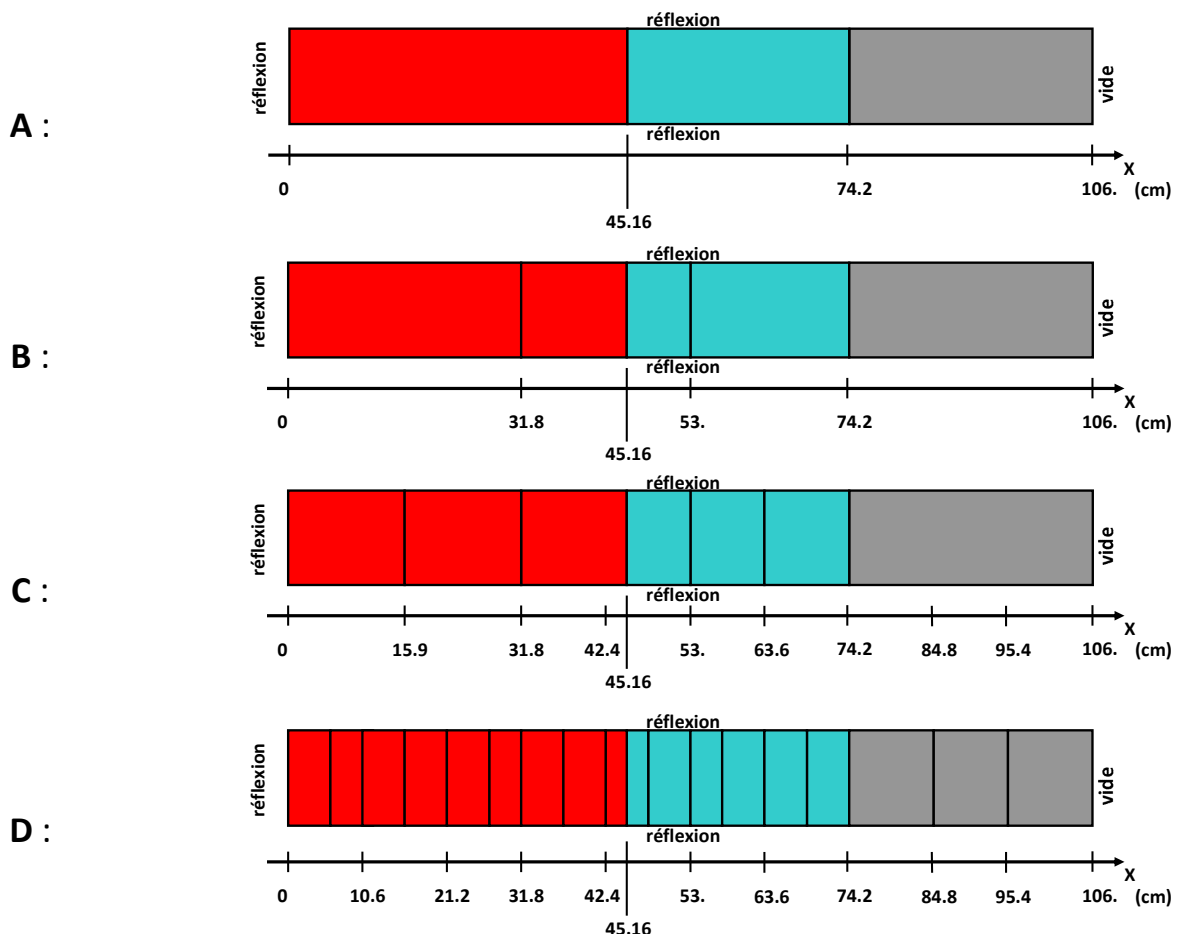


Figure 86 : Illustration des différents jeux de régions d'homogénéisation

<sup>1</sup> L'équivalence SPH est menée en 100 itérations maximum, avec un critère de convergence sur les taux de collisions à  $5 \cdot 10^{-5}$ .

Des jeux de régions particulièrement raffinés à l'interface combustible-réflecteur ont aussi été testés : la finesse des régions d'homogénéisation dans cette zone ne s'est pas révélée particulièrement influente. La définition des jeux **A**, **B**, **C** et **D** suit donc une simple règle de finesse croissante.

De façon à effectuer des comparaisons entre les différentes méthodes d'homogénéisation, on préfère s'intéresser au taux de collision (dont la conservation est l'objet de ces méthodes) plutôt qu'au flux. On effectue une normalisation des différentes grandeurs de telle sorte que le taux de collision condensé à 1 groupe intégré sur le domaine combustible et réflecteur vaille  $100 \text{ s}^{-1}$

c) Résultats - cas de l'homogénéisation par zones **A**

	Méthode	$k_{eff}$	$J_{Interface}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	1.44630	2.216E-2
Ecart relatifs pcm / %	F/FVW-A	202.0	-3.59
	FA/FVW-A	-235.0	2.94
	MF/FVW-A	-18.4	-0.86
	MF+MMC/FVW-A	-2.2	-0.96
	F/SPH-A	28.0	-0.09
	FA/SPH-A	-28.2	1.06
	MF/SPH-A	-1.1	-0.04
	MF+MMC/SPH-A	41.5	-0.29

<i>M = COMBUSTIBLE</i>						
	Méthode	$T_M$	$I_{Pu239M}^{fiss}$	$I_{U238M}^{capt}$	$I_{U238M}^{fiss}$	$I_{B10M}^{capt}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	66.00	9.675E-1	1.530E-1	2.910E-2	1.382E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-A	-1.11	-0.09	0.13	-0.41	0.19
	FA/FVW-A	0.49	0.06	-0.08	0.34	-0.14
	MF/FVW-A	-0.77	-0.03	0.04	-0.08	0.06
	MF+MMC/FVW-A	-0.72	-0.03	0.04	-0.09	0.06
	F/SPH-A	0.06	0.01	-0.01	0.04	-0.02
	FA/SPH-A	0.74	0.02	-0.03	0.07	-0.09
	MF/SPH-A	0.01	0.00	0.00	0.00	-0.01
	MF+MMC/SPH-A	0.05	0.00	0.00	0.05	-0.01

$M = \text{REFLECTEUR}$						
	Méthode	$T_M$	$I_{Pu239_M}^{fiss}$	$I_{U238_M}^{capt}$	$I_{U238_M}^{fiss}$	$I_{B10_M}^{capt}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	34.00	1.070E+0	8.266E-1	2.232E-3	2.915E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-A	2.15	0.02	0.20	-3.05	0.16
	FA/FVW-A	-0.94	-0.22	-1.03	1.89	-0.76
	MF/FVW-A	1.50	0.01	-0.01	-1.60	0.06
	MF+MMC/FVW-A	1.40	0.01	-0.01	-1.53	0.06
	F/SPH-A	-0.12	-0.01	-0.04	-0.40	-0.01
	FA/SPH-A	-1.43	-0.24	-1.00	2.44	-0.78
	MF/SPH-A	-0.02	0.01	0.00	0.03	0.02
	MF+MMC/SPH-A	-0.09	0.00	-0.01	-0.41	0.01

Les écarts sur la réactivité résultent de la combinaison de deux effets antagonistes : une surévaluation du courant est compensée par une surévaluation du flux (proportionnel au taux de collision) dans la zone combustible (de même pour une sous-évaluation).

Ainsi, avec la méthode d'homogénéisation directe **FVW**, on peut constater que la sous-estimation proche de 1% sur le courant compense la sous-estimation de 0.80% sur le flux dans la zone combustible pour les méthodes **MF** et **MF+MMC** : l'écart sur la réactivité devient alors négligeable. Dans le cas des méthodes **F** et **FA**, les forts écarts sur le courant sont faiblement compensés et entraînent des écarts sur la réactivité supérieurs à 200pcm.

Lorsqu'une équivalence **SPH** est effectuée, les différentes grandeurs d'importance présentent des écarts faibles, en dehors de la méthode **FA** dans la zone réflecteur.

Plus généralement, les indices de spectres dans la zone combustible sont très bien calculés. Dans la zone réflecteur, on observe des écarts variés.

*d) Résultats - cas d'un jeu de régions raffinées à l'interface B*

	Méthode	$k_{eff}$	$J_{Interface}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	1.44630	2.216E-2
Ecart relatifs pcm / %	F/FVW-B	216.8	-3.52
	FA/FVW-B	-79.9	1.87
	MF/FVW-B	19.9	-0.36
	MF+MMC/FVW-B	27.9	-0.40
	F/SPH-B	13.5	-0.19
	FA/SPH-B	-26.7	0.83
	MF/SPH-B	2.5	-0.06
	MF+MMC/SPH-B	-0.5	-0.01

<i>M</i> = COMBUSTIBLE						
	Méthode	$T_M$	$I_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$I_{U\ 238\ M}^{capt}$	$I_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$I_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	66.00	9.675E-1	1.530E-1	2.910E-2	1.382E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-B	-1.01	-0.08	0.11	-0.35	0.14
	FA/FVW-B	0.91	0.04	-0.07	0.17	-0.16
	MF/FVW-B	-0.13	0.00	-0.01	-0.01	-0.04
	MF+MMC/FVW-B	-0.11	0.00	-0.01	-0.01	-0.04
	F/SPH-B	0.02	0.00	0.00	-0.02	-0.01
	FA/SPH-B	0.53	0.02	-0.03	0.07	-0.09
	MF/SPH-B	0.02	0.00	0.00	0.00	-0.02
	MF+MMC/SPH-B	0.04	0.00	0.00	0.01	-0.02

<i>M</i> = REFLECTEUR						
	Méthode	$T_M$	$I_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$I_{U\ 238\ M}^{capt}$	$I_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$I_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	34.00	1.070E+0	8.266E-1	2.232E-3	2.915E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-B	1.95	0.08	0.39	-3.49	0.29
	FA/FVW-B	-1.77	-0.10	-0.76	2.44	-0.56
	MF/FVW-B	0.26	0.14	0.32	-0.86	0.29
	MF+MMC/FVW-B	0.21	0.15	0.32	-0.84	0.29
	F/SPH-B	-0.04	-0.01	-0.04	0.06	-0.02
	FA/SPH-B	-1.03	-0.20	-0.78	1.35	-0.60
	MF/SPH-B	-0.04	0.01	-0.02	0.06	0.00
	MF+MMC/SPH-B	-0.07	0.01	-0.01	0.09	0.00

Avec l'homogénéisation **FVW**, la méthode **F** conduit à des écarts similaires à ceux obtenus par l'homogénéisation par zone **A**. Pour les autres méthodes de condensation, les écarts sont généralement réduits par rapport à la configuration **A**, en particulier la méthode **FA/FVW** qui présente un écart de réactivité de 80pcm.

Avec une équivalence **SPH**, les différents écarts deviennent négligeables, sauf pour la méthode **FA** pour laquelle des écarts modérés persistent sur les grandeurs les plus importantes.



e) Résultats - cas d'un jeu de régions fines C

	Méthode	$k_{eff}$	$J_{Interface}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	1.44630	2.216E-2
Ecart relatifs pcm / %	F/FVW-C	218.5	-3.51
	FA/FVW-C	-60.0	1.68
	MF/FVW-C	29.6	-0.38
	MF+MMC/FVW-C	31.4	-0.39
	F/SPH-C	35.0	-0.42
	FA/SPH-C	-31.3	0.85
	MF/SPH-C	9.5	-0.12
	MF+MMC/SPH-C	6.2	-0.08

<i>M = COMBUSTIBLE</i>						
	Méthode	$T_M$	$I_{fiss}^{Pu\ 239\ M}$	$I_{capt}^{U\ 238\ M}$	$I_{fiss}^{U\ 238\ M}$	$I_{capt}^{B10\ M}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	66.00	9.675E-1	1.530E-1	2.910E-2	1.382E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-C	-0.99	-0.08	0.11	-0.35	0.13
	FA/FVW-C	0.93	0.04	-0.07	0.14	-0.16
	MF/FVW-C	-0.09	0.00	-0.01	-0.01	-0.05
	MF+MMC/FVW-C	-0.08	0.00	-0.01	-0.01	-0.05
	F/SPH-C	0.00	0.00	0.01	-0.04	-0.01
	FA/SPH-C	0.51	0.02	-0.03	0.07	-0.09
	MF/SPH-C	0.01	0.00	0.00	0.00	-0.03
	MF+MMC/SPH-C	0.02	0.01	0.00	0.00	-0.03

<i>M</i> = REFLECTEUR						
	Méthode	$T_M$	$I_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$I_{U\ 238\ M}^{capt}$	$I_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$I_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	34.00	1.070E+0	8.266E-1	2.232E-3	2.915E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-C	1.93	0.06	0.39	-3.44	0.28
	FA/FVW-C	-1.81	-0.12	-0.77	2.57	-0.59
	MF/FVW-C	0.17	0.13	0.32	-0.77	0.28
	MF+MMC/FVW-C	0.16	0.13	0.32	-0.77	0.28
	F/SPH-C	0.01	0.00	-0.02	-0.02	0.00
	FA/SPH-C	-0.98	-0.18	-0.73	1.25	-0.57
	MF/SPH-C	-0.03	0.00	-0.01	0.04	0.00
	MF+MMC/SPH-C	-0.04	0.00	-0.01	0.03	0.00

Cette configuration **C** conduit à des écarts très proches de ceux obtenus avec la méthode **B**.

*f) Résultats - cas d'un jeu de régions très fines D*

	Méthode	$k_{eff}$	$J_{Interface}$
Valeurs	Référence 1968 groupes	1.44630	2.216E-2
Ecart relatifs <i>pcm</i> / %	F/FVW-D	228.1	-3.44
	FA/FVW-D	13.0	0.25
	MF/FVW-D	34.8	-0.18
	MF+MMC/FVW-D	34.9	-0.18
	F/SPH-D	91.1	-1.05
	FA/SPH-D	5.7	0.14
	MF/SPH-D	36.3	-0.33
	MF+MMC/SPH-D	36.3	-0.32

<i>M = COMBUSTIBLE</i>						
	Méthode	$T_M$	$I_{fiss}^{Pu239}_M$	$I_{capt}^{U238}_M$	$I_{fiss}^{U238}_M$	$I_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence 1968 groupes	66.00	9.675E-1	1.530E-1	2.910E-2	1.382E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-D	-0.96	-0.07	0.11	-0.30	0.14
	FA/FVW-D	0.24	0.01	-0.03	0.07	-0.08
	MF/FVW-D	-0.01	0.02	-0.03	0.05	-0.05
	MF+MMC/FVW-D	-0.01	0.02	-0.03	0.05	-0.05
	F/SPH-D	-0.06	-0.02	0.03	-0.13	0.02
	FA/SPH-D	0.11	0.01	-0.01	0.01	-0.04
	MF/SPH-D	0.01	0.00	0.00	-0.04	-0.01
	MF+MMC/SPH-D	0.02	0.00	0.00	-0.03	-0.02

<i>M = REFLECTEUR</i>						
	Méthode	$T_M$	$I_{fiss}^{Pu239}_M$	$I_{capt}^{U238}_M$	$I_{fiss}^{U238}_M$	$I_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	Référence 1968 groupes	34.00	1.070E+0	8.266E-1	2.232E-3	2.915E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-D	1.87	0.05	0.45	-3.93	0.28
	FA/FVW-D	-0.47	0.05	0.09	-1.02	0.05
	MF/FVW-D	0.02	0.11	0.37	-1.13	0.26
	MF+MMC/FVW-D	0.02	0.11	0.37	-1.13	0.26
	F/SPH-D	0.12	0.02	0.08	-0.34	0.06
	FA/SPH-D	-0.20	-0.04	-0.11	-0.82	-0.10
	MF/SPH-D	-0.02	0.01	0.01	-0.03	0.01
	MF+MMC/SPH-D	-0.04	0.02	0.05	-0.06	0.04

Avec la configuration **D**, les régions d'homogénéisation sont si fines que les méthodes **FA**, **MF** et **MF+MMC** permettent une bonne conservation de toutes les grandeurs avec ou sans équivalence.

#### *g) Conclusions*

On retient que les méthodes **F**, **MF** et **MF+MMC** sont assez peu sensibles au raffinement radial de l'homogénéisation, contrairement à la méthode **FA**. Les homogénéisations par équivalence **SPH** permettent généralement d'améliorer les performances en particulier dans le réflecteur. La méthode **MF+MMC/SPH-A** se distingue par le fait qu'elle conduit à la production de sections conventionnelles par zone d'usage très simple dans la phase cœur. Enfin, il est à noter que les définitions des régions d'homogénéisation peuvent être optimisées (selon une méthode à définir).

### III. Du Réseau au Cœur

Les sections condensées et homogénéisées produites par la phase réseau représentent les milieux d'un cœur. Il convient alors de respecter certaines règles pour affecter les bonnes sections aux bonnes mailles de calcul. Si on peut intuitivement établir des relations entre les sections issues des voies de condensation **F** et **MF+MMC**, les sections non conventionnelles issues des méthodes **FA** et **MF** doivent être traitées de manière particulière.

#### 1) Relation entre Calcul Réseau et Calcul Cœur

La première qualité d'un calcul réseau est sa représentativité du calcul cœur. Ceci peut se traduire par la capacité de déduire le flux fin régnant dans le cœur :  $\phi_{g_C}(\vec{r}, \vec{\Omega})$  à partir du flux calculé dans la phase Réseau :  $\phi_{g_R}(\vec{r}, \vec{\Omega})$ .

Dans le cas d'étude présent, on fait l'hypothèse que le 'flux cœur' peut être reconstruit par simple rotation du 'flux réseau'.

En coordonnées cylindrique,  $\vec{r}(r, \theta)$  :

$$\phi_{g_C}(r, \theta, \vec{\Omega}) = \phi_{g_R}(r, R_{-\theta}(\vec{\Omega}))$$

Où  $R_{-\theta}(\vec{\Omega})$  est la direction obtenue par la rotation de  $\vec{\Omega}$  d'un angle  $-\theta$  et d'axe  $\vec{z}$

L'emploi des harmoniques sphériques réelles étant classique pour la représentation angulaire des variables, on explicite jusqu'à  $l = 2$  ces dernières :

$$\text{En considérant : } \vec{\Omega} \begin{pmatrix} \eta \\ \xi \\ \mu \end{pmatrix}, \quad R_0^0(\vec{\Omega}) = 1 \quad \begin{matrix} R_1^1(\vec{\Omega}) = \eta \\ R_1^{-1}(\vec{\Omega}) = \xi \\ R_1^0(\vec{\Omega}) = \mu \end{matrix} \quad \begin{matrix} R_2^{-2}(\vec{\Omega}) = \sqrt{3}\xi\eta \\ R_2^0(\vec{\Omega}) = \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1) \\ R_2^2(\vec{\Omega}) = \frac{\sqrt{3}}{2}(\eta^2 - \xi^2) \\ R_2^{-1}(\vec{\Omega}) = \sqrt{3}\xi\mu \\ R_2^1(\vec{\Omega}) = \sqrt{3}\mu\eta \end{matrix}$$

L'opération de rotation de  $\vec{\Omega}$  conduit à :

$$R_{-\theta}(\vec{\Omega}) = \vec{\Omega}' \begin{pmatrix} a\eta + b\xi \\ -b\eta + a\xi \\ \mu \end{pmatrix} \quad \text{avec } a = \cos(\theta) \text{ et } b = \sin(\theta)$$

Les expressions des harmoniques sphériques pour cette direction sont (jusqu'à  $l = 2$ ) :

$$\begin{matrix} R_1^{-1}(\vec{\Omega}') = -bR_1^1(\vec{\Omega}) + aR_1^{-1}(\vec{\Omega}) & R_2^{-2}(\vec{\Omega}') = (2a^2 - 1)R_2^{-2}(\vec{\Omega}) - 2abR_2^2(\vec{\Omega}) \\ R_1^1(\vec{\Omega}') = aR_1^1(\vec{\Omega}) + bR_1^{-1}(\vec{\Omega}) & R_2^0(\vec{\Omega}') = R_2^0(\vec{\Omega}) \\ R_0^0(\vec{\Omega}') = 1 = R_0^0(\vec{\Omega}) & R_2^2(\vec{\Omega}') = (2a^2 - 1)R_2^2(\vec{\Omega}) + 2abR_2^{-2}(\vec{\Omega}) \\ R_1^0(\vec{\Omega}') = \mu & R_2^{-1}(\vec{\Omega}') = aR_2^{-1}(\vec{\Omega}) - bR_2^1(\vec{\Omega}) \\ & R_2^1(\vec{\Omega}') = bR_2^{-1}(\vec{\Omega}) + aR_2^1(\vec{\Omega}) \end{matrix}$$

Il est alors possible d'écrire les relations entre les moments du 'flux cœur' et ceux du 'flux réseau' par orthogonalité des harmoniques sphériques. On se limite ici à l'ordre  $l=2$ , en n'exprimant pas les moments d'harmoniques impaires (à 2 dimensions, ils sont nuls).

$$\begin{aligned}\phi_{0\ g_C}^0(r, \theta) &= \phi_{0\ g_R}^0(r) \\ \phi_{1\ g_C}^{-1}(r, \theta) &= a\phi_{1\ g_R}^{-1}(r) + b\phi_{1\ g_R}^1(r) \\ \phi_{1\ g_C}^1(r, \theta) &= -b\phi_{1\ g_R}^{-1}(r) + a\phi_{1\ g_R}^1(r) \\ \phi_{2\ g_C}^{-2}(r, \theta) &= (2a^2 - 1)\phi_{2\ g_R}^{-2}(r) + 2ab\phi_{2\ g_R}^2(r) \\ \phi_{2\ g_C}^0(r, \theta) &= \phi_{2\ g_R}^0(r) \\ \phi_{2\ g_C}^2(r, \theta) &= (2a^2 - 1)\phi_{2\ g_R}^2(r) - 2ab\phi_{2\ g_R}^{-2}(r)\end{aligned}$$

L'expression du flux fin dans le cœur permet alors, selon la méthode de condensation employée, de déterminer les opérations à effectuer pour affecter les sections condensées et homogénéisées. Pour cela, il est fait l'hypothèse d'une invariance par rotation des sections en groupes fins dans le cœur :

$$\Sigma_{X, g_C}(r, \theta) = \Sigma_{X, g_R}(r)$$

## 2) Méthode F

Appliquée sur un calcul cœur en groupes fins, la méthode de condensation par le flux scalaire conduit aux règles suivantes :

$\Sigma_{t\ g_C}(r, \theta) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t\ g_C}(r, \theta) \phi_{0\ g_C}^0(r, \theta)}{\sum_{g \in G} \phi_{0\ g_C}^0(r, \theta)}$	$\Sigma_{s, l, G' \rightarrow G_C}(r, \theta) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s, l, g' \rightarrow g_C}(r, \theta) \phi_{0\ g'_C}^0(r, \theta)}{\sum_{g' \in G'} \phi_{0\ g'_C}^0(r, \theta)}$
$\chi_{g_C}(r, \theta) = \sum_{g \in G} \chi_{g_C}(r, \theta)$	$v\Sigma_{f, G_C}(r, \theta) = \frac{\sum_{g \in G} v\Sigma_{f, g_C}(r, \theta) \phi_{0\ g_C}^0(r, \theta)}{\sum_{g \in G} \phi_{0\ g_C}^0(r, \theta)}$

Compte tenu de l'invariance du flux scalaire par rapport à  $\theta^1$ , les relations entre sections condensées et homogénéisées de la géométrie Réseau et celles de la géométrie Cœur sont triviales :

$\Sigma_{t\ g_C}(r, \theta) = \Sigma_{t\ g_R}(r)$	$\Sigma_{s, l, G' \rightarrow G_C}(r, \theta) = \Sigma_{s, l, G' \rightarrow G_R}(r)$
$\chi_{g_C}(r, \theta) = \chi_{g_R}(r)$	$v\Sigma_{f, G_C}(r, \theta) = v\Sigma_{f, G_R}(r)$

Avec les autres méthodes de condensation, les règles appliquées aux sections relatives à la production par fission  $\chi_{g_C}(r, \theta)$  et  $v\Sigma_{f, G_C}(r, \theta)$  sont identiques.

---

<sup>1</sup>  $\phi_{0\ g_C}^0(r, \theta) = \phi_{0\ g_R}^0(r)$

### 3) Méthode FA

Appliquée sur un calcul cœur en groupes fins, la méthode de condensation par le flux angulaire conduit aux règles suivantes :

$$\Sigma_{tGC}(r, \theta, \vec{\Omega}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{tgc}(r, \theta) \phi_{gc}(r, \theta, \vec{\Omega})}{\sum_{g \in G} \phi_{gc}(r, \theta, \vec{\Omega})} \quad \left| \quad \Sigma_{sl \ G' \rightarrow GC}^m(r, \theta) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{sl \ g' \rightarrow gc}(r, \theta) \phi_{l \ g'C}^m(r, \theta)}{\sum_{g' \in G'} \phi_{l \ g'C}^m(r, \theta)} \right.$$

#### a) Section totale

On peut écrire simplement :

$$\Sigma_{tGC}(r, \theta, \vec{\Omega}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{tgr}(r) \phi_{gr}(r, R_{-\theta}(\vec{\Omega}))}{\sum_{g \in G} \phi_{gr}(r, R_{-\theta}(\vec{\Omega}))} = \Sigma_{tGR}(r, R_{-\theta}(\vec{\Omega}))$$

En représentant la section totale et le flux sur une projection d'harmoniques sphériques symétriques par rapport au plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ , on écrit :

$$\sum_l \frac{2l+1}{2\pi} \sum_{\substack{m=-l \\ (l+m) \text{ pair}}}^{m=l} \Sigma_{tl \ GC}^m(r, \theta) R_l^m(\vec{\Omega}) = \sum_l \frac{2l+1}{2\pi} \sum_{\substack{m=-l \\ (l+m) \text{ pair}}}^{m=l} \Sigma_{tl \ GR}^m(r) R_l^m(R_{-\theta}(\vec{\Omega}))$$

Les règles de remplissage pour cette section sont donc les mêmes que celles explicitées pour la reconstruction du flux fin. Jusqu'à  $l = 2$ , on a :

$$\begin{aligned} \Sigma_{t0GC}^0(r, \theta) &= \Sigma_{t0GR}^0(r) \\ \Sigma_{t1GC}^{-1}(r, \theta) &= a \Sigma_{t1GR}^{-1}(r) + b \Sigma_{t1GR}^1(r) \\ \Sigma_{t1GC}^1(r, \theta) &= -b \Sigma_{t1GR}^{-1}(r) + a \Sigma_{t1GR}^1(r) \\ \Sigma_{t2GC}^{-2}(r, \theta) &= (a^2 - b^2) \Sigma_{t2GR}^{-2}(r) + 2ab \Sigma_{t2GR}^2(r) \\ \Sigma_{t2GC}^0(r, \theta) &= \Sigma_{t2GR}^0(r) \\ \Sigma_{t2GC}^2(r, \theta) &= -2ab \Sigma_{t2GR}^2(r) + (a^2 - b^2) \Sigma_{t2GR}^{-2}(r) \end{aligned}$$

La section totale dans le cœur n'est donc pas invariante par rotation. Toutefois, dans le cadre d'une modélisation spécifique de ZONA2B, et compte tenu du faible impact en mémoire de la section totale, on peut s'en accommoder.

#### b) Section de diffusion

Dans cette section, on s'intéresse à chaque degré de manière indépendante. Le calcul réseau ayant été effectué avec des sections de diffusion développées à l'ordre 1 sur la base des polynômes de Legendre, on se limite à  $l < 2$ .

- Pour  $l = 0$ , la règle de remplissage est simple :

$$\Sigma_{s0G' \rightarrow GC}^0(r, \theta) = \Sigma_{s0G' \rightarrow GR}^0(r)$$

- Pour  $l=1$ , on a :

$$\Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GC}^{-1}(r, \theta) = \frac{\sum_{g' \subset G'} \sum_{g \subset G} \Sigma_{s1, g' \rightarrow gR}(r) (a\phi_{1g'R}^{-1}(r) + b\phi_{1g'R}^1(r))}{\sum_{g' \subset G'} a\phi_{1g'R}^{-1}(r) + b\phi_{1g'R}^1(r)}$$

$$\Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GC}^{-1}(r, \theta) = \frac{a\Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GR}^{-1}(r)\phi_{1G'R}^{-1}(r)}{a\phi_{1G'R}^{-1}(r) + b\phi_{1G'R}^1(r)} + \frac{b\Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GR}^1(r)\phi_{1G'R}^1(r)}{a\phi_{1G'R}^{-1}(r) + b\phi_{1G'R}^1(r)}$$

En considérant que le courant selon  $\vec{x}$  prédomine dans le calcul réseau, on fait l'approximation simplificatrice que le courant selon  $y$  est nul :  $\phi_{1GR}^1(r) \gg \phi_{1GR}^{-1}(r) = 0$

On peut alors simplifier l'expression et obtenir la règle simple pour  $m=-1$  :

$$\Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GC}^{-1}(r, \theta) = \Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GR}^1(r)$$

De la même façon, on obtient pour  $m=1$  :

$$\Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GC}^1(r, \theta) = \Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GR}^{-1}(r)$$

Les sections de diffusion sont alors invariantes par rotation :

$$\Sigma_{s0 \rightarrow G \rightarrow GC}^0(r, \theta) = \Sigma_{s0 \rightarrow G \rightarrow GR}^0(r) \quad \left| \quad \Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GC}^{\pm 1}(r, \theta) = \Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GR}^1(r)$$

#### 4) Méthode MF

Appliquée sur un calcul cœur en groupes fins, la méthode de condensation par les moments du flux conduit à la règle particulière pour la section de diffusion (la section totale est condensée par le flux scalaire) :

$$\Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GC}^m(r, \theta) = \frac{\sum_{g' \subset G'} \sum_{g \subset G} \Sigma_{s1, g' \rightarrow gC}(r, \theta) \phi_{lg'C}^m(r, \theta)}{\sum_{g' \subset G'} \phi_{lg'C}^m(r, \theta)} + \delta_{G, G'} (\Sigma_{t, GC}(r, \theta) - \Sigma_{tl \rightarrow GC}^m(r, \theta))$$

Cette section de diffusion se traite de la même manière que celle de la méthode FA. Elle suit les mêmes règles de remplissage pour  $l < 2$ .

Avec cette méthode, pour  $l \geq 2$  la section de diffusion n'est plus nulle mais vaut :

$$\Sigma_{s1 \rightarrow G \rightarrow GC}^m(r, \theta) = \delta_{G, G'} (\Sigma_{t, GC}(r, \theta) - \Sigma_{tl \rightarrow GC}^m(r, \theta))$$

Où

$$\Sigma_{tl \rightarrow GC}^m(r, \theta) = \frac{\sum_{g \subset G} \Sigma_{t, gC}(r, \theta) \phi_{lgC}^m(r, \theta)}{\sum_{g \subset G} \phi_{lgC}^m(r, \theta)}$$

Le flux obtenu avec le calcul réseau ayant été projeté jusqu'à l'ordre 2 sur la base des harmoniques sphériques, on ne traite ici que le degré  $l=2$ .

- Pour  $m = -2$ , on peut écrire :

$$\Sigma_{t2\ G_C}^{-2}(r, \theta) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma_{t\ g_R}(r) \left( (2a^2 - 1) \phi_{2\ g_R}^{-2}(r) + 2ab \phi_{2\ g_R}^2(r) \right)}{\sum_{g \in G} (2a^2 - 1) \phi_{2\ g_R}^{-2}(r) + 2ab \phi_{2\ g_R}^2(r)}$$

$$\Sigma_{t2\ G_C}^{-2}(r, \theta) = \frac{(2a^2 - 1) \Sigma_{t2\ G_R}^{-2}(r) \phi_{2\ G_R}^{-2}(r)}{(2a^2 - 1) \phi_{2\ G_R}^{-2}(r) + 2ab \phi_{2\ G_R}^2(r)} + \frac{2ab \Sigma_{t2\ G_R}^2(r) \phi_{2\ G_R}^2(r)}{(2a^2 - 1) \phi_{2\ G_R}^{-2}(r) + 2ab \phi_{2\ G_R}^2(r)}$$

Dans le calcul réseau, on peut constater<sup>1</sup> que généralement  $\phi_{2\ G_R}^{-2}(r) \ll \phi_{2\ G_R}^2(r)$

On peut alors simplifier l'expression et obtenir la règle simple pour  $m = -2$  :

$$\Sigma_{t2\ G_C}^{-2}(r, \theta) = \Sigma_{t2\ G_R}^2(r)$$

- De la même façon, on obtient pour  $m = 2$  :

$$\Sigma_{t2\ G_C}^2(r, \theta) = \Sigma_{t2\ G_R}^2(r)$$

- Pour  $m = 0$ , la relation est simple :

$$\Sigma_{t2\ G_C}^0(r, \theta) = \Sigma_{t2\ G_R}^0(r)$$

Ainsi, les sections de diffusion peuvent se reconstruire simplement. Elles sont alors invariantes par rotation :

$\Sigma_{s0\ G' \rightarrow G_C}^0(r, \theta) = \Sigma_{s0\ G' \rightarrow G_R}^0(r)$	$\Sigma_{s1\ G' \rightarrow G_C}^{\pm 1}(r, \theta) = \Sigma_{s1\ G' \rightarrow G_R}^1(r)$
$\Sigma_{s2\ G' \rightarrow G_C}^0(r, \theta) = \Sigma_{s2\ G' \rightarrow G_R}^0(r)$	$\Sigma_{s2\ G' \rightarrow G_C}^{\pm 2}(r, \theta) = \Sigma_{s2\ G' \rightarrow G_R}^2(r)$

### 5) Méthode **MF+MMC**

Appliquée sur un calcul cœur en groupes fins, la correction **MMC** conduit à une section conventionnelle :

$$\Sigma_{s1\ G' \rightarrow G_C}(r, \theta) = \frac{\sum_{m=-l}^l \Sigma_{sl\ G' \rightarrow G_C}^m(r, \theta) \phi_{l\ G'C}^m(r, \theta)^2}{\sum_{m=-l}^l \phi_{l\ G'C}^m(r, \theta)^2}$$

Avec les approximations sur les moments du flux décrites pour la méthode **MF**, on peut écrire simplement :

$$\Sigma_{s1\ G' \rightarrow G_C}(r, \theta) = \Sigma_{s1\ G' \rightarrow G_R}(r)$$

---

<sup>1</sup> A un groupe,  $\phi_{2\ G_R}^{-2}(r)$  est négligeable vis-à-vis du critère de convergence du calcul.



#### IV. Performances : modélisation de ZONA2B-XY

La phase réseau est ici terminée : on dispose de sections condensées et homogénéisées selon différentes voies ainsi que des méthodes pour les utiliser dans le cadre de la modélisation d'un cœur. On s'intéresse donc aux performances des différentes méthodes de condensation et d'homogénéisation vis-à-vis de la phase cœur. Pour cela, on effectue des comparaisons de calculs modélisant un quart de cœur avec réflecteur acier ZONA2B-XY. On s'intéresse à des calculs SNATCH tirant profit des méthodes développées et à un calcul ERANOS conforme à la route de référence. Le calcul de référence est un calcul TRIPOLI multigroupe à 1968 groupes.

##### 1) Cas de référence TRIPOLI

Le calcul TRIPOLI à 1968 groupes représente une section du cœur ZONA2B. L'approximation de modélisation des assemblages combustibles ZONA2 discutée dans le paragraphe **C.II.1).c)** est ici utilisée afin de ne pas introduire de biais supplémentaire.

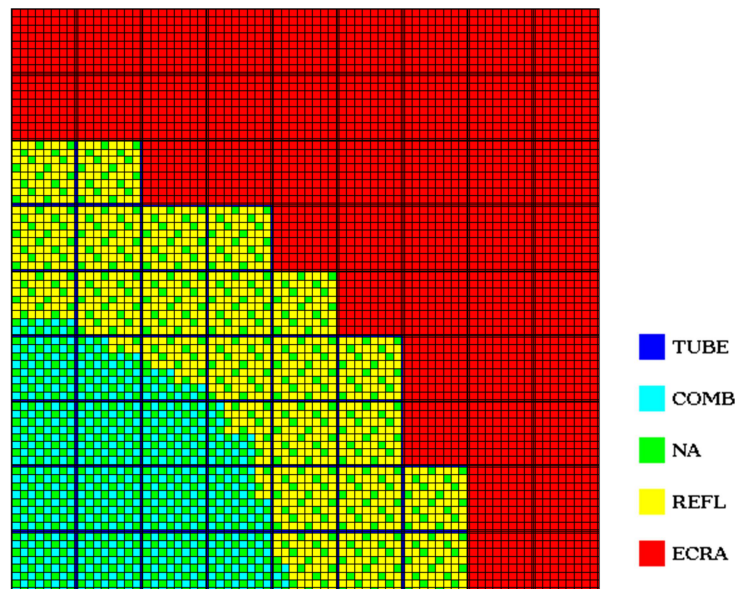


Figure 87 : Illustration de la modélisation TRIPOLI de ZONA2B-XY

Dans TRIPOLI en version multigroupe, il n'est pas possible d'obtenir les taux de collisions calculés dans les différents volumes. La grandeur de référence qu'on observe est donc le flux intégré dans la zone combustible ou dans la zone réflecteur. Il n'est pas possible non plus d'obtenir une information sur le courant neutronique.

On a vu précédemment dans l'étude<sup>1</sup> sur le modèle de fuites d'ECCO que les sections ponctuelles et très détaillées utilisées pour le calcul des taux de réaction dans TRIPOLI étaient légèrement différentes de celles disponibles dans les bibliothèques multigroupes d'ECCO<sup>2</sup>. Ces différences introduisent des biais inconnus sur le calcul des taux et des indices de spectre.

<sup>1</sup> Partie 1, chapitre D, paragraphe **D.II.2)**

<sup>2</sup> à 1968 groupes pour celles de l' $U^{235}$ , de l' $U^{238}$ , du  $Pu^{239}$ , et à 33 groupes pour celles du  $B^{10}$

Les sections macroscopiques utilisées sont produites à partir des sections multigroupes à dilution infinie contenues dans les bibliothèques d'ECCO. Les sections de diffusion sont développées à l'ordre 1 sur la base des polynômes de Legendre. Le coefficient de multiplication calculé vaut 1.22414. L'écart statistique relatif est de 16pcm sur le coefficient de multiplication. Sur les taux de réactions, il varie de 0.02% pour la fission du Plutonium 239 dans le combustible à 0.11% pour la capture de l'Uranium 238 dans le réflecteur.

### 2) Résultats- Calcul BISTRO

La modélisation du cœur ZONA2B avec BISTRO utilise les sections macroscopiques produites par ECCO selon une voie de référence, sans traitement d'autoprotection :

- les sections du milieu combustible ont été traitées selon un modèle de fuites en milieu hétérogène avec recherche de laplacien de telle sorte que le coefficient de multiplication de la cellule vaille 1.22414.
- les milieux réflecteur et écran ont été traités comme des cellules sous-critiques, soumises à une source externe représentant le courant de fuites sortant de la cellule combustible. On y applique un laplacien valant :  $B = \pi/e$  où  $e$  est l'épaisseur du milieu : 28.04cm pour le milieu réflecteur et 32cm pour le milieu écran.

Les sections microscopiques utilisées pour le calcul des indices de spectre sont homogénéisées selon l'hypothèse d'une concentration uniforme sur les cellules.

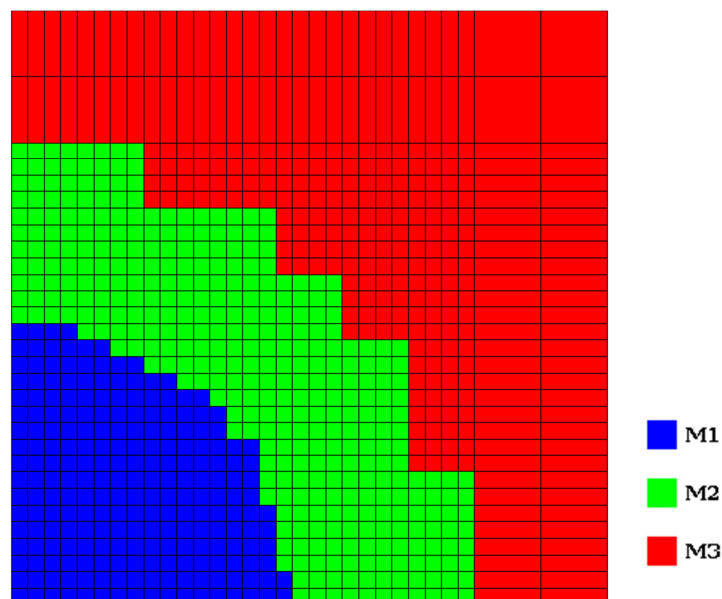


Figure 88 : Illustration de la modélisation BISTRO de ZONA2B-XY  
(M1 : COMBUSTIBLE, M2 : REFLECTEUR, M3 : ECRAN)

Le calcul BISTRO est réalisé selon un maillage de calcul conforme illustré en Figure 88. La méthode de calcul est une méthode aux différences finies, avec une discrétisation angulaire S8. La convergence est poussée à 1pcm sur la réactivité est à  $10^{-4}$  sur le flux.

On obtient les résultats suivants :

	Méthode	$k_{eff}$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	1.22414
Ecart relatifs <i>pcm</i>	BISTRO	-381

<i>M = COMBUSTIBLE</i>						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$I_{capt}^{U\ 238}_M$	$I_{fiss}^{U\ 238}_M$	$I_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	60.39	9.788E-1	1.522E-1	3.172E-2	1.377E+0
Ecart relatifs %	BISTRO	-3.17	-0.02	1.12	-1.37	1.51

<i>M = REFLECTEUR</i>						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$I_{capt}^{U\ 238}_M$	$I_{fiss}^{U\ 238}_M$	$I_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	39.61	1.073E+0	8.228E-1	2.468E-3	2.913E+0
Ecart relatifs %	BISTRO	-4.84	-0.06	2.76	-11.14	3.42

L'écart à la référence sur la réactivité est proche de 400pcm et dépasse 3% sur le flux dans le combustible. En dehors des indices de spectre sur la fission de Plutonium 239 qui présentent un écart négligeable, les autres indices s'écartent de plus de 1% sur le réflecteur et beaucoup plus sur le réflecteur.

On verra par la suite que ces écarts sont considérables vis-à-vis de ce qu'il est possible d'obtenir avec des méthodes de condensation et d'homogénéisation plus performantes.

### 3) Résultats- Calculs SNATCH

Les calculs SNATCH utilisent les sections macroscopiques (et microscopiques pour le calcul des indices de spectre) produits lors de la phase réseau. Ils sont effectués avec une méthode aux éléments finis discontinus sur une base d'ordre 2, avec une discrétisation angulaire S6 et avec une convergence sur la réactivité et le flux à  $10^{-5}$ . Afin d'améliorer le calcul au niveau de l'interface cœur-réflecteur, on utilise un maillage non conforme illustré par la Figure 89 et la Figure 90.

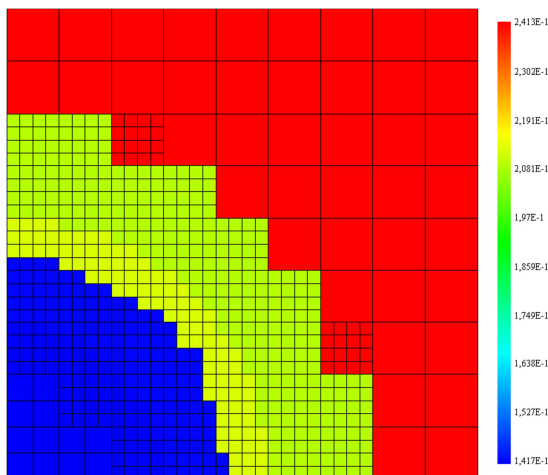


Figure 89 : section totale pour le groupe 5 calculée par la méthode MF+MMC/FVW-B

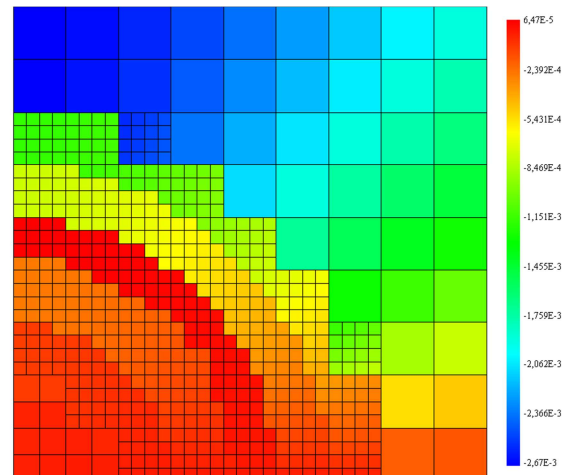


Figure 90 : ordre l=1 m=-1 de la section totale pour le groupe 4 calculée par la méthode FA/SPH-C

Puisqu'il est fait le choix d'effectuer des comparaisons sur les flux et non les taux de collision, il est nécessaire d'introduire une correction sur le flux calculé dans les cas qui ont été traités par équivalence **SPH** :

$$\phi_M = \int \sum_M \phi_g(\vec{r}) \mu_g(\vec{r}) d^3r$$

$$\text{où } \mu_g(\vec{r}) = \mu_{l,g} \text{ pour } \vec{r} \in I$$

a) Cas de l'homogénéisation par zones **A**

	Méthode	$k_{eff}$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	1.22414
Ecart relatifs pcm / %	F/FVW-A	381
	FA/FVW-A	-480
	MF/FVW-A	-166
	MF+MMC/FVW-A	-134
	F/SPH-A	-157
	FA/SPH-A	86
	MF/ SPH-A	-244
	MF+MMC/ SPH-A	-90

<i>M</i> = COMBUSTIBLE						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{Pu^{239}M}^{fiss}$	$I_{U^{238}M}^{capt}$	$I_{U^{238}M}^{fiss}$	$I_{B^{10}M}^{capt}$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	60.39	9.788E-1	1.522E-1	3.172E-2	1.377E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-A	-1.37	-0.32	0.00	-1.48	1.14
	FA/FVW-A	0.31	0.01	-0.47	0.03	0.43
	MF/FVW-A	-0.80	-0.14	-0.24	-0.63	0.80
	MF+MMC/FVW-A	-0.75	-0.15	-0.24	-0.66	0.80
	F/SPH-A	-1.59	-0.04	-0.40	-0.21	0.58
	FA/SPH-A	0.68	-0.09	-0.34	-0.55	0.57
	MF/ SPH-A	-0.28	-0.05	-0.38	-0.30	0.56
	MF+MMC/ SPH-A	-0.34	-0.06	-0.37	-0.28	0.59

<i>M</i> = REFLECTEUR						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{Pu^{239}M}^{fiss}$	$I_{U^{238}M}^{capt}$	$I_{U^{238}M}^{fiss}$	$I_{B^{10}M}^{capt}$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	39.61	1.073E+0	8.228E-1	2.468E-3	2.913E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-A	2.09	0.05	0.61	-4.93	0.39
	FA/FVW-A	-0.47	-0.18	-0.81	1.44	-0.69
	MF/FVW-A	1.22	0.05	0.30	-2.28	0.19
	MF+MMC/FVW-A	1.14	0.05	0.30	-2.22	0.19
	F/SPH-A	2.43	-0.03	0.12	-0.65	0.02
	FA/SPH-A	-1.04	-0.22	-0.69	0.88	-0.65
	MF/ SPH-A	0.42	0.03	0.21	0.11	0.07
	MF+MMC/ SPH-A	0.52	0.02	0.23	-0.53	0.08

Avec une homogénéisation de finesse **A**, aucune des méthodes ne permet d'obtenir des écarts sur le coefficient de multiplication inférieurs à 80pcm. En dehors de la méthode **F**, les écarts sur le flux sont modérés : inférieurs ou proches de 1%. Les écarts observés sur les indices de spectre sont modérés sur le combustible et sont généralement améliorés avec une méthode **SPH**.

Il est particulièrement remarquable que les méthodes **MF/SPH-A** et **MF+MMC/SPH-A** diffèrent d'environ 150pcm sur le calcul de réactivité (lors de la phase d'homogénéisation, cet écart n'était que de 40pcm). De même, sur les méthodes **F** et **FA**, l'équivalence introduit une correction de plus de 500pcm sur la réactivité et augmentent les écarts sur le calcul de flux.

b) Cas d'un jeu de régions homogènes raffinées à l'interface B

	Méthode	$k_{eff}$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	1.22414
Ecart relatifs pcm / %	F/FVW-B	361
	FA/FVW-B	-225
	MF/FVW-B	-79
	MF+MMC/FVW-B	-67
	F/SPH-B	-236
	FA/SPH-B	-21
	MF/ SPH-B	-146
	MF+MMC/ SPH-B	-141

$M = \text{COMBUSTIBLE}$						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{fiss}^{Pu\ 239}_M$	$I_{capt}^{U\ 238}_M$	$I_{fiss}^{U\ 238}_M$	$I_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	60.39	9.788E-1	1.522E-1	3.172E-2	1.377E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-B	-1.21	-0.31	0.09	-1.54	1.10
	FA/FVW-B	0.87	-0.05	-0.31	-0.48	0.45
	MF/FVW-B	0.16	-0.11	-0.21	-0.77	0.65
	MF+MMC/FVW-B	0.18	-0.11	-0.21	-0.78	0.65
	F/SPH-B	-0.72	-0.07	-0.23	-0.55	0.65
	FA/SPH-B	0.44	-0.11	-0.20	-0.72	0.64
	MF/ SPH-B	0.16	-0.09	-0.22	-0.68	0.64
	MF+MMC/ SPH-B	0.16	-0.10	-0.21	-0.68	0.66

$M = \text{REFLECTEUR}$						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$I_{U\ 238\ M}^{capt}$	$I_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$I_{B\ 10\ M}^{capt}$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	39.61	1.073E+0	8.228E-1	2.468E-3	2.913E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-B	1.85	0.09	0.76	-5.24	0.49
	FA/FVW-B	-1.33	-0.09	-0.60	2.00	-0.54
	MF/FVW-B	-0.24	0.16	0.54	-0.90	0.35
	MF+MMC/FVW-B	-0.27	0.16	0.54	-0.89	0.35
	F/SPH-B	1.10	-0.01	0.17	-0.31	0.03
	FA/SPH-B	-0.67	-0.21	-0.54	0.05	-0.52
	MF/ SPH-B	-0.24	0.00	0.10	0.64	-0.03
	MF+MMC/ SPH-B	-0.24	0.00	0.16	0.31	0.03

En introduisant un léger raffinement au niveau de l'interface, l'homogénéisation de finesse **B** permet d'avoir des écarts nettement plus cohérents et généralement réduits.

La méthode **F** se comporte de manière similaire au cas de finesse **A**.

La méthode **SPH** n'a a priori que peu d'effet sur les faibles écarts sur le flux et les indices de spectre des méthodes **MF** et **MF+MMC**, mais elle augmente l'écart sur le coefficient de multiplication de 70pcm. Sur la méthode **FA**, l'équivalence permet de réduire globalement les écarts sur les grandeurs les plus importantes : le coefficient de multiplication, le flux et les indices de fission du Plutonium 239 et de Capture de l'Uranium 238 dans le combustible.

On retient que les méthodes **FA/SPH-B**, **MF/FVW-B** et **MF+MMC/FVW-B** permettent d'obtenir des écarts globalement satisfaisants.

c) Cas d'un jeu de régions homogènes fines **C**

	Méthode	$k_{eff}$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	1.22414
Ecart relatifs pcm / %	F/FVW-C	371
	FA/FVW-C	-188
	MF/FVW-C	-54
	MF+MMC/FVW-C	-54
	F/SPH-C	-174
	FA/SPH-C	-63
	MF/ SPH-C	-118
	MF+MMC/ SPH-C	-114

<i>M = COMBUSTIBLE</i>						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$I_{U\ 238\ M}^{capt}$	$I_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$I_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	60.39	9.788E-1	1.522E-1	3.172E-2	1.377E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-C	-1.19	-0.30	0.08	-1.54	1.10
	FA/FVW-C	0.89	-0.06	-0.31	-0.53	0.46
	MF/FVW-C	0.21	-0.11	-0.22	-0.78	0.64
	MF+MMC/FVW-C	0.21	-0.11	-0.22	-0.78	0.64
	F/SPH-C	-0.80	-0.08	-0.22	-0.62	0.67
	FA/SPH-C	0.48	-0.10	-0.21	-0.67	0.63
	MF/ SPH-C	0.11	-0.09	-0.22	-0.70	0.64
	MF+MMC/ SPH-C	0.10	-0.09	-0.22	-0.70	0.65

<i>M = REFLECTEUR</i>						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{Pu\ 239\ M}^{fiss}$	$I_{U\ 238\ M}^{capt}$	$I_{U\ 238\ M}^{fiss}$	$I_{B10\ M}^{capt}$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	39.61	1.073E+0	8.228E-1	2.468E-3	2.913E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-C	1.82	0.06	0.76	-5.18	0.45
	FA/FVW-C	-1.36	-0.13	-0.60	2.08	-0.58
	MF/FVW-C	-0.32	0.13	0.54	-0.82	0.33
	MF+MMC/FVW-C	-0.32	0.13	0.54	-0.82	0.32
	F/SPH-C	1.22	-0.02	0.21	-0.51	0.05
	FA/SPH-C	-0.73	-0.21	-0.48	0.03	-0.50
	MF/ SPH-C	-0.16	-0.01	0.10	0.61	-0.04
	MF+MMC/ SPH-C	-0.15	-0.01	0.17	0.20	0.01

Par rapport à l'homogénéisation de finesse **B**, les écarts sont similaires ou légèrement diminués. On constate par ailleurs une dégradation des résultats de la méthode **FA/SPH** sur le coefficient de multiplication: on en déduit que le très faible écart obtenu sur cette grandeur dans le cas **B** résulte de phénomènes de compensation.



d) Cas d'un jeu de régions homogènes très fines  $D$

	Méthode	$k_{eff}$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	1.22414
Ecart relatifs pcm / %	F/FVW-D	420
	FA/FVW-D	40
	MF/FVW-D	20
	MF+MMC/FVW-D	19
	F/SPH-D	-5
	FA/SPH-D	25
	MF/ SPH-D	21
	MF+MMC/ SPH-D	20

$M = \text{COMBUSTIBLE}$						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{fiss}^{Pu239}_M$	$I_{capt}^{U238}_M$	$I_{fiss}^{U238}_M$	$I_{capt}^{B10}_M$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	60.39	9.788E-1	1.522E-1	3.172E-2	1.377E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-D	-1.18	-0.34	-0.13	-1.50	1.22
	FA/FVW-D	0.09	-0.17	-0.40	-0.83	0.80
	MF/FVW-D	0.30	-0.14	-0.46	-0.76	0.74
	MF+MMC/FVW-D	0.29	-0.14	-0.46	-0.76	0.74
	F/SPH-D	-1.11	-0.19	-0.37	-0.89	0.87
	FA/SPH-D	-0.14	-0.18	-0.37	-0.92	0.87
	MF/ SPH-D	0.05	-0.17	-0.41	-0.91	0.82
	MF+MMC/ SPH-D	0.02	-0.17	-0.40	-0.91	0.81

$M = \text{REFLECTEUR}$						
	Méthode	$\phi_M$	$I_{\text{fiss}}^{\text{Pu239}}_M$	$I_{\text{capt}}^{\text{U238}}_M$	$I_{\text{fiss}}^{\text{U238}}_M$	$I_{\text{capt}}^{\text{B10}}_M$
Valeurs	TRIPOLI 1968 groupes	39.61	1.073E+0	8.228E-1	2.468E-3	2.913E+0
Ecart relatifs %	F/FVW-D	1.80	0.03	0.85	-5.46	0.47
	FA/FVW-D	-0.14	0.05	0.51	-2.33	0.24
	MF/FVW-D	-0.45	0.10	0.63	-0.97	0.33
	MF+MMC/FVW-D	-0.45	0.10	0.62	-0.96	0.32
	F/SPH-D	1.70	0.00	0.36	-0.85	0.15
	FA/SPH-D	0.21	-0.03	0.34	-2.20	0.12
	MF/SPH-D	-0.08	-0.01	0.26	0.08	0.07
	MF+MMC/SPH-D	-0.03	0.00	0.30	0.04	0.10

Dans le cas de l'homogénéisation très fine **D**, on constate peu de différences entre la méthode directe **FVW** et la méthode d'équivalence **SPH** : les grandeurs du réflecteur sont mieux calculées pour les méthodes **F**, **MF** et **MF+MMC**. D'une manière générale, les résultats obtenus avec les méthodes **FA**, **MF** et **MF+MMC** sont très intéressants sur les grandeurs de flux et de coefficient de multiplication. On observe un net biais sur les indices de spectre du combustible qui peut s'expliquer en partie par le biais statistique et la différence de données persistant entre les sections microscopiques de TRIPOLI et d'ECCO.

#### e) Conclusion

L'observation des écarts sur la réactivité permet de dégager quelques conclusions :

	Méthode	A	B	C	D
Ecart Relatifs pcm	F/FVW	381	361	371	420
	FA/FVW	-480	-225	-188	40
	MF/FVW	-166	-79	-54	20
	MF+MMC/FVW	-134	-67	-54	19
	F/SPH	-157	-236	-174	-5
	FA/SPH	86	-21	-63	25
	MF/SPH	-244	-146	-118	21
	MF+MMC/SPH	-90	-141	-114	20

On constate sans surprise que la méthode **F/FVW** n'est pas efficace, et on peut considérer que la méthode **F/SPH** est peu fiable vis-à-vis des écarts sur le flux.

Il est très clair que la finesse de l'homogénéisation permet d'améliorer les résultats du calcul cœur. On peut retenir que la méthode **SPH** permet d'améliorer sensiblement les résultats mais ne peut pas corriger avec fiabilité une homogénéisation trop grossière.

On retiendra deux conclusions importantes : les méthodes **FA/SPH-B/C/D** donnent des résultats globalement satisfaisants ; tout comme la méthode **MF+MMC/FVW-D** qui s'avère beaucoup plus pratique (sans équivalence, avec des sections conventionnelles mais sensible au raffinement de l'homogénéisation).

### VI. Conclusions

Disposant de trois méthodes de condensation innovantes (**FA**, **MF** et **MF+MMC**) et une méthode simple (**F**), et de deux méthodes d'homogénéisation partielle (**FVW** et **SPH**), il est possible de réaliser une phase réseau simplifiée (sans autoprotection et dans le cadre d'une géométrie structurée) en vue de la modélisation d'un cœur avec réflecteur acier. On a pris dans cette étude le cœur ZONA2B réalisé dans MASURCA comme cas d'application.

Après avoir validé la capacité du code SNATCH à effectuer un calcul réseau en groupes fins par confrontation avec un code stochastique multigroupe TRIPOLI (sans autoprotection), on s'est intéressé aux performances des différentes méthodes de condensation : les méthodes de condensation innovantes **FA**, **MF** et **MF+MMC** permettent toutes une excellente conservation des caractéristiques des milieux.

On s'est ensuite intéressé à différentes méthodes d'homogénéisation de ces sections condensées : combinant méthodes directes **FVW** et équivalence **SPH** avec quatre jeux de régions d'homogénéisation de raffinement croissant : **A**, **B**, **C** et **D**. L'homogénéisation des sections condensées par la méthode **FA** apparaît sensible à la finesse de l'homogénéisation contrairement aux autres méthodes. L'utilisation de la méthode d'équivalence **SPH** permet des améliorations notables, en particulier dans le cas **MF+MMC/SPH-A** permettant la production de sections conventionnelles homogénéisées par zone.

Enfin, après avoir défini les techniques d'utilisation des sections homogénéisées et condensées pour la représentation d'un cœur, on s'est intéressé aux performances des différentes modélisations réseau employées.

Aux regards des écarts avec un calcul stochastique multigroupe TRIPOLI (sans autoprotection) obtenus sur des grandeurs calculées, il se dégage une nette tendance :

- une homogénéisation très raffinée (de type **D**) permet d'effectuer une très bonne modélisation avec une méthode de condensation **MF+MMC** combinée à une méthode d'homogénéisation directe **FVW**
- dans le cas d'une homogénéisation moins raffinée (de type **B** par exemple), la méthode de condensation **FA** corrigée par équivalence **SPH** permet d'obtenir des résultats satisfaisants.
- dans le cas d'une homogénéisation par zone **A**, on retiendra que la méthode **MF+MMC** corrigée par équivalence **SPH** donne des résultats corrects (à 90pcm sur la réactivité, avec une erreur statistique  $\sigma = 16\text{ pcm}$ ). Néanmoins, le fait que ses performances diffèrent nettement de la méthode **MF** corrigée par équivalence **SPH** laisse planer le doute sur une possible compensation opportuniste.

On retiendra qu'il n'existe malheureusement pas de solution parfaite. Une modélisation correcte du cœur avec réflecteur acier ZONA2B passe par l'usage de méthodes contraignantes telles que : la définition de régions d'homogénéisation intelligemment raffinées conduisant à un remplissage du cœur par de nombreux anneaux, ou bien l'usage d'une méthode **SPH** couplée à une méthode de condensation par flux angulaire **FA** qui semble être plus tolérante vis-à-vis de la finesse des régions d'homogénéisation.

La possibilité de se contenter de régions d'homogénéisation très larges (de type **A**) avec la méthode **MF+MMC** moyennant une méthode **SPH** reste à confirmer ou infirmer.



**ANNEXES**

## Annexe A.1 – Découpages énergétiques

Le découpage standard à 33 groupes défini dans les bibliothèques d'ECCO est généralement utilisé pour la modélisation des cœurs rapides.

Le découpage à 2 groupes proposé ici est défini afin de minimiser l'écart obtenu sur la réactivité dans le cadre d'une condensation par le flux scalaire.

En effet, on peut définir le découpage à 2 macrogroupes **DEC\_n** par la réunion des groupes du découpage à 33 groupes :

Largeur en léthargie	33 groupes	DEC_10
0.7	Groupe 1	Groupe 1
0.5	Groupe 2	
0.5	Groupe 3	
0.5	Groupe 4	
0.5	Groupe 5	
0.5	Groupe 6	
0.5	Groupe 7	
0.5	Groupe 8	
0.5	Groupe 9	
0.5	Groupe 10	
0.5	Groupe 11	Groupe 2
0.5	Groupe 12	
0.5	Groupe 13	
0.5	Groupe 14	
0.5	Groupe 15	
0.5	Groupe 16	
0.5	Groupe 17	
0.5	Groupe 18	
0.5	Groupe 19	
0.5	Groupe 20	
0.5	Groupe 21	
0.4	Groupe 22	
0.7	Groupe 23	
0.5	Groupe 24	
0.3	Groupe 25	
0.5	Groupe 26	
0.6	Groupe 27	
0.5	Groupe 28	
0.5	Groupe 29	
0.7	Groupe 30	
2.0	Groupe 31	
1.7	Groupe 32	
6.9	Groupe 33	

DEC_n	Réunions des groupes
Groupe 1	$g = 1 \dots n$
Groupe 2	$g = n+1 \dots 33$

Dans le cadre d'une condensation par le flux scalaire sur le cas du cœur à une dimension avec réflecteur acier, on obtient les écarts sur la réactivité suivant :

n	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)	n	$k_{eff}$ Ecart relatif (pcm)
1	3091	18	2582
2	3029	19	2662
3	2839	20	2707
4	2438	21	2760
5	2037	22	2796
6	1806	23	2891
7	1394	24	2940
8	1532	25	2961
9	1349	26	3008
10	1317	27	3036
11	1616	28	3068
12	1619	29	3081
13	2644	30	3088
14	2427	31	3092
15	2337	32	3095
16	2323	33	3095
17	2408		

On constate que pour  $n=10$ , l'effet de la condensation est minimal. Le découpage à 2 groupes est donc défini par la réunion des 10 premiers groupes et des 23 derniers groupes du découpage à 33 groupes : voir Figure 91.

Figure 91 : Description des découpages énergétiques

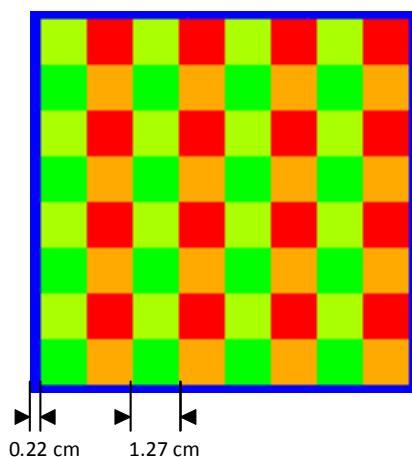
## Annexe A.2 – Compositions des différents milieux des cas tests

- Milieux homogènes

On utilise les milieux de composition suivantes :

Noyau	Concentrations $10^{-24} \text{ at/cm}^3$		
	Combustible	Réflecteur	Couverture
Pu239	1.5E-3	-	-
U238	5.0E-3	-	6.5E-3
O16	1.5E-2	-	1.5E-2
Fe56	7.0E-3	5.0E-2	7.0E-3
Cr52	1.5E-3	1.5E-2	1.5E-3
Na23	1.0E-2	5.0E-3	1.0E-2

- Milieux hétérogènes



Dans le cas de la modélisation d'assemblages, la géométrie de ces derniers reprend les dimensions des assemblages MASURCA : Figure 92.

Un tube carré en acier d'une épaisseur de 0.22cm contient un réseau 8×8 de cellules carrées de 1.27cm de côté.

Les cellules peuvent contenir les milieux suivants :

Noyau	Concentrations $10^{-24} \text{ at/cm}^3$					
	Tube	Sodium	Combustible	Couverture	Acier	B4C
Pu239		-	2.0E-3	-	-	-
U238		-	1.0E-2	1.2E-2	-	-
O16		-	2.4E-2	2.4E-2	-	-
Fe56	7.0E-2		1.4E-2	1.4E-2	7.0E-2	-
Cr52	2.0E-2		3.0E-3	3.0E-3	2.0E-2	-
Na23	-	2.0E-2	-	-	-	-
B10	-	-	-	-	-	5.124E-2
B11	-	-	-	-	-	5.124E-2
C12	-	-	-	-	-	2.562E-2

Figure 92 : géométries de l'assemblage

### Annexe A.3 – Anisotropie spectrale du courant – cœur 2D

Dans le cadre de la méthode **MF+MMC**, on cherche à annuler la dépendance à l'ordre azimutal  $m$  de la section de diffusion condensée pour ne garder qu'une dépendance au degré  $l$ . Afin de justifier la pertinence de cette correction, on s'intéresse au spectre des courants de d'ordre azimutal  $m=-1$  et  $m=1$  correspondant respectivement aux neutrons dirigés selon  $y$  et selon  $x$ . Ces courants sont calculés dans le cas du cœur à deux dimensions avec réflecteur acier.

On observe donc les sections microscopiques de réaction  $R$  à 1 groupes définies par :

$$\sigma_{lR}^m(\vec{r}) = \frac{\sum_g \sigma_{g,R}(\vec{r}) \phi_{l_g}^m(\vec{r})}{\sum_g \phi_{l_g}^m(\vec{r})}$$

- section de fission du Plutonium 239

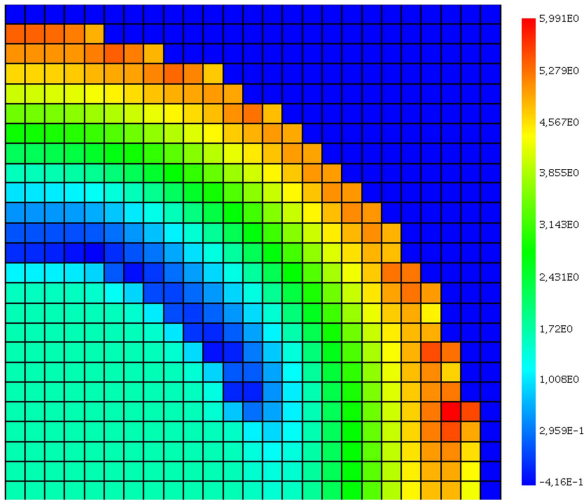


Figure 93 :  $\sigma_{1}^{-1, fission}_{Pu\ 239}(\vec{r})$

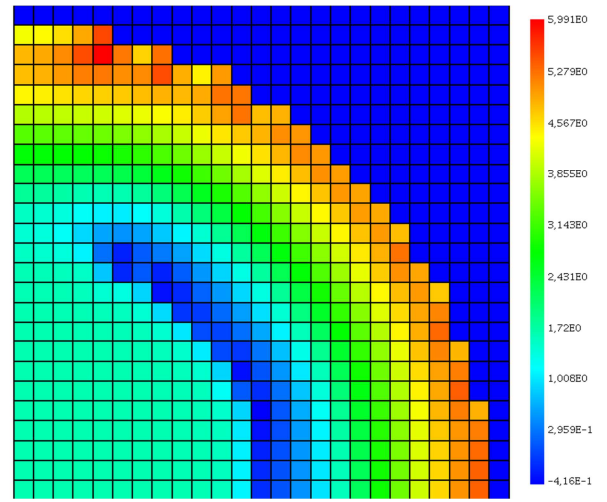


Figure 94 :  $\sigma_{1}^{fission}_{Pu\ 239}(\vec{r})$

- section de capture de l'Uranium 238

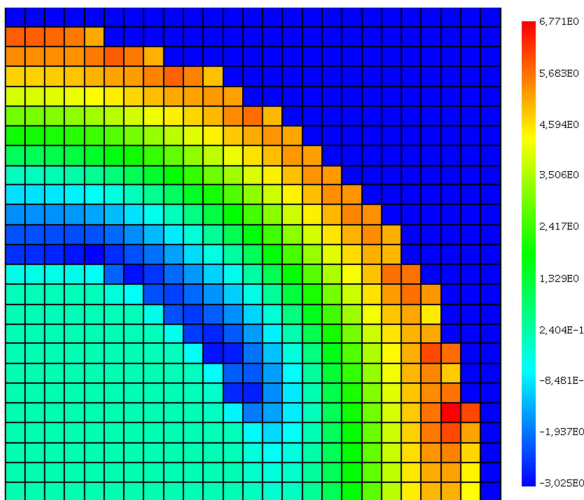


Figure 95 :  $\sigma_{1}^{-1, capture}_{U\ 238}(\vec{r})$

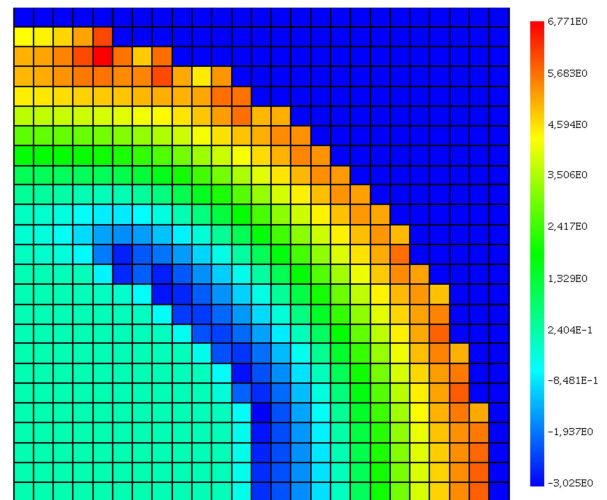
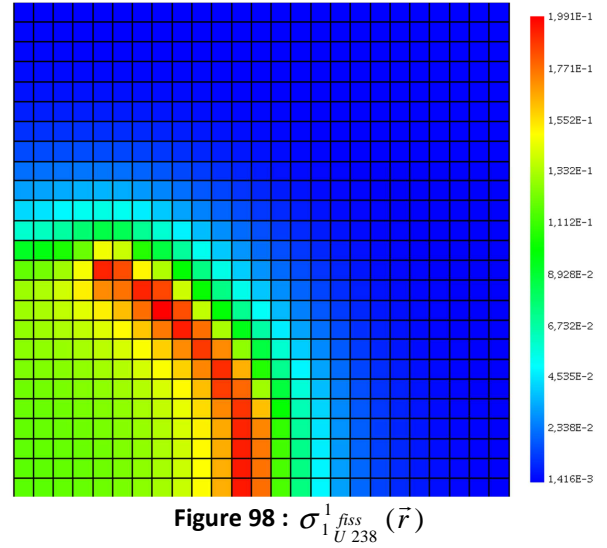
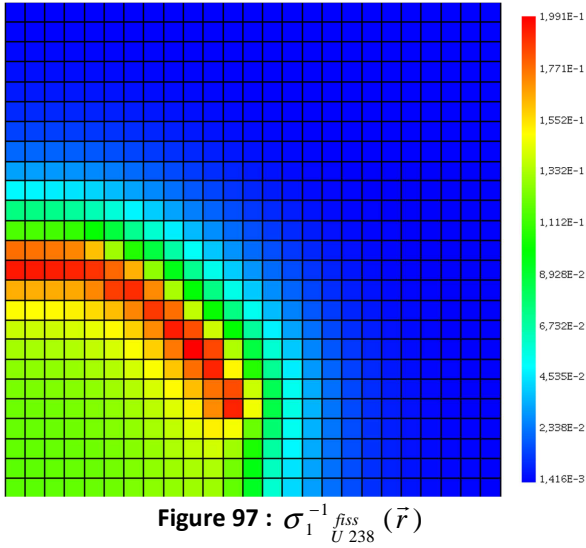


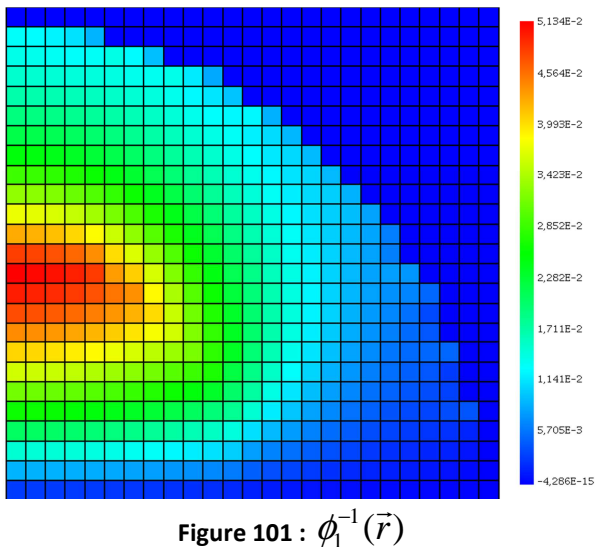
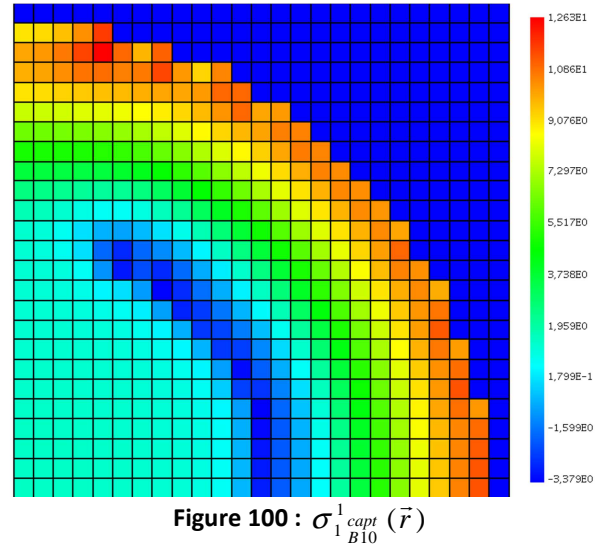
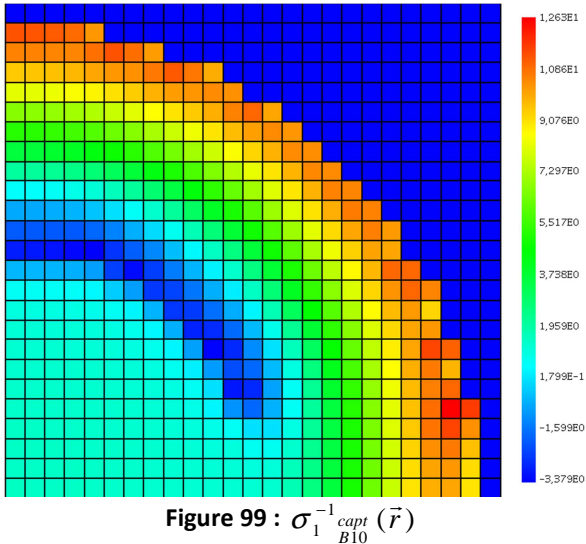
Figure 96 :  $\sigma_{1}^{capture}_{U\ 238}(\vec{r})$



• section de fission de l'Uranium 238



• section de capture du Bore 10



On constate (Figure 93 à Figure 100) qu'en dehors des mailles proches des axes  $x=0$  et  $y=0$ , les sections microscopiques caractérisant le spectre des courants  $\phi_l^m(\vec{r})$  sont tout à fait semblables : les sections condensées dépendent peu de l'ordre  $m$ .

Pour les mailles proches de l'axe  $y=0$  (resp.  $x=0$ ), il faut considérer que sur ces mailles, compte tenu des conditions limites de réflexion, le courant  $\phi_1^{-1}(\vec{r})$  (resp.  $\phi_1^1(\vec{r})$ ) est quasiment nul :  $\sigma_{1R}^{-1}(\vec{r})$  (resp.  $\sigma_{1R}^1(\vec{r})$ ) est prépondérant sur ces mailles.



## CONCLUSION

Ce document s'inscrit dans le cadre de l'amélioration des simulations des nouveaux cœurs rapides développés selon les contraintes des réacteurs de quatrième génération. Il se décompose en deux parties.

- La première partie est dédiée à la validation de l'outil existant : le code de calcul cellule réseau ECCO. Pour cela, on s'est intéressé à chacune des modélisations neutroniques.

Le modèle d'autoprotection par méthode des sous-groupes avec les bibliothèques à 1968 groupes fins a été validé dans le domaine thermique avec l'aide d'outils déterministes de référence durant la thèse de Stephan Rahlfs [RAHLFS]. On s'est intéressé au domaine rapide en confrontant ECCO à un code de référence stochastique : TRIPOLI.

On peut retenir que le modèle d'autoprotection du code ECCO est satisfaisant pour la modélisation des réacteurs à neutrons rapides : les biais variables qui découlent de ce modèle peuvent se borner à des valeurs de l'ordre de la centaine de pcm sur le facteur de multiplication et à 0,3% sur les sections efficaces intégrales. Ces grandeurs sont acceptables vis-à-vis des spécifications et des incertitudes sur les données nucléaires de base.

La méthode de calcul de flux développée dans le code ECCO est la méthode des probabilités de collision approchées par des méthodes de type 'Roth' et 'Double-Step', permettant de traiter n'importe quelles configurations. Afin d'étudier l'impact de ces approximations, on a confronté plusieurs calculs ECCO au code Monte-Carlo de référence TRIPOLI 4.5 sur un panel représentatif, en termes de dureté de spectre et d'hétérogénéité, des différents assemblages rapides potentiellement modélisables, et destinés aux cœurs expérimentaux ou aux cœurs de puissance.

On observe des biais sur le coefficient de multiplication variables, et inférieurs à une centaine de pcm, sauf dans certains cas dont les assemblages SPX et SFR. Dans les cas des sections condensées à 1 groupe, les écarts sont inférieurs à 0.3% (en dehors du cas de la section de fission de l'U238 qui présente un impact limité). Les biais importants relevés sur le coefficient de multiplication dans le cas de SPX et SFR ont été investigués à l'aide de calculs étalons TRIPOLI multigroupes, sans biais introduits par le modèle d'autoprotection. Les biais imputables au calcul de flux approché restent importants : environ 200 pcm pour SPX et 100 pcm pour SFR.

L'amélioration du calcul de flux dans le cadre de la phase réseau demande des changements très importants dans la structure et le codage d'ECCO :

- utilisation de probabilités de collision exactes (lancer de rayons) ou d'autres formulations, telles que la méthode des caractéristiques par exemple.
- couplage de ces méthodes au calcul d'autoprotection (les calculs de flux et d'autoprotection sont imbriqués)

Le modèle de fuite du code ECCO permet de modéliser la fuite fictive des neutrons dans la direction non représentée par la géométrie à deux dimensions de l'assemblage. On a présenté le formalisme dédié aux géométries homogènes et celui dédié aux géométries hétérogènes traitées par méthode de probabilités de collision. La validation des modèles de fuites du code ECCO a porté sur la comparaison de calculs BISTRO de cœurs critiques uniformes à une dimension avec des calculs étalons réalisés avec TRIPOLI 4.5 multigroupe, à données identiques : les bibliothèques à 1968 groupes de sections à dilution infinie (sans autoprotection). On s'est intéressé aux assemblages SuperPhénix, SFR, ZONA1 et ZONA2, calculés à 33 groupes et 175 groupes, dans leurs versions homogènes et hétérogènes.

Dans les cas homogènes, les écarts observés sont généralement tolérables. A 33 groupes, l'écart sur la réactivité est inférieur à 100 pcm pour les grands cœurs (SFR et SPX) et inférieur à 200pcm pour les cœurs de plus petites tailles (ZONA1 et ZONA2), l'écart sur l'effet de vidange est inférieur à 2%, les écarts sur le flux condensé à 1 groupe sont généralement inférieurs ou proches de 0.2%, et les écarts sur les sections à 1 groupe de fission du Plutonium 239, de capture de l'Uranium 238 et de fission de l'Uranium 238 sont généralement inférieurs ou proches de 0.35%. Ces écarts sont largement réduits dans le cas de calculs à 175 groupes.

Dans les cas hétérogènes, les approximations des calculs de probabilités de collision introduisent des biais inconnus. On retient simplement que les écarts avec TRIPOLI sont inférieurs à 300 pcm sur la réactivité et peuvent atteindre 8% sur l'effet de vidange. Les écarts sur le flux restent globalement faibles (inférieurs à 0.2%) et ceux sur les sections de fission du Plutonium 239 et de capture de l'Uranium 238 sont inférieurs à 0.6%.

Les biais introduits par les approximations du calcul de flux dans les cas hétérogènes n'étant pas connus, il est difficile de valider pleinement le modèle de fuite d'ECCO. Il paraît nécessaire d'implémenter des méthodes de calcul de flux sans approximation pour espérer apprécier plus certainement les performances de l'actuel modèle de fuite et des modèles que l'on pourrait proposer.

Selon les critères de génération IV, il est très probable qu'on opte pour l'utilisation d'un réflecteur acier directement au contact d'un cœur combustible dépourvu de couvertures fertiles. Lors des interprétations d'expérience MASURCA de ces cœurs, d'importants écarts entre les modélisations d'ERANOS et de TRIPOLI ont été relevés. On s'est intéressé à deux voies de modélisation d'un cas de cœur simplifié, constitué d'une zone combustible et d'une zone réflecteur totalement homogène.

Les écarts relevés sont très importants à 33 groupes par rapport à TRIPOLI : plus de 1000pcm sur la réactivité, jusqu'à 5% sur le flux condensé à un groupe dans la zone combustible, environ 30% sur le courant à l'interface et des écarts très variables sur les indices de spectre. On remarque qu'un calcul à 328 groupes permet de réduire considérablement ces écarts, et un calcul à 1968 groupes permet de les rendre tolérables. Ces écarts sont très importants vis-à-vis de tous les autres biais de modélisation que l'on a pu observer. On a mis en évidence l'inconsistance de la méthode de condensation énergétique avec la méthode de calcul de flux.

Afin de résoudre ce problème, il faut envisager d'utiliser une méthode de calcul améliorée : la méthode des probabilités de collision directionnelles. Il est aussi possible d'utiliser des méthodes de condensation différentes. Il est d'autre part nécessaire de pouvoir effectuer des homogénéisations spatiales partielles.

- La deuxième partie présente les différentes améliorations apportées à la modélisation des cœurs rapides avec réflecteur acier.

Après avoir présenté les méthodes de condensation utilisées dans les différents codes de calcul, on s'est intéressé à des méthodes alternatives. On a en particulier présenté des méthodes basées sur la théorie des perturbations, et des méthodes dites « conservatives » permettant la conservation de toutes les grandeurs du problème moyennant quelques aménagements des solveurs de l'équation du transport. On a aussi présenté les méthodes de « correction » possibles à combiner avec les méthodes conservatives afin de produire des sections condensées représentatives et conventionnelles.

Les différentes méthodes de condensation ont été confrontées sur différents cas simplifiés, en particulier des cas de cœur disposant de réflecteur acier, dans le cadre d'une condensation de 33 à 2 groupes. On retient que dans ce cas particulier, la condensation par le flux scalaire est incorrecte : il est nécessaire d'utiliser une méthode conservative. La méthode de correction basée sur la théorie des perturbations n'est pas efficace. Enfin, l'utilisation de la correction par méthode des moindres carrées a montré un réel intérêt pour la production de sections condensées simples d'usage.

Le processus d'homogénéisation développé dans ECCO ne permet pas d'effectuer des homogénéisations partielles, alors qu'on a vu précédemment que cette fonctionnalité est primordiale. La méthode utilisée dans ECCO est la méthode d'homogénéisation directe « flux-volume » par pondération des sections efficaces par le flux scalaire appliquée à la totalité du domaine de modélisation. Dans le cadre de l'homogénéisation partielle, elle conduit à une non-conservation des taux de réaction que l'on corrige usuellement en résolvant un problème d'équivalence avec une méthode SPH par exemple.

On a comparé cette méthode d'équivalence avec la méthode directe sur différents cas. On a constaté que les biais introduits par la méthode directe sur les taux de réactions dans le combustible étaient généralement acceptables. La méthode SPH, très couteuse en temps de calcul, permet d'améliorer notablement le calcul de la réactivité et des taux de réactions, en particulier dans les milieux non multiplicateurs tels que le réflecteur.

Enfin, on s'est intéressé à l'application de ces méthodes de condensation et d'homogénéisation à la modélisation d'un cœur avec réflecteur acier existant : le cœur ZONA2B réalisé dans la maquette MASURCA, lors du programme CIRANO. Afin de ne pas introduire les biais indésirables d'un modèle de fuite, on limitera la modélisation à deux dimensions cartésiennes XY. On a comparé des calculs SNATCH alimentés avec des sections à 33 groupes condensées et homogénéisées de différentes manières avec un calcul étalon TRIPOLI multigroupe à 1968 groupes. On retiendra :

- qu'une homogénéisation directe en régions fines permet d'effectuer une très bonne modélisation avec une méthode de condensation **MF+MMC** (condensation par moments du flux et correction par moindres carrées) simple d'usage.
- qu'il est possible d'effectuer une homogénéisation moins raffinée avec une méthode de condensation **FA** (par flux angulaire) corrigée par équivalence **SPH**.
- que la méthode **MF+MMC** corrigée par équivalence **SPH** peut donner de bons résultats.
- qu'aucune méthode n'est aussi simple d'usage que celle d'ECCO.

- Perspectives

Afin de pouvoir réaliser un calcul de cœur rapide avec réflecteur acier tel que ZONA2B de manière réaliste, sans approximation, et dans les trois dimensions, il est nécessaire d'effectuer les développements supplémentaires :

- d'un solveur de l'équation du transport par méthode de probabilités de collision exactes et directionnelles ou par méthode des caractéristiques par exemple.
- d'un modèle de fuites performant

L'impact des méthodes de condensation et d'homogénéisation devrait alors être à nouveau quantifié.

## REFERENCES

- [ALIBERTI] : G. ALIBERTI, G. PALMIOTTI, M. SALVATOIRES, J.F. LEBRAT, J. TOMMASI, R. JACQMIN, *Methodologies for Spectral Effects Treatment at Core-Reflector Interface in Fast Neutron Systems*, Proc. PHYSOR 2004 Conference, Chicago, USA, Avril 2004
- [BOTH] : J.P. BOTH, Y.K. LEE, A. MAZZOLO, Y. PENELIAU, O. PETIT, B. ROESSLINGER, M. SOLDEVILA, *Tripoli4, A Three-Dimensional Polykinetic Particle Transport Monte-Carlo Code*, SNA 2003, 22-24 September 2003, Paris, France, 2003.
- [BOULAND] : O. BOULAND, *Amélioration du calcul de l'autoprotection des résonances résolues par un traitement quasi-exact du ralentissement des neutrons*, Thèse de l'Université de Paris-Sud, 2/1994
- [COSTE] : M. COSTE, G. MATHONNIERE, R. SANCHEZ, Z. STANKOVSKI, I. ZMIJAREVIC, *APOLLO-2 : NOTICE THEORIQUE*, RT DMT/93-581, SERMA/LENR/1535, 1993
- [GASTALDO] : L. GASTALDO, R. LE TELLIER, C. SUTEAU, D. FOURNIER, J.M. RUGGIERI, *High-Order Discrete Ordinate Transport in Non-Conforming 2D Cartesian Meshes*, International Conference on Mathematics, Computational Methods & Reactor Physics (M&C 2009) Saratoga Springs, New York, May 3-7, 2009, on CD-ROM, American Nuclear Society, LaGrange Park, IL 2009
- [GHO] : C.J. GHO, G. PALMIOTTI, *BISTRO : Bidimensionnel  $S_n$  Transport Optimisé, Un programme bidimensionnel de transport  $S_n$  aux différences finies, note n°1, définition des algorithmes pour la géométrie X-Y*, NT SPRC/LEPh 84-270
- [HEBERT1] : A. HEBERT, *A consistent technique for the pin-by-pin homogenization of a pressurized water reactor assembly*, Nuclear Science and Engineering 113, 227, 1991
- [HEBERT2] : A. HEBERT, *Développement de la méthode SPH: Homogénéisation de cellules dans un réseau non uniforme et calcul des paramètres de réflecteur*, Thèse de l'Université Paris-Sud, 1980, disponible NT CEA-N-2209, 1981
- [HENRYSON] : H. HENRYSON II, B.J. TOPPEL, C.G. STENBERG, *MC2-2: A Code to Calculate Fast Neutron Spectra and Multigroup Cross-Sections*, ANL-8144, June 1976
- [HUGOT] : F.X. HUGOT, E. DUMONTEIL, O. PETIT, Y.K. LEE, C. JOUANNE, A. MAZZOLO, *Notice d'utilisation du code TRIPOLI-4 version 5 : code de transport de particules par la méthode de Monte-Carlo*, RT SERMA/LTSD/RT/07-4169/A
- [IKEDA] : H. IKEDA, T. TAKEDA, *A New Nodal  $S_n$  Transport Method for Three-Dimensional Hexagonal Geometry*, J. Nucl. Sci. Technol., 31[6], 497, 1994

## REFERENCES

---

[KAVENOKY], A. KAVENOKY, *The SPH homogenization method*, Proc. Meeting Homogenization Methods in Reactor Physics, Lugano, Switzerland, 13-15 November 1978, IAEA-TECDOC-231, Vienna, 1980

[LEBRAT] : J.F. LEBRAT, *Interprétation de l'expérience CIRANO ZONA2B dans MASURCA*, NT SPRC/LEPh 07-230, 07/03/2008

[LITTLE] : W. LITTLE, R. HARDIE, *Methods for Collapsing Fast-Reactor Neutron Cross Sections*, Nucl. Sci. Eng., 29, 402-407, 1967

[MACFARLANE] : R. E. MACFARLANE, D. W. MUIR, D. C. GEORGE, *NJOY99.0 : Code System for Producing Pointwise and Multigroup Neutron and Photon Cross Section from ENDF/B Data*, PSR-480/NJOY99.0, RSICC Peripheral Shielding Routine Collection, Contributed by Los Alamos National Laboratory - 2000

[PALMIOTTI1] : G. PALMIOTTI et al., *Optimized two-dimensional Sn transport (BISTRO)*, Nuclear Science and Engineering 104, 1, 26-33, 1990

[PALMIOTTI2] : G. PALMIOTTI, C.B. CARRICO, E.E. LEWIS, *Variational nodal method for the solution of the diffusion and transport equation in two and three dimensional geometries*, NT SPRC/LEPh 91-208 indice 1

[PENELIAU] : Y. PENELIAU, *Premiers éléments d'étude neutronique des assemblages à plaques pour les RNR-G*, NT SPRC/LEDC 05-400 DR, 06/06/2006

[PETROVIC] : I. PETROVIC, *Amélioration du modèle de fuites de neutrons dans le schéma de calcul des conditions critiques et des paramètres homogénéisés d'un réacteur nucléaire*, thèse, Orsay, 1993

[PITTERLE] : T. A. PITTERLE, C. W. MAYNARD, *Bilinear Averaging for Diffusion-Theory Parameters*, Trans. Am. Nucl. Soc., 8, 205, 1965

[RAHLFS] : S. RAHLFS, *Validation physique du nouveau code de cellule européen ECCO pour le calcul des coefficients de réactivités des réacteurs REP et RNR*, Thèse de l'Université de Provence (Aix-Marseille I), 01/1995

[REUSS] : P. REUSS, *Précis de neutronique*, INSTN, EDP Sciences, 2003

[RIBON] : P. RIBON, J. M. MAILLARD, *Les tables de probabilité ; application au traitement des sections efficaces pour la neutronique*, Note CEA-N-2485, 1986

[RIMPAULT1] : G. RIMPAULT, *Algorithmic Features of the ECCO Cell Code for Treating Heterogeneous Fast Reactor Subassemblies*, Intl. Conf. on Mathematics and Computations, Reactor Physics, and Environmental Analyses, Portland, OR, 30 April-4 May 1995

[RIMPAULT2] : G. RIMPAULT, *Physics Documentation of ERANOS - The ECCO Cell Code*, RT/SPRC/LEPh 97-001



## REFERENCES

---

[RIMPAULT3] : G. RIMPAULT, D. HONDE, J.M. RIEUNIER, *ERANOS: MANUEL DES METHODES, Transfert interne de données nucléaires*, NT/SPRC/LEPh 93-252

[ROTH] : M. J. ROTH, *The estimation of collision probabilities in complicated geometries*, AEEW-M—857, UKAEA, Winfrith, 1969

[SALVATOIRES] : M. SALVATOIRES, *Generalised Bilinear Weighting for Multigroup Cross-Section Collapsing*, Nucl. Sci. Eng., 57, 340-344, 1975

[SANCHEZ] : R. SANCHEZ, J. MONDOT, Z. STANKOVSKI, A. COSSIC, I. ZMIJAREVIC, *APOLLO2 : A User Oriented Portable Modular Code for Multigroup Transport Assembly Calculations*, ANS International Topical Meeting on Advances in Reactor Physics, Mathematics and Computations, Vol III, 1563, Paris, France, 1987

[SMITH] : K.S. SMITH, *Assembly homogenization techniques for light water reactor analysis*, Prog. Nucl. Energy 17, 303, 1986

[SUBLET] : J.C. SUBLET et al., *ECCO-JEFF3.1 Librairies*, Rapport CEA-R-6100

[TAKEDA] : T. TAKEDA, T. KITADA, *Direction and Region Dependant Cross Sections for Use to MOX Fuel Analysis*, J. Nucl. Sci. Technol., supplement 2, p. 1057-1060, August 2002

[TODOROVA1] : G. TODOROVA, H. NISHI, J. ISHIBASHI, *Transport Criticality Analysis of FBR MONJU Initial Critical Core in Whole Core Simulation by NSHEX and GMVP*, J. Nucl. Sci. Technol., 41[4], 493-501, 2004

[TODOROVA2] : G. TODOROVA, H. NISHI, J. ISHIBASHI, *Method for Condensation of the Macroscopic Transport Cross-Sections for Criticality Analyses of FBR MONJU by the Code NSHEX*, J. Nucl. Sci. Technol., 41[12], 1237-1244, 2004

[TOMMASI1] : J. TOMMASI, *Méthode des probabilités de collision : équations directes et adjointes, perturbations*, RT SPRC/LEPh 06-001, 24/11/2006

[TOMMASI2] : J. TOMMASI, *Principe du calcul d'un jeu de probabilités de collision approchées pour un assemblage RNR-G à plaques*, NT SPRC/LEPh 05-208, 09/09/2005

[TOMMASI3] : J. TOMMASI, *ERANOS : MANUEL DES METHODES, Applications de la théorie des perturbations avec des solveurs de flux diffusion et transport Sn en différences finies*, RT SPRC/LEPh 07-003, 2007

[WOHLEBER] : X. WOHLBER, *Modélisation des fuites hétérogènes de neutrons dans un réacteur nucléaire*, thèse, Aix-Marseille I, 1997

[YAMAMOTO] : A. YAMAMOTO, Y. KITAMURA, Y. YAMANE, *Cell homogenization methods for pin-by-pin core calculations tested in slab geometry*, Annals of Nuclear Energy 31, 825-847, 2004